ÉVFOLYAM
Volume
X
2007

GEOMATIKAI KÖZLEMÉNYEK

Publications in Geomatics

SZERKESZTŐK
Editors
ZÁVOTI J, BÁNYAI L, PAPP G

HU ISSN 1419-6492

MTA GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI KUTATÓINTÉZET
SOPRON

<u>Geomatikai Közlemények</u>

Publications in Geomatics

kiadja a

MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézet

9400 Sopron, Csatkai E. u. 6-8. Pf. 5.
tel.: 99 - 508-340 fax.: 99 - 508-355
E-mail: geomatika@ggki.hu

feleelős kiadó:

Závoti József
igazgató

szerkesztő:

Závoti József, Bányai László és Papp Gábor

technikai szerkesztő:

Ani

készült a
Lővér Print Kft. nyomdájában
9400 Sopron, Ady Endre u. 5.
tel.: 99 - 329-977

megjelent 150 példányban
Sopron, 2007

HU ISSN 1419-6492

GEOMATIKAI

KÖZLEMÉNYEK

X.

TARTALOMJEGYZÉK

Geomatematika

GNSS-GPS

Térinformatika, Fotogrammetria és Távérzékelés

Geodinamika

Nehézségi erőtér

Gyakorlati alkalmazások

Geomatikai Közlemények X., 2007

ADATÁBRÁZOLÁSI KÍSÉRLETEINK A TÉRBELI HASONLÓSÁGI TRANSZFORMÁCIÓ PÉLDÁJÁN

Kádár István, Karsay Ferenc***

***Experiences of data representation with example for the spatial conformal transformation** - The intention of the authors is integration of X, Y, Z coordinates and development of vector-arithmetic without components in order to realise parallel computing. These are illustrated by an example in 3D and 4D number system.*

Keywords: data representation, number representation, balanced ternary and negabinary number systems, data compression, digital multiplexing, 3D and 4D number system, vector arithmetic, spatial conformal transformation

A szerzők célkitűzése: a geodéziai számításokban alapvető fontosságú X, Y, Z koordináta-hármas egyesítése és összetevők nélküli vektor-aritmetika létrehozása párhuzamos számítás céljából. Példa a térbeli hasonlósági transzformációra 3D és 4D vektor-számrendszerben.

Kulcsszavak: adatábrázolás, számábrázolás, adategyesítés, negatív kettes és szimmetrikus hármas 3D, ill. 4D számrendszer, vektor-aritmetika, térbeli hasonlósági transzformáció

1 Bevezetés

Szarka (1961) könyvének bírálatában Dr. Homoródi Lajos (1961) – megérezve a közeljövő kínálkozó nagy lehetőségeit – többek között a következőket írta: *„Mondjuk meg nyíltan: a gyakorlati geodétát nem kápráztatja el az, hogy a feltételes mérések kiegyenlítésének megoldása három betűvel szimbolizálható, mikor tudja, hogy e szimbólum kihámozásához a kettős szorzatokat, az oszlopok és sorok szorzását a számszerű eredmény érdekében mégis csak el kell végeznie. Neki tehát azt kell bemutatni, ahol e szimbólumokkal való operálás* [vektor-algebra] *valóban a számszerű megoldást* [vektor-aritmetika] *segíti elő… Ne vegye rossznéven a szerző ezeket a megjegyzéseket, csupán azt a hiányt akartuk erősen hangsúlyozni, amelyet a geodéták éreznek…”*

Abban az időben, amikor ezek a sorok íródtak lényegében még csak *mátrix/vektor algebra* létezett. Amiben Homoródi hitt és bízott, a *mátrix/vektor aritmetika* kezdett beszivárogni nem sokkal ezután a köztudatba – elsősorban Knuth (1969) közvetítésével. Jelen dolgozatunk is ezt a még ma is fennálló hiányt igyekszik szerény eszközeink segítségével pótolni. Célkitűzésünk ugyanis bemutatni, *hogyan lehet a vektor-algebra mintájára vektor-aritmetikát létrehozni*. Természetesen egy ilyen nagyhorderejű vállalkozást előfeltételek biztosítása nélkül el se lehet indítani. Mi magunk már az 1970-es évek elején kezdtünk a témával foglalkozni, míg eljutottunk napjainkig (Halmos et al. 1971, 1972, 1973a, 1973b, 1973c, 1974a, 1974b, 1975, 1976, 1977; Kádár 1973, 1977a, 1977b, 1982a, 1982b, 1985, 1992, 2002, 2006; Kádár et al. 1996). Célszerűnek láttuk azonban arra a csaknem egy évszázados előzményre is utalni, melyben elsősorban maguknak a koordinátáknak a létjogosultságát kezdték megkérdőjelezni. Ez a folyamat, tudomásunk szerint, Hilbert (1981) munkájával indult el.

2 A koordináták egyesítésének gondolata

2.1 A folyamat előtörténete

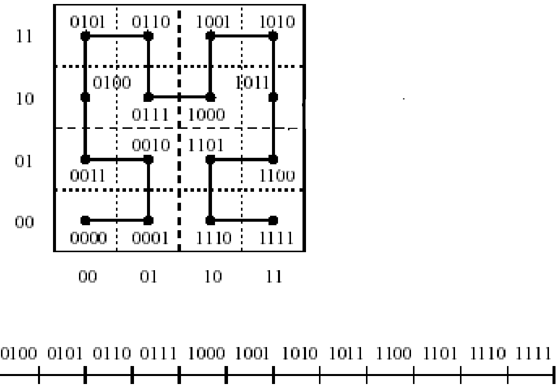
A történet első fele a Hilbert-féle *térkitöltő görbével* kezdődött (Hilbert 1891). Ez volt az első bizonyított példa arra, hogy *mind a sík, mind a tér rácsháló-szerűen elhelyezkedő pontjai* olyan hierarchikus struktúrába szervezhetők, mely *kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést létesít a rácspontok és*

**NYME Geoinformatika Kar, 8000 Székesfehérvár, Pirosalma u. 1-3. E-mail: i.Kádár@geo.info.hu*

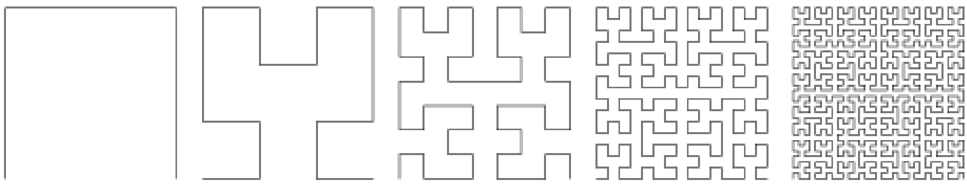
***ELTE Térképtudományi és Geoinformatikai Tanszék Budapest XI. kerület, Pázmány P. sétány 1a. E-mail: karsay.ferenc@beltav.hu*

a számegyenes pontjai között (1–3. ábra). Maga a görbe valójában nem is görbe, hanem egy *sokszögvonallá alakított számegyenes-darabnak* is tekinthető, melynek töréspontjai magukkal hordozzák azokat a számokat is, melyeket számegyenes korukban rajtuk értelmeztek. De mivel a töréspontokhoz koordináták is tartoznak, mintegy *szótárszerű kapcsolat (kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés) létesül a két, három vagy több elemű koordináta-vektorok és a skaláris számok között*. Utóbbiakat ezért *virtuális koordinátáknak* fogjuk nevezni és az 1. ábrán – környezetüknek megfelelően – *kettes számrendszerben* ábrázoljuk. Nem hagyhatjuk említés nélkül azt a tényt sem, hogy a szóban forgó megfeleltetés (leképzés) algebrai formája annyira egyszerűnek bizonyult, hogy az egyik leghatékonyabb számítási eljárással, *rekurzióval* is végre lehet hajtani.

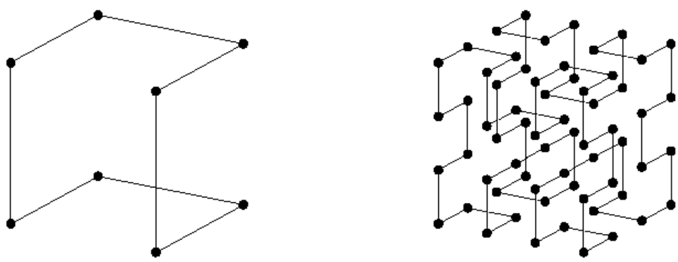
A Hilbert-görbe mintájára – annak általánosításaként – sokféle térkitöltő görbe született. A továbbiak megértéséhez csak arra az egyre lesz szükség, amelyet az irodalomban Z-görbének neveznek (4.b ábra), de a továbbiakban mi inkább *szelvényszám-görbének* fogjuk hívni. Az 5.c ábrán a virtuális koordináták már négyes számrendszerben vannak feltüntetve.



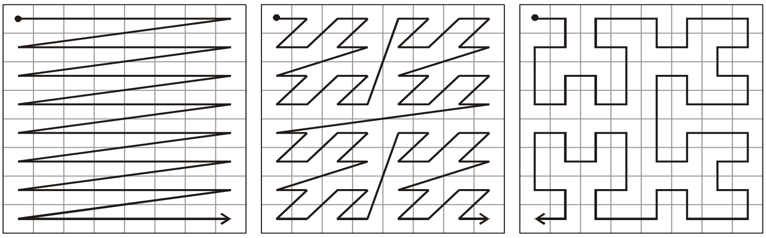
1. ábra. A Hilbert-görbe második szintje



2. ábra. A 2-dimenziós nyitott Hilbert-görbe evolúciója



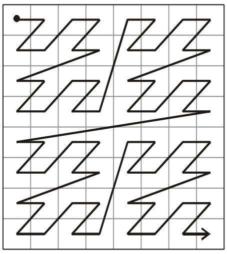
3. ábra. A 3-dimenziós zárt Hilbert-görbe evolúciója



(a) olvasáshoz (b) szelvényezéshez (c) digitalizáláshoz

4. ábra. Specializált térkitöltő görbe-család

111	112	121	122	211	212	221	222
113	114	123	124	213	214	223	224
131	132	141	142	231	232	241	242
133	134	143	144	233	234	243	244
311	312	321	322	411	412	421	422
313	314	323	324	413	414	423	424
331	332	341	342	431	432	441	442
333	334	343	344	433	434	443	444



0	1	10	11	100	101	110	111
2	3	12	13	102	103	112	113
20	21	30	31	120	121	130	131
22	23	32	33	122	123	132	133
200	201	210	211	300	301	310	311
202	203	212	213	302	303	312	313
220	221	230	231	320	321	330	331
222	223	232	233	322	323	332	333

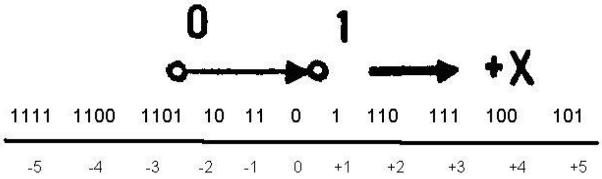
(a) szelvényszámok (b) szelvényszám-görbe (c) virtuális koordináták

5. ábra. Szelvényszámokból virtuális koordináták

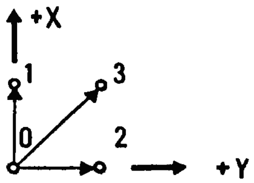
2.2 A folyamat tényleges kezdete

A történet második fele Knuth (1987) síkbeli négyes számrendszerével indult. Ő még egyetemista korában rájött arra, hogy a szelvényszámokat nemcsak helymeghatározásra lehet felhasználni, hanem – megfelelő alapszám megválasztása mellett – velük különféle aritmetikai műveleteket is lehet végezni. A végzős diákok egy 1955. évi "tehetségkutató" versenyére benyújtott rövid írásában olyan különleges négyes számrendszert mutatott be, amelyben például a komplex számok szorzása és osztása a valós és képzetes rész külön kezelése nélkül végezhető el. Ehhez ugyanazt az 1, 2, 3, 4 számjegyet használta alakiértékül, amelyet a szokásos szelvényszámozási rendszer is alkalmaz, alapszámként pedig a 2i képzetes számot választotta. Ezzel azt a korábbi tévhitet oszlatta el, hogy a sík pontjainak helyzetét csakis két számmal lehet megadni. Az ő négy számjegye ékes bizonyítéka az ellenkezőjének. Ezért lehetne ezeket *„virtuális koordinátáknak”* is nevezni. Ezt a gondolatát később cikkben is megjelentette (Knuth 1960). Ezzel elindított egy folyamatot, amelynek lényege, hogy aritmetikai rendszert nemcsak a *számegyenes* pontjainak hierarchiába foglalásával lehet létrehozni (ahogyan a koordinátákban való gondolkodással teszik), hanem magának a *síknak* és a *térnek* a pontjai közvetlenül is használhatók erre a célra (amire a szelvényszámozás gyakorlata mutat példát). Ma már ott tartunk, hogy például virtuális koordináták nélkül el sem képzelhető olyan korszerű számrendszer, amelynek értelmezési tartománya – előjelek használata nélkül is – ne mind a négy síknegyedre terjedne ki. Ezt vagy úgy érték el, hogy egyszerűen a számrendszer alapszámát negatívnak választották (*1,*), vagy pedig úgy, hogy – a hexadecimális rendszernél bevált megoldást követve – megengedik ún. *„virtuális számjegyek”* használatát is (*2,*). (A tizenhatos számrendszerben ugyanis – mivel csak tíz decimális számjegy létezik - a hiányzó 10, 11, 12, 13, 14 és a 15-ik számjegy helyett rendre az a, b, c, d, e és f betűt alkalmazzák.)

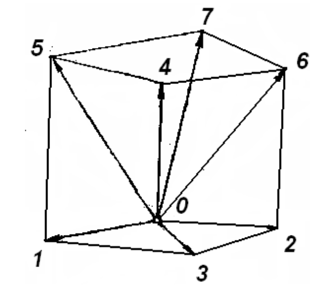
Az (*1,*) megoldást a 6. ábra szemlélteti, ahol a -2 alapszám választásával érik el, hogy a számegyenes pozitív és negatív feléhez tartozó pontokra történő hivatkozáshoz a 0 és 1 bináris számjegyek *előjel nélkül* is egyértelműen használhatók legyenek. Ez a megoldás a síkban és a térben is egyaránt bevált (7. és 8. ábra), ahol ugyan az alakiértékek ábrázolásához szükséges számjegyek száma megnövekedett, de a -2 alapszám maradt.



6. ábra. Példák az 1-dimenziós (NEGABINARIS) számrendszerre
(alapszáma -2)



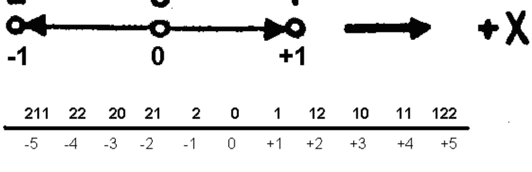
7. ábra. Négyes (TETRA) számrendszer és aritmetika vektor-számjegyei
(2-dimenziós negabináris számrendszer)
(alapszáma -2)



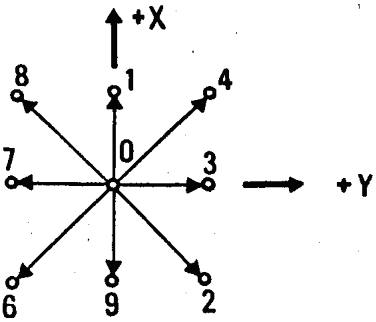
8. ábra. Nyolcas (OKTA) számrendszer és aritmetika vektor-számjegyei.
(3-dimenziós negabináris számrendszer)
(alapszáma -2)

A (2) megoldást a 9. ábra szemlélteti, ahol a szokásos hármas számrendszerhez tartozó 2-es számjegyet a -1 ábrázolására foglalták le. Mindkét helyettesítő jel tulajdonképpen *virtuális számjegy.* Bevezetésükre a sokjegyű számok ábrázolása érdekében van szükség. (Pl. az 1-110-1 ötjegyű szám szimmetrikus számrendszerben 12102 formában írandó, de a számítógép -1-nek fogja tekinteni.)

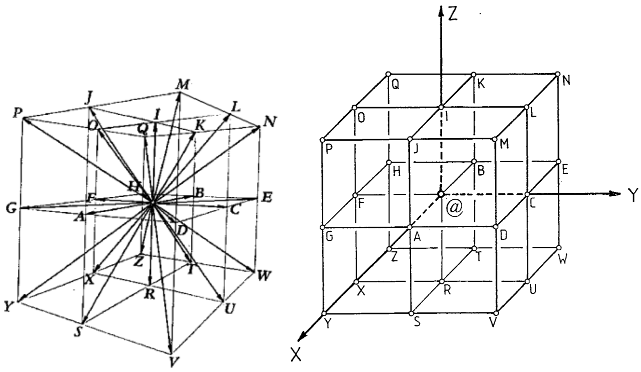
A hagyományos hármas számrendszertől való megkülönböztethetőség érdekében ezt a módosított hármas számrendszert „szimmetrikus” vagy „kiegyensúlyozott” hármas számrendszernek nevezték el. Az ilyen hármas számrendszer értelmezési tartományát akárhány dimenziós térre is ki lehet terjeszteni éppúgy, mint a negabináris rendszerek esetében láttuk (10. és 11. ábra).



9. ábra. Példák az 1-dimenziós SZIMMETRIKUS TERNÁLIS számrendszerre.
(alapszáma 3)



10. ábra. Kilences (NANO) számrendszer és aritmetika vektor-számjegyei
(2-dimenziós szimmetrikus számrendszer)
(alapszáma 3)



11. ábra. ALFA27-es számrendszer és aritmetika vektor-számjegyei
(3-dimenziós szimmetrikus számrendszer)
(alapszáma 3)

Sok érdekes tulajdonsága közül itt csak kettőt emelünk ki. Egyrészt más számrendszerrel ellentétben a szóban forgó rendszer *önkerekítő*, azaz bárhol vágunk el egy sokjegyű számot, baloldali része mindig szabatosan kerekítve lesz, mivel a levágott rész abszolút értéke sohasem éri el a 0.5-et. Másik tulajdonsága az, hogy az (X, Y), (X, Y, Z), koordináta-párok illetve hármasok előjel-kombinációi által szolgáltatott irányinformációt – a szélrózsa ágaihoz hasonlóan – a sokjegyű számjegyek *első jegye (betűje)* mutatja. Ez azzal a különleges előnnyel jár, hogy mind az ember, mind a számítógép nemcsak *könnyebben* tudja érzékelni a sokjegyű számmal kifejezett térvektor irányát, mint a koordinátákhoz tartozó külön-külön előjelek alapján, hanem *pontosabban* is, hiszen *8 térnyolcad* helyett ily módon *26 térhuszonhatodot* tud elképzelni, ami jóval nagyobb felbontóképességet jelent.

Összefoglalásként elmondhatjuk, hogy a vizsgált kétféle számrendszer *alaki értékekként* egyszerű karaktereket (számjegyeket, betűket) használ, azonban ezeket ún. *számjegy-vektorokként* (vagy *vektor-számjegyekként*) értelmezi. A sokjegyű számok képzése ezekből – a hagyományos számrendszerekhez hasonlóan – polinomok kialakításával történik, alapszámként az elsőhöz a -2, a másodikhoz a +3 egész számot használja.

3 Hogyan lesz a vektoralgebrából vektoraritmetika?

A térbeli hasonlósági transzformáció megvalósítására alkalmas vektor-aritmetikát – véleményünk szerint – a vektor-algebrából lehet legszemléletesebben levezetni. Itt az alkalom, hogy a bevezetésben röviden már megemlített célkitűzésünket a 11. ábra alapján részletesebben is megvilágítsuk.

A vektoralgebrai tankönyvekből jól ismert, hogy a +X, +Y és +Z tengelyekhez tartozó egységvektoroknak olyan nagy fontosságot tulajdonítanak, hogy ezekhez külön betűket – nevezetesen az *i, j, k* kis latin betűket – is rendelnek. Az algebra szempontjából fel sem merül az a kérdés, hogy elegendő-e ennyi azonosító, mivel nyilvánvaló, hogy három dimenzióban pontosan három bázisvektorra van szükség. Tudomásunk szerint Hmelnik (1969) kísérelte meg először, hogy az 1. táblázat első oszlopában látható módon a három bázisvektorból – nem algebrai felhasználásra – újabb azonosítókat generáljon (1. táblázat utolsó előtti oszlopa). Célja az volt, hogy ebből a nyolc betűből mint virtuális számjegyekből és a -2-ből mint alapszámból térbeli számrendszert hozzon létre, azaz *koordináták nélküli helymeghatározó rendszert* vezessen be. Ugyanezt valósította meg Bell et al. (1990) is (1. táblázat utolsó oszlopa), akik a térbeli forgatás végrehajtásához nélkülözhetetlen négydimenziós vektoraritmetika megteremtéséhez használták fel az ábécé első 16 betűjét (2. táblázat). Ennélfogva a három-dimenziós kocka számára már csak ennek a 16 betűnek egy részhalmaza maradt.

1. táblázat. A 3 dimenziós vektor-számjegyek kialakítása

ALGEBRA	*ARITMETIKA*			*Ha-Ká-Ka*	*HMELNIK*	*BELL*
Generálás	x	y	z	1977	1969	1990
@	0	0	0	0	a	0
I	1	0	0	1	e	B
J	0	1	0	2	c	D
I+j	1	1	0	3 (=1+2)	g	F
K	0	0	1	4	b	H
I+k	1	0	1	5 (=1+4)	f	J
J+k	0	1	1	6 (=2+4)	d	L
i+j+k	1	1	1	7(=1+2+4)	h	N

2. táblázat. Vektor-számjegyek 4 dimenzióban (Bell et al. (1990) szerint)

0	(0, 0, 0, 0)
a	(1, 0, 0, 0)
b	(0, 1, 0, 0)
c	(1, 1, 0, 0)
d	(0, 0, 1, 0)
e	(1, 0, 1, 0)
f	(0, 1, 1, 0)
g	(1, 1, 1, 0)
h	(0, 0, 0, 1)
i	(1, 0, 0, 1)
j	(0, 1, 0, 1)
k	(1, 1, 0, 1)
l	(0, 0, 1, 1)
m	(1, 0, 1, 1)
n	(0, 1, 1, 1)
o	(1, 1, 1, 1)

Az általunk kidolgozott Halmos et al (1977) megoldáshoz (1. táblázat középső oszlopa), mi betű-azonosítók helyett a 0...7 számjegyeket vezettük be. Mint látjuk, sikerült olyan permutációt találni, melynél az öt kiegészítő azonosító generálásához a szokásos összeadás műveletét lehet alkalmazni.

4 Hogyan lehet az adattömörítés mintájára adatintegrálást végezni?

Az előbbiekben (6. és 9. ábra) már ismertettünk két „előjelmentes” számrendszert, a negabinárist és a szimmetrikus hármast. Az előjelmentesség ugyanis előfeltételét képezi integrálási célkitűzéseink megvalósításának. A következőkben a skalár számok esetében már jól bevált tömörítési eljárásokat kíséreljük meg koordináta-vektorok integrálására (egészen a négydimenzióig) általánosítani. Ezek egy része már ismeretes, a három és négy dimenzióra azonban magunk terjesztettük ki.

4.1 Bináris skalárok tömörítési lehetőségei

4.11 24 számjegyű binárisból 12 számjegyű négyes (TETRA) rendszerbe

```
1 0  1 0  1 1  0 0  0 0  1 0  1 1  1 1  0 1  1 0  1 1  0 0
 2    2    3    0    0    2    3    3    1    2    3    0  =
                                                    223002331230
```

4.12 24 számjegyű binárisból 8 számjegyű nyolcas (OKTA) rendszerbe

```
1 0 1  0 1 1  0 0 0  0 1 0  1 1 1  1 0 1  1 0 1  1 0 0
  5      3      0      2      7      5      5      4  =  53027554
```

4.13 24 számjegyű binárisból 6 számjegyű tizenhatos (HEXA) rendszerbe

```
1 0 1 0  1 1 0 0  0 0 1 0  1 1 1 1  0 1 1 0  1 1 0 0
   a        c        2        f        6        c  =  ac2f6c
```

4.2 Negabinaris vektorok integrálási lehetőségei

4.21 Negabináris vektor átalakítása négyes (TETRA) számrendszerbe

```
x=0 0 1 0 0 0 1 1 1 0 1 0   1*x =  0 0 1 0 0 0 1 1 1 0 1 0
y=1 1 1 0 0 1 1 1 0 1 1 0   2*y = +2 2 2 0 0 2 2 2 0 2 2 0
                                  -----------------------
                      összeadva =  2 2 3 0 0 2 3 3 1 2 3 0
```

4.22 Negabináris vektor átalakítása nyolcas (OKTA) számrendszerbe

```
x=1 1 0 0 1 1 1 0       1*x =     1 1 0 0 1 1 1 0
y=0 1 0 1 1 0 0 0       2*y =     0 2 0 2 2 0 0 0
z=1 0 0 0 1 1 1 1       4*z =    +4 0 0 0 4 4 4 4
                                 ---------------
                  összeadva =     5 3 0 2 7 5 5 4
```

4.23 Negabináris vektor átalakítása tizenhatos (HEXA) számrendszerbe

```
x=0 0 0 1 0 0       1*x =     0 0 0 1 0 0
y=1 0 1 1 1 0       2*y =     2 0 2 2 2 0
z=0 1 0 1 1 1       4*z =     0 4 0 4 4 4
s=1 1 0 1 0 1       8*s =    +8 8 0 8 0 8
                             ------------
              összeadva =     a c 2 f 6 c
```

4.3 Ternáris (szimmetrikus hármas számrendszerbeli) skalárok tömörítési lehetőségei

4.31 24 számjegyű ternárisból 12 számjegyű 9-es (NANO) számrendszerbe

```
2 1  0 0  2 0  0 2  2 0  1 2  0 2  0 1  2 0  0 1  0 0  1 1
 7    0    6    2    6    5    2    1    6    1    0    4  =
                                                     706265216104
```

4.32 24 számjegyű ternárisból 8 számjegyű 27-es (ALFA27) számrendszerbe

```
2 1 0  0 2 0  0 2 2  0 1 2  0 2 0  1 2 0  0 1 0  0 1 1
 21      6      8      5      6     15      3      4  =
  U      F      H      E      F      O      C      D  =  UFHEFOCD
```

(ha – a hexadecimális rendszerhez hasonlóan – számjegyekként az angol ábécé betűit használjuk)

4.33 24 számjegyű ternárisból 6 számjegyű 81-es (ALFA81) számrendszerbe

```
 2 1 0 0     2 0 0 2     2 0 1 2     0 2 0 1     2 0 0 1     0 0 1 1
21+0*27=21  18+2*27=72  19+2*27=73  6+1*27=33  18+1*27=45  1+1*27=28
U̥           R̠           S̠           F̟           R̟          A̟       = U̥R̠S̠F̟R̟A̟
```

(ha a négyes számcsoport első három számjegyét az ALFA27-nek megfelelően tömörítjük, majd a kapott betűből az utolsó számjegy figyelembe vételével *unikódot* hozunk létre (lásd MS WORD). A megfeleltetés: 0-számegyből o, 1-ből +, 2-ből – alsó index)

4.4 Ternáris (szimmetrikus hármas számrendszerbeli) vektorok integrálási lehetőségei

Az itt alkalmazott módszer az F D M* általunk kidolgozott digitális változata.

```
          2-eleműek                    3-eleműek               4-eleműek
x=1 0 0 2 0 2 2 1 0 1 0 1 x=0 0 2 2 0 0 0 1 x= 0  2  2  1  1  1
y=2 0 2 0 2 1 0 0 2 0 0 1 y=1 2 2 1 2 2 1 1 y= 1  0  0  2  0  0
                          z=2 0 0 0 0 1 0 0 z= 0  0  1  0  0  1
                                            s= 2  2  2  0  2  0

          x + 3y                 x + 3y + 9z         x+3y+9z+27s
  1 0 0 2 0 2 2 1 0 1 0 1   0 0 2 2 0 0 0 1     0  2  2  1  1  1
+ 6 0 6 0 6 3 0 0 6 0 0 3   3 6 6 3 6 6 3 3     3  0  0  6  0  0
                          +18 0 0 0 0 9 0 0     0  0  9  0  0  9
                                              +54 54 54  0 54  0
------------------------- ----------------   -----------------
  7 0 6 2 6 5 2 1 6 1 0 4  21 6 8 5 6 15 3 4   57 56 65  7 55 10
                            U F H E F  O C D   C̠  B̠  K̠  G̥  A̠  J̥
          (NANO)                 (ALFA27)           (ALFA81)
```

http://library.advanced.org/27887/gather/fundamentals/compression_and_multiplexing.shtml

Ezzel eljutottunk az utolsó két oszlopban látható ALFA27 és ALFA81 elnevezésű három- illetve négy-dimenziós számrendszerhez, melyekről a továbbiakban ki fog derülni, hogy nemcsak korszerű helymeghatározáshoz, hanem mindenféle geometriai, geodéziai és egyéb térbeli *számítási feladatok* megoldására is alkalmazhatók. Mint látni fogjuk, az ábécé betűit – a természetes nyelveken és a vektor-algebrán kívül – *koordináta-mentes térbeli vektor-aritmetika* létrehozásához is sikeresen fel lehet hasztnálni.

Azt hihetnénk, hogy az ALFA81 rendszer számábrázolása kicsit már túl is lő a célon, hiszen nincs is még olyan ábécé, amelyben az utolsó integrálási példa eredményeként megjelenő

C̠ B̠ K̠ G̥ A̠ J̥

jelsorozat jelei előfordulnának. Ha azonban az MS World3-ban a Beszúrás\Szimbólumok alkönyvtárat előhívjuk és a Betűtípus: Ariel Unicode MS, Készlet: Unicode (hexadecimális) beállításokat elvégezzük, akkor a

0043 0320 0042 0320 004B 0320 0047 0325 0041 0320 004A 0325 005A 031F

jelsorozat minden egyes négyjegyű csoportjának a Karakterkód mezőbe való bebillentyűzése és a Beszúrásra kattintás után ezek a kívánt jelek meg fognak jelenni

C̠B̠K̠G̥A̠J̥Z̟

* F D M : Frekvencia osztásos multiplexelés (FDM - Frequency-Division Multiplexing). A módszer alapelve azon a tényen alapul, hogy szinuszos hullámok összegéből bármelyik összetevő egy megfelelő szűrővel leválasztható. Az adó oldalon a csatornák jeleit egy-egy vivőfrekvenciára ültetik (a vivőfrekvenciát a jelekkel modulálják), ezeket összegzik, az összegzett jelet átviszik a vevő oldalra, és ott ezeket szűrőkkel választják szét.

A 14 elemű négyszámjegyű jelsorozatban a páratlan sorszámú elemek (a 0043-mal kezdve) a latin ábécé nagybetűinek, a páros sorszámúak pedig (a 0320-szal kezdve) a mellékjeleknek (o + -) hexadecimális kódjai.

Ez a most bemutatott előhívási módszer azonban nagyon kezdetleges és lassú. Emiatt célszerűbb egy rendelkezésre álló programnyelvvel egy olyan 81 elemű *ábécé-vektort* előállítani, mely a latin ábécé összes nagybetűjét mindhárom mellékjellel kombinálva tartalmazza. Mi ehhez a J-programnyelvet használtuk, ezért ezen a nyelven mutatjuk be az unikódok megjelenítését. A *qabc* azonosító itt a *kvaternió-ábécé* (quaternion abc) rövidítése:

```
   ]qabc0=: u:,(,.111,65+i.26),.805
o̥ḀB̥C̥D̥E̥F̥G̥H̥I̥J̥K̥L̥M̥N̥O̥P̥Q̥R̥S̥T̥U̥V̥W̥X̥Y̥Z̥
   ]qabc1=: u:,(,.111,65+i.26),.799
o̟A̟B̟C̟D̟E̟F̟G̟H̟I̟J̟K̟L̟M̟N̟O̟P̟Q̟R̟S̟T̟U̟V̟W̟X̟Y̟Z̟
   ]qabc2=: u:,(,.111,65+i.26),.800
o̠A̠B̠C̠D̠E̠F̠G̠H̠I̠J̠K̠L̠M̠N̠O̠P̠Q̠R̠S̠T̠U̠V̠W̠X̠Y̠Z̠
   ,qabc=:81                        3$'o̥ḀB̥C̥D̥E̥F̥G̥H̥I̥J̥K̥L̥M̥N̥O̥P̥Q̥R̥S̥
T̥U̥V̥W̥X̥Y̥Z̥o̟A̟B̟C̟D̟E̟F̟G̟H̟I̟J̟K̟L̟M̟N̟O̟P̟Q̟R̟S̟T̟U̟V̟W̟X̟Y̟Z̟o̠A̠B̠C̠D̠E̠F̠G̠H̠I̠J̠K̠L̠M̠N̠
O̠P̠Q̠R̠S̠T̠U̠V̠W̠X̠Y̠Z̠'
```

A vabc azonosító itt a 3D vektor-ábécé rövidítése:

```
vabc=:@ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ
```

Ha valaki szokatlanul terjedelmesnek találná az általunk javasolt 27 vektorszámjegyet és a 81 kvaternió-számjegyet taralmazó ALFA27, illetve ALFA81 térbeli számrendszert, akkor követheti azt az utat is, amit Bell-Mason (1990) ajánlott (http://www3.oup.co.uk/computer_journal/hdb/ Volume_33/Issue_05/tiff/386.tif).

Ebben a dolgozatban az általunk javasolt szimmetrikus hármas számrendszer helyett ők a kiegészítő kettes kódot használták, aminek eredményeképpen elegendő volt 27 helyett 8, illetve 81 helyett 16 számjegy-betűt alkalmazni. Ezt a látszólagos megtakarítást annak árán érték el, hogy az előbbi számrendszerek számjegyvektorai közül csupán a 3D-tér első nyolcadában, ill. a 4D-tér első tizenhatodában lévőket hagyták meg. Ez a megoldás ahhoz hasonlítható, mintha a térbeli szélrózsának (11. ábra) csak a nyolcad vagy a tizenhatod részét használnánk, vagy mintha az idősebbek által még jól ismert váltós számológépek helyett a váltó nélkülieket alkalmaznánk. Ez utóbbi megoldással természetesen nem értünk egyet. Azért is ismételtük mondanivalónkat a 4. fejezetben párhuzamosan a szimmetrikus hármas számrendszer mellett negatív kettes rendszerben is, hogy az egyébként helyesnek tartott alternatívát - a számjegyvektorok számának csökkentését - ne a kiegészítő kettős kóddal kapcsoljuk össze, hanem hogy az olvasó figyelmét a negatív kettes számrendszerrel való összekapcsolásra készítsük elő.

5 A kvaternió-ábécé geometriai értelmezése

Mivel a 81 érték éppen 3-nak negyedik hatványa, ezért a qabc alkalmasnak látszik arra is, hogy a 4. dimenzióban értelmezett szimmetrikus hármas számrendszerhez alakiértékekként szolgáljon, azaz az egyes betűk 4-dimenziós vektor-számjegyekként is felfoghatók. Az *alapbetűk*, vagyis a latin ábécé 26 betűje (a koordináta-tengelyek általánosításaként) egy-egy lehetséges elemi forgástengelyt (11.ábra), az alattuk lévő o + - *segédjelek* pedig lehetséges elemi forgásszögeket fejezhetnek ki. A o-segédjel mindig 180 fokkal való forgatást (tükrözést), a + és - segédjel pedig pozitív, illetve negatív értelmű forgatást jelölhet. Létrehozhatunk tehát az ALFA27 számrendszer általánosításaként egy *ALFA81 számrendszert*, mely a *térbeli hasonlósági transzformációhoz közvetlen aritmetikai modellnek fogható fel.*

A 3. táblázatban megadjuk – a 81 közül - néhány vektor-számjegynek azokat a jellemzőit, amelyeket a térbeli transzformáció szempontjából különösen fontosnak tekintettünk. Ebben a rendszerben mind az elemi forgatás, mind az elemi méretváltoztatás (nagyítás) értéke a forgástengely hosszának függvénye.

A táblázat egyes oszlopai a következőket jelentik:

No – a vektor-számjegy helyének sorszáma (indexe) a qabc-ben.
ALFA81 – a vektor-számjegy betűkódja.
X Y Z S – a vektor-számjegy szimmetrikus hármas számrendszerben, vagyis a kvaternió.
Nagyítás – a vektor-számjegy hossza, azaz az X Y Z S koordináták négyzetösszege.
X0 Y0 Z0 S0 – az X Y Z S egységvektora.
Ω (fok) – a forgásszög.

3. táblázat. Az ALFA81 vektor-számrendszer néhány számjegyének geometriai értelmezése

No	Alfa81	X Y Z S	Nagyítás	X0 Y0 Z0 S0	Ω (fok)	Sin (Ω/2)	cos (Ω/2)
0	$o_\circ$	0 0 0 0	0	—	—	—	—
27	o_+	0 0 0 1	1	—	0	0	1
1	$A_\circ$	1 0 0 0	1	(1 0 0)1 0	180	1	0
28	A_+	1 0 0 1	2	$(1\ 0\ 0)\ \frac{1}{\sqrt{2}}\ \ \frac{1}{\sqrt{2}}$	90	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
4	$D_\circ$	1 1 0 0	2	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\ \frac{1}{\sqrt{2}}\ 0\right)1\ \ 0$	180	1	0
31	D_+	1 1 0 1	3	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\ \frac{1}{\sqrt{2}}\ 0\right)\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\ \ \frac{1}{\sqrt{3}}$	109.471	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
13	$M_\circ$	1 1 1 0	3	$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\ \frac{1}{\sqrt{3}}\ \frac{1}{\sqrt{3}}\right)1\ \ 0$	180	1	0
40	M_+	1 1 1 1	4	$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\ \frac{1}{\sqrt{3}}\ \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\frac{\sqrt{3}}{2}\ \ \frac{1}{2}$	120	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$

Megadjuk azt a Hamiltontól származó képletet, amely valójában azt a 81-soros táblázatot helyettesíti, mely a 3. táblázat inverze. Ennek segítségével – a 3. táblázatban látható speciális eseteken túlmenően - azonban bármilyen forgástengely adott egységvektorához, bármilyen forgásszöghöz és bármilyen nagyításhoz tartozó kvaternió derékszögű koordinátáit is elő lehet állítani.

Az ALFA81 számrendszer 4D-számjegyeinek feltöltése Hamilton (1843) szerint

$$[X \quad Y \quad Z \quad S] = \left[[X0 \quad Y0 \quad Z0] sin\left(\frac{\Omega}{2}\right) \quad cos\left(\frac{\Omega}{2}\right) \right] \sqrt{nagyítás} \quad . \tag{1}$$

Ha a ***Q*** és ***P*** kvaterniót ***r, s, u, v*** koordinátáival négyelemű vektor formájában írjuk fel, akkor ***Q*P*** szorzatuk Bell et al. (1990, 395. old.) szerint:

$$Q \quad = r_q + s_q * t_1 + u_q * t_2 + v_q * t_3 \ ,$$

$$P \quad = r_p + s_p * t_1 + u_p * t_2 + v_p * t_{3//} \ ,$$

$$\begin{aligned} Q*P = {} & \{r_q * r_p\} - \{s_q * s_p + u_q * u_p + v_q * v_p\} + \{r_q * [s_p * t_1 + u_p * t_2 + v_p * t_3]\} \\ & + \{r_p * [s_q * t_1 + u_q * t_2 + v_q * t_3]\} + \{(u_q * v_p - u_p * v_q) * t_1 + (v_q * s_p - v_p * s_q) * t_2 \\ & + (s_q * u_p - s_p * u_q) * t_3\} \ . \end{aligned} \tag{2}$$

Ha pedig a mátrix-formát részesítjük előnyben, akkor az alábbi 4*4-es redundáns alak bizonyul legcélszerűbbnek. Noha ebben mindegyik koordináta négyszer fordul elő, az előnyt az jelenti, hogy egyetlen szorzás is elegendő két kvaternió szorzatának előállításához, éspedig a szokásos mátrixszorzás.

szorzat szorzó szorzandó

$$\begin{bmatrix} +S & -Z & +Y & -X \\ +Z & +S & -X & -Y \\ -Y & +X & +S & -Z \\ +X & +Y & +Z & +S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +S & -Z & +Y & -X \\ +Z & +S & -X & -Y \\ -Y & +X & +S & -Z \\ +X & +Y & +Z & +S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} +S & -Z & +Y & -X \\ +Z & +S & -X & -Y \\ -Y & +X & +S & -Z \\ +X & +Y & +Z & +S \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Gyakran előfordul a mátrix- és vektor-alak vegyes alkalmazása is:

$$\begin{array}{ccccc} \text{szorzat} & & \text{szorzó} & & \text{szorzandó} \\ \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} +S & -Z & +Y \\ +Z & +S & -X \\ -Y & +X & +S \\ +X & +Y & +Z \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \end{array} \qquad (4)$$

6 Példa térbeli hasonlósági transzformációra vektor-aritmetikával és a nélkül

Akármennyire is gyakorlatias dolognak bizonyul(t) az integrált szám- és koordináta-rendszerek elterjedése, a korszerűsítésnek csak egyik oldalát alkotják. A másik oldal: *bizonyítani, hogy ezekben a rendszerekben számításokat is lehet végezni,* azaz kimutatni, hogy itt nemcsak *izomorfizmusról* (kölcsönösen egyértelmű megfeleltetésről), hanem *homomorfizmusról* (művelettartó leképzésről) van szó. Más szavakkal a *vektor-algebrának vektor-aritmetikává* történő továbbfejlesztéséről.

Már a zsebszámológépek korszakában számos kísérletet folytattunk az egyszerűbb és bonyolultabb szorzásoknak vektorszámjegyekkel való elvégzésére. Az első publikációnkban (Halmos et al 1977) tettünk javaslatot először a vektor-algebrában alkalmazott i, j, k egységvektorok kiterjesztésére egy 27 vektor-számjegyből álló térbeli ALFA27 rendszerré (11.ábra). Most – Bell és Mason (1990) tanulmányának ismeretében – kézen fekvőnek látszik rendszerünket a térbeli forgatás terén is kipróbálni. Noha ők is a térbeli forgatást kísérelték meg korszerűsíteni, de csak az első térnyolcadban értelmezhető 8-as (oktális) vektor-számrendszerig (8. ábra) jutottak el.

A következőkben egy szemléltető példát kívánunk bemutatni, amely az ismertetett ALFA27 és ALFA81 számrendszerben számítógéppel készült. Összehasonlításul a példát decimális rendszerben – koordináták alkalmazásával – is megoldottuk. A későbbi 5. táblázatban megadott térbeli hasonlósági transzformációra vonatkozó számpéldában szereplő térbeli pont helyét az ötjegyű **CCDXI** alfavektor, a transzformációs paramétereket (forgástengelyt, forgásszöget és nagyítást) pedig a hatjegyű $\underset{+}{A}\underset{\circ}{Z}\underset{\circ}{o}\underset{-}{X}\underset{+}{o}\underset{\circ}{M}$ alfakvaternió képviseli. Maga a transzformáció nem más, mint az

$$\mathbf{\underset{+}{A}\underset{\circ}{Z}\underset{\circ}{o}\underset{-}{X}\underset{+}{o}\underset{\circ}{M} \; x \; CCDXI \; x \; \underset{+}{B}\underset{\circ}{M}\underset{\circ}{o}\underset{-}{L}\underset{+}{o}\underset{\circ}{Z}}$$

kettős szorzat végrehajtása, melynél a transzformálandó térbeli pont helyét balról az adott kvaternióval, jobbról pedig annak konjugáltjával kell megszorozni (utóbbi csak abban különbözik előbbitől, hogy koordinátás alakjában az X, Y, Z koordináták fordított előjellel szerepelnek). Megjegyezzük, hogy az „**x**” jel kvaternió/kvaternió, illetve a kvaternió/vektor szorzást szimbolizál,
Közismert párhuzamosítási technikát követve, kettős szorzásból úgy lehet egyetlen „integrált” szorzást létrehozni, ha az egyes tényezőkből egy-egy számjegyet kiemelünk azok szorzatát hárombemenetű művelettáblából kiolvassuk és ezt az elemi szorzatot a megfelelő helyiértékkel ellátjuk. Ezt az eljárást a 5. táblázat készítésénél helytakarékosság érdekében tovább egyszerűsítettük azzal, hogy a középső tényezőt nem bontottuk fel (ellenkező esetben ugyanis 6*5*6=180 elemi szorzatot kellett volna kezelnünk). Mielőtt azonban az említett táblázat magyarázatára rátérnénk, talán érdemes a kezdeti lépéseket részleteiben is nyomon követni.

A 4. táblázat tulajdonképpen egy három-bemenetű táblázat, amelyben az első tényező betűi a sorokban, a harmadiké pedig az oszlopokban szerepelnek, míg a második tényező egy-egy betűje (C, D, X, I) a táblázat bal-felső sarkaiban található.

4. táblázat. Részleges művelet-táblázat, kvaternió-vektor-kvaternió ikerszorzáshoz

C	Ḅ	Ṃ	ọ	Ḻ	ọ	Ẓ
Ạ	IR	U	@	X	L	O
Ẓ	U	JZ	@	I@	S	TM
ọ	@	@	@	@	@	@
X̱	X	I@	@	KV	G	R@
ọ	L	S	@	G	C	K
Ṃ	O	TM	@	R@	K	JZ

D	Ḅ	Ṃ	ọ	Ḻ	ọ	Ẓ
Ạ	JT	Z	@	FT	M	M
Ẓ	Z	IM	@	NG	G	RZ
ọ	@	@	@	@	@	@
X̱	FT	NG	@	E@	FL	YE
ọ	M	G	@	FL	D	E
Ṃ	M	RZ	@	YE	E	IM

X	Ḅ	Ṃ	ọ	Ḻ	ọ	Ẓ
Ạ	UO	GE	@	JT	RI	EG
Ẓ	GE	BZ	@	TG	O	AM
ọ	@	@	@	@	@	@
X̱	JT	TG	@	X@	L	JE
ọ	RI	O	@	L	X	U
Ṃ	EG	AM	@	JE	U	BZ

I	Ḅ	Ṃ	ọ	Ḻ	ọ	Ẓ
Ạ	FC	BM	@	BV	O	AZ
Ẓ	BM	DZ	@	AE	E	HM
ọ	@	@	@	@	@	@
X̱	BV	AE	@	DQ	T	BG
ọ	O	E	@	T	I	G
Ṃ	AZ	HM	@	BG	G	DZ

A három-bemenetű táblázatra azért van szükség, hogy a forgatást (vagyis a tárgyalt transzformációt) mint egy rendkívül hasznos geometriai (geodéziai, fotogrammetriai, kartográfiai stb.) műveletet egyetlen lépésben is végre lehessen hajtani. A mai számítógépek, illetve programnyelvek már eleve ilyen párhuzamos (vagy párhuzamosított) feladat-megfogalmazást tesznek lehetővé, ill. igényelnek.

1. lépés (az 1. elemi szorzat létrehozásához)

Ạ x C x Ḅ NB. kiválasztott számjegyek
KB= 1 0 0 1 = Ạ NB. helyiértéke = 5
V = 0 1 0 0 = C NB. helyiértéke = 4
KJ= _1 0 0 1 = Ḅ NB. helyiértéke = 5
KB x V x KJ = NB. (lásd a 4. táblázatot)
0 0 2 = IR NB. helyiértéke = 5 + 4 + 5 = 14
0 0 2 * 3^14 = IR@@@@@@@@@@@@@@ NB. helyiértékének figyelembevételével

2. lépés (a 2. elemi szorzat létrehozásához)

Ạ x C x M̥ NB. kiválasztott számjegyek
KB= 1 0 0 1 = Ạ NB. helyiértéke = 5
V= 0 1 0 0 = C NB. helyiértéke = 4
KJ= 1 1 1 0 = M̥ NB. helyiértéke = 4
KB x V x KJ = NB. (lásd a 4. táblázatot)
0 1 _1 = U NB. helyiértéke = 5 + 4 + 4 = 13
0 1 _1 * 3^13 = U@@@@@@@@@@@@@ NB. helyiértékének figyelembevételével

3. lépés (a 3. elemi szorzat létrehozásához)

Z̥ x C x B̟ NB. kiválasztott számjegyek
KB= _1 _1 _1 0 = Z̥ NB. helyiértéke = 4
V= 0 1 0 0 = C NB. helyiértéke = 4
KJ= _1 0 0 1 = B̟ NB. helyiértéke = 5
KB x V x KJ = NB. (lásd a 4. táblázatot)
0 1 _1 = U NB. helyiértéke = 4 + 4 + 5 = 13
0 1 _1 * 3^13 = U@@@@@@@@@@@@@ NB. helyiértékének figyelembevé-telével

4. lépés (a 4. elemi szorzat létrehozásához)

Z̥ x C x M̥ NB. kiválasztott számjegyek
KB= _1 _1 _1 0 = Z̥ NB. helyiértéke = 4
V= 0 1 0 0 = C NB. helyiértéke = 4
KJ= 1 1 1 0 = M̥ NB. helyiértéke = 4
KB x V x KJ = NB. (lásd a 4. táblázatot)
2 _1 2 = JZ NB. helyiértéke = 4 + 4 + 4 = 12
2 _1 2 * 3^12 = JZ@@@@@@@@@@@@ NB. helyiértékének figyelembevételével

NB. az első négy részletszorzat

0 0 2 * 3^14 =	0	0 9565938 = IR@@@@@@@@@@@@@@ =	IR
0 1 _1 * 3^13 =	0	4782969 _4782969 = U@@@@@@@@@@@@@ =	U
0 1 _1 * 3^13 =	0	4782969 _4782969 = U@@@@@@@@@@@@@ =	U
2 _1 2 * 3^12=1062882		_531441 1062882= J Z@@@@@@@@@@@@ =	J Z

. . . .

Hasonlóan állíthatjuk elő mind a 180 elemi szorzatot. Ha azonban a középső szorzótényezőt nem bontjuk különálló számjegy-betűire, hanem – kizárólag a publikálhatóság kedvéért – egyetlen mennyiségnek tekintjük, akkor nem elemi szorzatokat, hanem csupán (esetünkben 36 darab 5-6-jegyű) „hagyományos” részletszorzatot kapunk (mint az 5. táblázat 1, oszlopában), sőt ez a szám még tovább is csökkenthető 6*7/2 = 21-re. Észrevehetjük ugyanis, hogy azokban az esetben, amikor a harmadik kiválasztott számjegy nem az elsőnek a konjugáltja (amint az az előbbi számítás 2. és 3. lépésében látható), akkor ugyanaz az elemi szorzat mindig kétszer fog előfordulni: egyszer, amikor az i-edik betű áll baloldali tényezőként és a j-edik betű konjugáltja jobboldaliként, másodszor pedig fordítva, a j-edik betű lesz baloldalon és az i-edik konjugáltja jobboldalon. Természetes, hogy ilyenkor elég csak az egyik elemi szorzatot kiszámolni, majd annak értékét 2-vel megszorozni (megint csak a publikálhatóság egyszerűsítése végett). Számítógépes végrehajtásnál véleményünk szerint már a „hagyományos” részletszorzatok képzése is teljesen fölösleges, magukat a helyiérté-kekkel ellátott elemi szorzatokat párhuzamos (vagy kvázi-párhuzamos) kiindexelésük után egyetlen utasítással ugyancsak egy lépésben célszerű párhuzamosan összeadni.

5. táblázat. Számpélda térbeli hasonlósági transzformációra vektor-aritmetikával és anélkül

CCDXI forg A̟Z̥o̥X̠o̟M̥	9114	_2	forgatás	163 _89 _89 237

Koordináták nélkül	X	Y	Z	Koordinátákkal	X	Y	Z	S
I@SKLC	18	4	228	*59049=	1062882	236196	13463172	
UFCKIZ	_10	188	_232	19683	_196830	3700404	_4566456	
@	0	0	0	6561	0	0	0	
JFHLRZ	215	_100	248	6561	1410615	_656100	1627128	
X@OTCQ	_10	_268	_224	2187	_21870	_586116	_489888	
@	0	0	0	2187	0	0	0	
L@SQFU	18	232	224	729	13122	169128	163296	
I@TMMFG	_44	32	684	729	_32076	23328	498636	
@	0	0	0	729	0	0	0	
OCFSRM	10	_188	232	243	2430	_45684	56376	
S@ONZG	232	_22	_210	243	56376	_5346	_51030	
@	0	0	0	243	0	0	0	
TMGEUD	_430	200	_496	81	_34830	16200	_40176	
@	0	0	0	81	0	0	0	
NFXXDQ	_241	128	208	81	_19521	10368	16848	
@	0	0	0	27	0	0	0	
G@KRQJ	214	_246	22	27	5778	_6642	594	
R@JZZCE	44	_32	_684	9	396	_288	_6156	
CCDXI	9	114	_2	9	81	1026	_18	
K@UYME	_232	22	210	3	_696	66	630	
JFHLRZ	215	_100	248	1	215	_100	248	
IUPYDKUIVICRG@WZ	részletszorzatok			helyiértékek	2246072	2856440	10673204	

CCDXI – *amit* forgatunk (ALFA27 számrendszerben)

$\underset{+}{A}\underset{\circ}{Z}\underset{\circ}{o}\underset{-}{X}\underset{+}{o}\underset{\circ}{M}$ – *amivel* forgatunk (ALFA81 számrendszerben)

IUPYDKUIVICRG@WZ – *amit* eredményül kaptunk (ALFA27-ben)

Kiinduló adatok :

Vektor (forgatás előtt) = 9 114 _2
Vektor (forgatás után) = 2246072 2856440 10673204
Nagyítás = 98580
Egységkvaternió = 0.519150405 _0.283462491 _0.283462491 0.754838319
Forgásszög = 81.97751101 fok = 81° 58' 39.042"
Forgástengely egységvektora = 0.7914953141 _0.4321661531 _0.4321661531
Forgástengellyel bezárt szög (forgatás előtt és után) = 111.15638 fok = 111° 09' 21.6"

Magyarázat:
Szimmetrikus hármas számrendszerre való áttérés
X= 9 = 1 0 0 = 3^2 = 9 = 9
Y= 114 = 1 1 1 2 0 = - 3^4 + 3^3+ 3^2 - 3^1 = 81 + 27 + 9 - 3 = 114
Z= _2 = 2 1 = _1* 3^1 + 3^0 = _3 + 1 = -2
A koordináták egyesítése
X= 9 = 1 0 0 * 1 = 1 0 0
Y= 114 = 1 1 1 2 0 * 3 = 3 3 3 6 0
Z= _2 = 2 1 * 9 = 18 9
----
3 3 4 24 9 betűsorszámok a vektor-ábécében

vabc[3 3 4 24 9]
CCDXI a kiindexelt betűk

Szimmetrikus hármas számrendszerre való áttérés
X= 163 = 1 2 0 0 0 1 = 3^5 - 3^4 + 3^0 = 243 - 81 + 1 = 163

Y= _89 = 0 2 0 2 0 1 = - 3^4 - 3^2 + 3^0 = -81 - 9 + 1 = -89
Z= _89 = 0 2 0 2 0 1 = - 3^4 - 3^2 + 3^0 = -81 - 9 + 1 = -89
S= 237 = 1 0 0 2 1 0 = 3^5 - 3^2 - 3^1 = 243 - 9 + 3 = 237

A koordináták egyesítése

X= 163 = 1 2 0 0 0 1 * 1 = 1 2 0 0 0 1
Y= _89 = 0 2 0 2 0 1 * 3 = 0 6 0 6 0 3
Z= _89 = 0 2 0 2 0 1 * 9 = 0 18 0 18 0 9
S= 237 = 1 0 0 2 1 0 * 27 = 27 0 0 54 27 0
\-
28 26 0 78 27 13 sorszámok a kvaternió-ábécében

Qabc[28 26 0 78 27 13]

$\underset{+}{A}\underset{\circ}{Z}\underset{\circ}{o}\underset{-}{X}\underset{+}{o}\underset{\circ}{M}$ a kiindexelt betűk

A decimális rendszerbeli forgatást - összehasonlítás céljából - háromféle módon is bemutatjuk.

```
q = [X Y Z S] = [    163      _89       _89 237]  <  amivel forgatunk
v = [x y z s] = [      9      114        _2   0]  <  amit   forgatunk
w = [x y z s] = [2246072 2856440 10673204   0]  <  forgatás után
```

1. A klasszikus megoldás (224 elemi műveletet igényel): 128 szorzást és 96 összeadást

eredmény (W) baloldali (B) (V) jobboldali (J)

$$W = \begin{bmatrix} +S & -Z & +Y & -X \\ +Z & +S & -X & -Y \\ -Y & +X & +S & -Z \\ +X & +Y & +Z & +S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +S & -Z & +Y & -X \\ +Z & +S & -X & -Y \\ -Y & +X & +S & -Z \\ +X & +Y & +Z & +S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} +S & -Z & +Y & -X \\ +Z & +S & -X & -Y \\ -Y & +X & +S & -Z \\ +X & +Y & +Z & +S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} +S & -Z & +Y & -X \\ +Z & +S & -X & -Y \\ -Y & +X & +S & -Z \\ +X & +Y & +Z & +S \end{bmatrix},$$

W B V J

$$W = \begin{bmatrix} 0 & \_10673204 & 2856440 & \_2246072 \\ 10673204 & 0 & \_2246072 & \_2856440 \\ \_2856440 & 2246072 & 0 & \_10673204 \\ 2246072 & 2856440 & 10673204 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 237 & 89 & \_89 & \_163 \\ \_89 & 237 & \_163 & 89 \\ 89 & 163 & 237 & 89 \\ 163 & \_89 & \_89 & 237 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 114 & \_9 \\ \_2 & 0 & \_9 & \_114 \\ \_114 & 9 & 0 & 2 \\ 9 & 114 & \_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 237 & \_89 & 89 & 163 \\ 89 & 237 & 163 & \_89 \\ \_89 & \_163 & 237 & \_89 \\ \_163 & 89 & 89 & 237 \end{bmatrix}$$

$w = [2246072 \quad 2856440 \quad 10673204]$ az elforgatott vektor (W utolsó sora)

2. Megoldás forgató-mátrix nélkül (41 elemi művelet): 24 szorzás és 17 összeadás

baloldali(b) jobboldali(j) (v)

$$w = \begin{bmatrix} +S & -Z & +Y & +X \\ +Z & +S & -X & +Y \\ -Y & +X & +S & +Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} +S & -Z & +Y \\ +Z & +S & -X \\ -Y & +X & +S \\ +X & +Y & +Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix},$$

w b j v

$$w = [2246072 \quad 2856440 \quad 10673204] = \begin{bmatrix} 237 & 89 & \_89 & 163 \\ \_89 & 237 & \_163 & \_89 \\ 89 & 163 & 237 & \_89 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 237 & 89 & \_89 \\ \_89 & 237 & \_163 \\ 89 & 163 & 237 \\ 163 & \_89 & \_89 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 \\ 114 \\ \_2 \end{bmatrix}$$

3. Megoldás forgató-mátrixszal (63 illetve 15 elemi művelet): 36 szorzás és 27 összeadás

baloldali(b) jobboldali(j)

$$\text{fm} = \begin{bmatrix} +S & -Z & +Y & +X \\ +Z & +S & -X & +Y \\ -Y & +X & +S & +Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} +S & -Z & +Y \\ +Z & +S & -X \\ -Y & +X & +S \\ +X & +Y & +Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} SS-ZZ-YY+XX & 2(XY-SZ) & 2(XZ+SY) \\ 2(XY+SZ) & SS-XX-ZZ+YY & 2(ZY-SX) \\ 2(XZ-SY) & 2(ZY+SX) & SS-YY-XX+ZZ \end{bmatrix}$$

fm b j

$$\text{fm} = \begin{bmatrix} 66896 & 13172 & -71200 \\ -71200 & 29600 & -61420 \\ 13172 & 93104 & 29600 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 237 & 89 & -89 & 163 \\ -89 & 237 & -163 & -89 \\ 89 & 163 & 237 & -89 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 237 & 89 & -89 \\ -89 & 237 & -163 \\ 89 & 163 & 237 \\ 163 & -89 & -89 \end{bmatrix}$$

w fm v

$$\text{w} = \begin{bmatrix} 2246072 & 2856440 & 10673204 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 66896 & 13172 & -71200 \\ -71200 & 29600 & -61420 \\ 13172 & 93104 & 29600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 \\ 114 \\ -2 \end{bmatrix}$$ 9 szorzás és 6 összeadás.

7 Összefoglalás

Az adatábrázolás módját többféle szempont egyidejű érvényesítésének kompromisszuma határozza meg. Egyik ilyen szempont, amit az ábrázolással szemben megkívánhatunk, hogy szinte maga-magáról beszéljen, mint ahogy azt a helymeghatározó adatok esetében a koordináták előjelei is teszik. Az általunk ismertetett és javasolt *negabináris,* ill. *szimmetrikus hármas számrendszereken* alapuló helymeghatározó adatok - noha nem használnak semmiféle előjelet - kezdőbetűjük alapján nem *térnyolcad* részletességgel határozzák meg egy-egy pont helyét, hanem *térhuszonhatod* felbontóképességgel. Másik ilyen szempont az egyre korszerűsödőbb számítógépek egyre növekedő csatornakapacitásának jobb kihasználása. További szempont, hogy a háromdimenziós környezetünkhöz való illeszkedés adatszerkezeteinkben mennyire jut kifejezésre. A javasolt számrendszerek lehetővé tennék, hogy a vektor-algebra kiterjesztésével, illetve általánosításával *vektor-aritmetikát* használjunk a koordináták párhuzamos alkalmazása helyett. A továbblépést az is jelentheti, ha az X, Y, Z hármast egy negyedik koordináta hozzáintegrálásával - mely akár forgásszög, akár idő-adat is lehet - a világ valósága(i)hoz jobban közelítjük. Ezért hoztuk létre a négydimenziós ALFA81 számrendszert a négydimenziós kvaternió-algebrának *kvaternió-aritmetikává* történő kiterjesztésével, amikor a térbeli hasonlósági transzformáció példája mellett döntöttünk.

Hivatkozások

Bell SBM, Mason DC (1990): Tesseral quaternions for the octtree, The Computer Journal, 33; 5, 386-397.

Halmos F, Kádár I (1972): Simpler Solution for Solving Fundamental Problems in Geodesy. International Symposium on Satellite and Terrestrial Triangulation, Graz, June 1-2 1972. Mitteilungen der Geod. Institut der Technische Hochschule in Graz, Folge 11, Part II. 333-346.

Halmos F, Kádár I, Karsay F (1971): Geodaetische Rechnungen in der eindimensionalen Ebene- und Raumkoordinaten-Systemen, Internationale Konferenz über Rechnentechnik in der Geodaesie, Sofia 7-11 Oktober 1-36.

Halmos F, Kádár I, Karsay F (1972): Egydimenziós sík- és térkoordináta-rendszerek. Pályamunka. Magyar Tudományos Akadémia szept. 14. 94.

Halmos F, Kádár I, Karsay F (1973a): A koordináták információtartalma és szerkezete. Geodézia és Kartográfia 25, 4, 241-248.

Halmos F, Kádár I, Karsay F (1973b): Egydimenziós sík- és térkoordináta-rendszerek. Geodézia és Kartográfia 25, 5, 325-337.

Halmos F, Kádár I, Karsay F (1973c): One dimensional plane and spatial coordinate systems. Földmérési Intézet, Budapest.

Halmos F, Kádár I, Karsay F (1974a): Geodéziai számítások egydimenziós sík- és térkoordináta-rendszerekben. Geodézia és Kartográfia 26; 1, 13-27.

Halmos F, Kádár I, Karsay F (1974b): Szatellita-geodéziai és egyéb geodéziai feladatok megoldása közvetlen vektor- és mátrix-aritmetikákkal feladat-orientált számrendszerekben. Az EFE 1974 évi kutatási beszámoló jelentése, Sopron 262-265.

Halmos F, Kádár I, Karsay F (1975): The solution of satellite geodetical and other geodetical problems with direct vector and matrix arithmetics in problem-oriented number-systems, Nabljudenija Iskustvenni'h Sputnikov Zemli, No. 15, 1975 (Publikacija Nauchni'h Rezultatov Szotrudnicsesztva Interkoszmos, Astronomiceskij Sovjet Akademii Nauk SSSR, Moskva) 492-520. (in russian)

Halmos F, Kádár I, Karsay F (1976a): Szatellita geodéziai és egyéb geodéziai feladatok megoldása közvetlen vektor-mátrix aritmetikával feladat-orientált számrendszerekben. Kozmikus geodéziai szemináriumok. I. kötet. Budapest. MTESZ Központi Asztronautikai Szakosztálya 81-134.

Halmos F, Kádár I, Karsay F (1976b): The Solution of satellite geodetical and other geodetical problems with direct vector and matrix-arithmetics in problem-oriented number-systems. Nabljugyenyija Iszkussztvennüh Szputnyikov Zemli No.15 1975. Publikacija Naucsnüh Rezultatov Szotrudnyicsesztva Interkoszmosz, Asztronomicseszkih. Szovjet Akademii Nauk SzSzSzR, Moszkva. 492-520.

Halmos F, Kádár I, Karsay F (1977): The Solution of Satellite Geodetical and Other Geodetical Problems with Direct Vector and Matrix Arithmetics in Problem-Oriented Number-Systems, Mitteilungen aus dem Institut fur Theoretische Geodaesie der Universitaet Bonn. 48, 1-82.

Hilbert D (1891): Über die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flächenstück, Mathematische Annalen 38, 459-460.

Hmelnik SzI (1969): Kodirovanie vektorov, Kibernetika, Kiev, 5, 54-57.

Homoródi L (1961): Szarka Zoltán: A mátrixszámítás kiegyenlítő számítási alkalmazásai. Szakirodalom, Geodézia és Kartográfia, 304-305.

Kádár I (1973): Korszerű számrendszerek és koordinátarendszerek alkalmazása a geodéziában. Előadás Pencen, az OFTH FÖMI Kozmikus Geodéziai Obszervatóriumában (dec. 18).

Kádár I (1977a): Az EOTR fejlesztésének lehetőségei. EFE FFFK Tudományos ülése (dec. 16).

Kádár I (1977b) Számítógépes lehetőségek az egykoordinátás rendszerek alkalmazásához. Előadás. FÖMI KGO, Penc (febr. 8).

Kádár I (1982a): Térbeli geometriai feladatok megoldása alfavektoriális rendszerben. GKE előadás, Békéscsaba, feb. 5.

Kádár I (1982b) Térbeli geometriai feladatok megoldása alfavektoriális rendszerben. TIT előadás, Bicske, máj. 26.

Kádár I (1985): Mik a legfontosabb teendőink geodéziai térszemléletünk módosításához. Továbbképző előadások absztraktjai, FÖMI KGO, Penc, 17. old.

Kádár I (1992): Eredményközpontú aritmetikák. Előadás. BME Villamosmérnöki Kar Folyamatszabályozási Tanszék (márc 10).

Kádár I (2002): Kísérletek a Virtuális valóságot modellező (VRML) nyelvvel. Geomatika, Sopron. 215-252.

Kádár I, Busics Gy, Papp E (1996): GPS data integration by simulated vector arithmetics in J. J User Conference, Toronto, Ontario, June 24-25.

Knuth DE (1960): An Imaginary Number System, Communications of the ACM, 3; 4, 245-247.

Knuth DE (1987): A számítógép-programozás művészete 2. kötet, Műszaki Könyvkiadó, Budapest 199. old.

Szarka Z (1961): A mátrixszámítás kiegyenlítő számítási alkalmazásai. Felsőoktatási Jegyzetellátó V. Budapest.

Geomatikai Közlemények X., 2007

DIGITÁLIS DOMBORZATMODELLEK TÁROLÁSÁNAK HATÉKONY MÓDSZEREI

*Nagy Gábor**

Effective methods of Digital Elevation Model storage – *This article shows two methods for powerful storage of grid (GRID) and triangulated irregular network (TIN) elevation models. These methods are usable not only for Digital Elevation Model (DEM) storage, but also for uniform processing of different types of DEMs.*

Keywords: Digital Elevation Model (DEM)

Ez a cikk egy-egy eljárást mutat be a négyzetrács (GRID) illetve a szabálytalan háromszögháló (TIN) típusú domborzatmodellek tárolásának hatékonnyá tételére. Az eljárásokkal nem csak a felületekre vonatkozó információkat tartalmazó adathalmazok indexelésére nyílik lehetőség, hanem a különféle típusú domborzatmodellek egységes kezelésére is.

Kulcsszavak: Digitális domborzatmodell (DDM)

1 Bevezetés

Minden digitális formában tárolt anyag esetében fontos az adatok tárolásának megfelelőképpen átgondolt megtervezése, hiszen ez az adatokon végzett minden későbbi művelet szempontjából meghatározó. A digitális domborzatmodellek hatékony tárolása alatt többféle dolgot is érthetünk. A hatékonyság egyik mutatója lehet, hogy a domborzat adatait mekkora méretű állományban tudjuk tárolni; a másik pedig az, hogy a domborzaton végzett különféle műveleteket milyen gyorsan tudjuk végrehajtani. A két szempont általában egymással ellentétesen működik, mivel a tömörítve tárolt adatok dekódolása időt, a kereséseket gyorsító indexek tárolása pedig helyet igényel; így mindig az adott céltól és a lehetőségektől függően kell megválasztani az alkalmazott technológiát.

A következőkben egy-egy olyan módszert mutatunk be, melyek segítségével a GRID illetve a TIN típusú domborzatmodelleken végzett műveletek jelentős gyorsítására nyílik lehetőség. Ezt mindkét esetben olyan gyors előszűrések biztosítják, melyek leválogatják a felületeknek egy adott geometriai feltétel szempontjából érdekes részeit.

2 Piramis index alkalmazása szélsőértékekkel

A piramis index egy jól ismert és széleskörűen alkalmazott módja a nagyméretű képek kezelésének. Lényege, hogy a képet többféle felbontásban tároljuk, és ezek közül mindig a megjelenítés méretarányának leginkább megfelelőt használjuk. Az egymást követő felbontások általában az eredeti felbontás ½, ¼, … $1/2^n$ részei. A módszer onnan kapta nevét, hogy felfelé haladva az egyes szintek felbontása (és ezáltal az adathalmaz mérete) piramisszerűen egyre kisebb lesz.

Az egyes szintek képeinek egy eleméhez az eggyel nagyobb felbontású kép négy eleme rendelhető. Ezzel a hozzárendeléssel fa gráfok jönnek létre. A viszony az elemek elhelyezkedéséből ered, külön tárolni szükségtelen.

A piramis indexet általában nagyméretű képek nagyságrendileg különböző méretarányokban történő megjelenítéséhez használják, ilyenkor ennek megfelelően az indexképek raszterjei az eredeti kép helyileg megfeleltethető raszterjeiben lévő értékek számtani középértékét tárolják. Ez a digitális domborzatmodellek esetében egyébként a térfogatszámítások gyorsítására használható fel, mivel az átlagos magasságot a raszter alapterületével megszorozva egyszerűen kapjuk a felületdarab alatti térfogatot.

Piramis index készíthető olyan módon is, hogy az egyes indexképek elemeiben a legkisebb és legnagyobb értékeket, vagyis a raszternek megfeleltethető felületdarab legmagasabb és legalacsonyabb pontjának magasságait tároljuk, ami által a domborzatmodell felületdarabjainak

**Nyugat-Magyarországi Egyetem Geoinformatikai Kar, Térinformatika Tanszék*
E-mail: ng@geo.info.hu

befoglaló téglatestjeihez jutunk. A téglatest vízszintes kiterjedése az elem elhelyezkedéséből következik.

Egy piramis index mérete az eredeti kép méretének harmada, de mivel itt kétféle adatot is tárolunk, a méret az eredeti kép kétharmada lesz. Az index méretének csökkentése érdekében predikciós tömörítés alkalmazható, amelynél várt értéknek az eggyel kisebb felbontású kép helyileg megfeleltethető értékét vesszük. Mivel szélsőértékekről van szó, a négy nagyobb felbontású elem közül legalább egy értékének meg kell egyeznie a várt értékkel, a többi pedig csak kisebb vagy nagyobb lehet nála, attól függően, hogy a maximumokat vagy a minimumokat tároló indexről van-e szó.

A bemutatott módszert használva, az egyes indexképek számításakor a kisebb felbontásból a nagyobb felé haladva tudjuk meghatározni az értékeket. Mivel az előszűrések során is ilyen irányban haladunk, elég az indexeknek csak azon értékeit kiszámítani, amelyek az előszűrés során megvizsgált befoglaló idomokhoz tartoznak.

Az indexeknek a fenti módon történő tömöríthetőségét egy Székesfehérvár környékén kijelölt tesztterületen (575500 < Y < 627000 és 190000 < X < 242000 EOV koordináták által határolt téglalap) próbáltam ki, melyen sík és tagolt domborzatú területek vegyesen találhatóak. A vizsgálatokhoz egy az SRTM adatokból (Timár et al. 2003) levezetett (EOV rendszerbe transzformált) 100 méteres felbontású domborzatmodellt használtam.

A tesztterület 100 méteres felbontású domborzatmodelljéből 200, 400, 800, 1600, 3200 és 6400 méteres felbontású raszter állományokat készítettem, melyek raszterjei az általuk lefedett területdarab legmagasabb illetve legalacsonyabb pontjának magasságait tartalmazták. A következő lépésben megvizsgáltam a 100 - 3200 méteres felbontású állományok értékeit, hogy mennyire térnek el az eggyel kisebb (200 – 6400 méteres) felbontású képnek az adott területre vonatkozó értékeitől. Az így kapott adathalmazoknak, mivel a vizsgált kérdés a tömöríthetőség volt, számítottam az entrópiáját.

Az 1. táblázat a kapott entrópia értékeket foglalja össze. Jól látható, hogy az entrópia a felbontás csökkenésével növekszik, és hogy ez a növekedés a maximális értékeknél jelentősebb mint a minimális értékeknél.

1. táblázat. Az entrópiák számított értékei a tesztterületen

	100	*200*	*400*	*800*	*1600*	*3200*
MIN	3.27	3.78	4.23	4.62	4.92	4.85
MAX	3.29	3.84	4.36	4.87	5.37	5.48

Ezek a jelenségek a domborzat jellemzőiből következnek, hiszen egy nagyobb területen nagyobb magassági eltérések adódhatnak. Az egyes területek legalacsonyabb pontjai völgyekben, legmagasabb pontjai csúcsokban helyezkednek, melyek közül az előbbiek magassága kevésbé változatos.

3 R-fa index 2+1 dimenzióban

Az R-fa index egy vektoros térinformatikai adatok térbeli feltételek alapján való gyors előszűrésére kidolgozott térbeli index. Lényege, hogy egy olyan fa típusú gráfot hoz létre, amelynek csomópontjaihoz téglalapokat (3D adattárolás esetén téglatesteket) rendel úgy, hogy az egyes csomópontok téglalapjai teljes egészében tartalmazzák a belőlük kiágazó csomópontok téglalapjait, a fa levelein pedig az indexelendő objektumok befoglaló téglalapjai helyezkednek el. A módszerrel kapcsolatban az első publikáció (Guttman 1984) óta számos cikk született, sokféle változatát dolgozták ki. A témával egy külön honlap is foglalkozik (http://www.rtreeportal.org), ahonnan számos az R-fa indexszel kapcsolatos publikációt és programkódot lehet letölteni.

Az R-fa index alkalmas a TIN (Triangulated Irregular Network – Szabálytalan Háromszögháló) típusú domborzatmodellek (Peucker 1978) háromszög lapjainak tárolására is. A lényegében tetszőleges dimenziószám esetén alkalmazható indexelési módszernek ebben az esetben a háromdimenziós változatát lenne kézenfekvő használni, de domborzat és a modellezésére használt TIN háló több olyan tulajdonsággal is rendelkezik, amely ennek a döntésnek az átgondolására késztet.

Egy domborzatmodell kiterjedése általában több nagyságrenddel nagyobb vízszintes, mint magassági értelemben. További fontos tulajdonság, hogy a háromszögháló elemeinek a vízszintes vetületei hézag és átfedés mentesen fedik le a síkot. A magassági adatok ennek ellenére nagyon fontos információt hordoznak.

Az R-fa index kialakításának és kezelésének egy lényeges pontja a csomópontok szétvágása. Erre akkor van szükség, ha a csomópontból induló élek száma egy új él beszúrását követően meghaladná a maximálisan tárolható értéket. Ilyenkor a csomópont elemeit szétválogatjuk két egymástól a térben lehetőleg minél jobban elkülönülő csoportra, és az így létrejövő két új csomópontot a régi helyett bejegyezzük abba a csomópontba, ahonnan az származott. Ha ezzel ebben a csomópontban is betelik a hely, a vágást rekurzívan folytatjuk, felfelé haladva a fában.
A csomópontok vágására sokféle algoritmust dolgoztak ki. Már az R-fa indexet elsőként ismertető cikk (Guttman 1984) is több lehetséges módszert kínált fel. Ezeknek a módszereknek általában közös tulajdonsága, hogy végrehajtásuk a dimenziószám növelésével egyre több időt vesz igénybe.

A TIN típusú digitális domborzatmodellek háromszögeinek R-fa index segítségével történő tárolása esetén lehetőség van arra, hogy a fa kialakításakor, tehát a csomópont vágások végrehajtásakor, csak a befoglaló idomok vízszintes helyzetét vegyük figyelembe; viszont a befoglaló idomok adatai között már a magassági információkat, vagyis a téglatest alsó és felső lapjának magasságait is tároljuk.

Az így kapott 2+1 dimenziós R-fa segítségével elvégezhető minden olyan művelet, ami egy három dimenziós R-fával, viszont annál gyorsabban kezelhető, mivel a csomópont vágásokat csak két dimenzióban kell elvégezni.

4 Összefoglalás

A cikk két olyan módszert ismertet, amelyek segítségével a digitális domborzatmodellek tárolása hatékonyabbá tehető. A piramis index szélsőértékekkel történő használata a GRID típusú, a 2+1 dimenziós R-fa pedig a TIN típusú digitális domborzatmodelleknél használható.

A két bemutatott módszer számos közös jellemzővel rendelkezik. Mindkét esetben egy fa gráfot kezelünk, mely minden csomópontjához a felület egyes darabjainak befoglaló téglatestjeit rendeljük. A gráf irányított élei azt fejezik ki, hogy annak a csomópontnak a befoglaló téglalapja, ahonnan az él indul, teljes egészében tartalmazza annak a csomópontnak a befoglaló téglalapját, ahova az él mutat. A leveleken elemi felületdarabkák helyezkednek el. Ezek a TIN esetében háromszögek, a GRID esetében pedig négyszögek.

A fenti hasonlóságok lehetővé teszik, hogy a bemutatott módszerek a korábban már ismertetett előnyeiken túl a két különböző típusú digitális domborzatmodell egységes kezelését is lehetővé tegyék.

Köszönetnyilvánítás. Ez a cikk munkahelyemnek, a Nyugat-Magyarországi Egyetem Geoinformatikai Karának támogatásával jött létre.

Hivatkozások

Guttman A (1984): R-trees: a dynamic index structure for spatial searching. j-SIGMOD, 14; 2, 47-57.

Peucker T (1978): The Triangulated Irregular Network. Proc. of the Digital Terrain Models (DTM) Symposium, St. Louis, 516-540.

Timár G, Telbisz T, Székely B (2003): Űrtechnológia a digitális domborzati modellezésben: az SRTM adatbázis. Geodézia és Kartográfia 12, 11-15.

VERTIKÁLIS GRAVITÁCIÓS GRADIENS MEGHATÁROZÁS EÖTVÖS-INGA MÉRÉSEK HÁLÓZATÁBAN

*Tóth Gyula**

Vertical gravity gradient interpolation in a grid of Eötvös torsion balance measurements *– Vertical gradient of gravity (VG) cannot be measured by the Eötvös torsion balance. In this paper, however it is shown how to interpolate VG differences in a network of torsion balance measurements. The feasibility of the proposed approach is verified by test computations.*

Keywords: vertical gravity gradient, interpolation, Eötvös torsion balance, gravity field

Az Eötvös-inga által mért mennyiségek között nem szerepel a vertikális gravitációs gradiens értéke. A tanulmányban megmutatjuk, hogyan interpolálható a vertikális gravitációs gradiens változása Eötvös-inga mérési hálózatokban. A módszer alkalmazhatóságát teszt számításokkal igazoljuk.

Kulcsszavak: vertikális gravitációs gradiens, Eötvös tenzor, interpoláció, nehézségi erőtér

1 Bevezetés

A nehézségi erőtér helyi jellegzetességeinek vizsgálatában, de más geodéziai és geofizikai alkalmazásokban is fontos szerepük van a nehézségi térerősség gradienseinek. Ezeket az Eötvös-tenzor tartalmazza. A tenzor 9 eleme közül (külső térben, ahol érvényes a Laplace-egyenlet) szimmetria okok miatt csak 5 elem független. Az Eötvös-ingával ebből 4 mérhető néhány Eötvös (1 Eötvös = 10^{-9} s^{-2}) pontossággal. Haalck (1950) megmutatta azt, hogy a hiányzó ötödik elem (a vertikális gravitációs gradiens, VG) változása előállítható csupán az ingával mért mennyiségek függvényében, mert a harmadik potenciál deriváltak szintjén már megvan a lineáris kapcsolat a Laplace-egyenlet miatt a VG és az ingával mérhető 4 elem deriváltjai között.

Az elmélet ismertetése után egy számpélda keretében bemutatjuk, hogyan alkalmazható a gyakorlatban ezen módszer Eötvös-inga mérések négyszöghálózatban történő VG interpolációjára. Foglalkozunk a gradiensek nemlineáris változásának kérdésével is. Ezután vázoljuk a tervezett kísérleti Eötvös-inga mérések hálózatát egy Makád környéki teszt területen, illetve az ingamérések hálózatában várható terephatást vizsgáljuk meg digitális terepmodell segítségével a hálózat 38 pontjában.

2 Elméleti háttér

Célunk az, hogy Eötvös-inga mérési pontok hálózatában minden pontban meghatározzuk a V_{zz} vertikális gradiens (VG) értékét. Ez az ingával közvetlenül nem mérhető. Viszont a Laplace-egyenlet segítségével lehetőség van meghatározni a hálózati pontokban a VG x, y és z irányú V_{zzx}, V_{zzy}, V_{zzz} megváltozásait. Így már egy közeli pontra a VG lineáris változását feltételezve a Δx, Δy, Δz koordináta-különbségek ismeretében a $\Delta T_{zz} = T_{zzx}\,\Delta x + T_{zzy}\,\Delta y + T_{zzz}\,\Delta z$ VG különbség előállítható. Mivel a számítás menetét részletesen ismerteti Tóth et al. (2005) illetve Völgyesi et al. (2005) az alábbiakban csak rövid összefoglalást adunk az eljárásról.

Az Eötvös-inga mérések különbségeire két pont között az alábbi 4 egyenletet tudjuk felírni 7 ismeretlenre:

*BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.
E-mail: gtoth@sci.fgt.bme.hu

$$\begin{bmatrix} \Delta V_\Delta \\ \Delta V_{xy} \\ \Delta V_{xz} \\ \Delta V_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y & 0 & 0 & \Delta z & -\Delta z & 0 \\ 0 & 0 & \Delta x & \Delta y & 0 & 0 & \Delta z \\ -\Delta z & 0 & 0 & -2\Delta z & \Delta x & 0 & \Delta y \\ 0 & \Delta z & -2\Delta z & 0 & 0 & \Delta y & \Delta x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{\Delta x} \\ V_{\Delta y} \\ V_{xyx} \\ V_{xyy} \\ V_{xzx} \\ V_{yzy} \\ V_{xyz} \end{bmatrix}. \qquad (1)$$

Ez természetesen még nem elég, de ha van a pontnak legalább két szomszédja, akkor már 8 egyenlet írható fel, ami elég a 7 ismeretlen kiszámításához. Több mint két szomszédos pont esetén természetesen még több egyenletből határozhatjuk meg a 7 ismeretlent.

Ezután a számunkra most szükséges 3 derivált (V_{zzx}, V_{zzy}, V_{zzz}) a 7 ismeretlenből az első 6 függvényében a Laplace-egyenlet deriváltjai segítségével már egyszerűen kiszámítható a következő összefüggés szerint:

$$\begin{bmatrix} V_{zzx} \\ V_{zzy} \\ V_{zzz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{\Delta x} \\ V_{\Delta y} \\ V_{xyx} \\ V_{xyy} \\ V_{xzx} \\ V_{yzy} \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Egy interpolációs hálózatban fiktív mérési eredménynek tekinthetjük az adott pont és bármely szomszédos hálózati pont között a VG különbségét, amit az (1) és (2) egyenletek segítségével az Eötvös-inga mérésekből (lineáris változás feltételezve) elő tudunk állítani, és a hálózatot ezekkel a fiktív mérési eredményekkel akár relatív értelemben, akár ismert abszolút VG értékek bevonásával abszolút értelemben kiegyenlíthetjük.

Az ingamérések feldolgozásakor az interpoláció szempontjából különbséget jelent az, hogy magukat a tényleges mérési eredményeket vagy pedig valamely referencia erőtérhez illetve geodéziai dátumhoz viszonyított eltéréseket használjuk fel. A tényleges mérések vonatkoztatási koordináta rendszere tengelyeinek iránya ugyanis a mindenkori helyi szintfelületi koordináta-rendszer (azaz a helyi függőleges irányhoz igazodó koordináta-rendszer) tengelyeivel azonos irányú. Az interpoláció szempontjából elvileg ezeket a méréseket egy közös referencia rendszerbe kell átszámítani, amelynek tengelyirányai már nem követik az erőtér szabálytalan változásait. Az alkalmazott geodéziai dátum tehát mind a normál (referencia) erőtér felvételében, mind annak tengelyirányaiban (ellipszoidi normális iránya) tükröződni fog. Ezt a kérdést részletesebben Hein (1981) vizsgálta meg.

2.1 Vertikális gradiens interpoláció négyszöghálózatban

A legkönnyebben az az eset kezelhető, amikor az ingamérések egy szabályos (x és y irányban nem feltétlenül azonos oldalhosszúságú) négyszöghálózat sarokpontjaiban vannak, és ezek közül egy vagy több pontban ismerjük a VG értékét is.

Az előzőekben mondottak szerint a rácsban bármely (i, j) sor és oszlop indexű és a vele szomszédos $(i \pm 1, j)$ vagy $(i, j \pm 1)$ indexű pont között ismert a ΔV_{zz} VG változás. Ha a hálózat minden pontjában történtek Eötvös-inga mérések (összesen N sor és M oszlop esetén NM pontban), akkor ez az élek kétszeres számával egyenlő $4NM - 2(N + M)$ fiktív mérési eredményt jelent a teljes hálózatban. Mivel a hálózat pontjainak száma (NM) jóval kevesebb, mint ahány méréssel rendelkezünk, ezért célszerű ismeretlennek a VG rácspontokban felvett értékeit tekinteni, és az ismert V_{zz} értékeket kényszerfeltételekként kezelni (IV. kiegyenlítési csoport).

Az alakmátrix felírása igen egyszerű, csak az ismeretleneket kell folyamatosan megszámoznunk (például a következő sorszámot bevezetve: $s = (i-1)M + j$). Ezek után az $\boldsymbol{A}$ alakmátrixnak abba a sorába, amely az adott négyszöghálózati (irányított) élhez (méréshez) tartozik, +1 és –1 fog kerülni a két rácspontbeli ismeretlenhez, illetve az $\boldsymbol{l}$ tisztatag vektorba maga a mérési eredmény.

A kényszerfeltételi egyenletek $\boldsymbol{C}$ mátrixa annyi sorral rendelkezik, ahány ismert VG értékünk van, és ennek a sornak az adott rácsponthoz (ismeretlenhez) tartozó értéke +1, míg a $\boldsymbol{w}$ vektornak az adott sorhoz tartozó eleme az ismert (mért) VG számértéke.

Korrelátás kiegyenlítéssel számolva, az alábbi megoldás írható fel, a $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{Ax} + \boldsymbol{l}$ és $\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$ jelölést használva (Detrekői 1991):

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PA} & -\boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{l} \\ \boldsymbol{w} \end{bmatrix} \tag{3}$$

A kiegyenlített ismeretlenek $\boldsymbol{x}$ vektora megadja az interpolációs hálózat összes pontjában a keresett vertikális gradienseket. Az ismeretlenek hibajellemzői (súlykoefficiens, variancia-kovariancia mátrixa) a IV. kiegyenlítési csoport szerint számítható.

2.2 A gradiensek nemlineáris változásának kérdése

A VG adott pontbeli változása a módszer alapgondolata szerint lineáris kapcsolatban van az ingával mérhető más gradiensek pontbeli változásaival, tehát szigorúan *lokális* módszer. Véges, nem elemi távolságokra történő alkalmazásához a fenti módszer szerint fel kell tételeznünk azt, hogy ezek a változások az adott pont *környezetében* is jellemzőek. Ez tehát klasszikus interpolációs/predikciós probléma, amelynek megoldásához számos eljárás közül választhatunk.

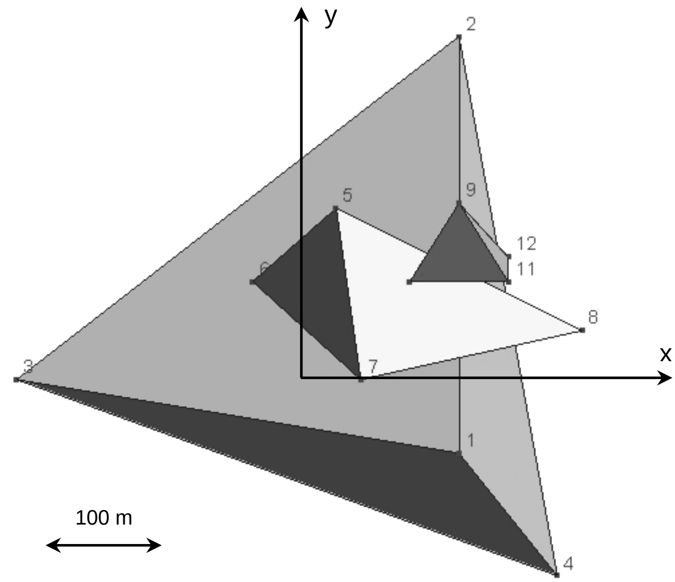
Az egyik lehetőségünk az, hogy alkalmas interpolációs eljárással besűrítjük a rácspontokat, illetve a sűrűbb rácsra interpolált gradienseket használjuk a számítás során. Másik lehetőség az, hogy alkalmas bázisfüggvényeket választunk, és a bázisfüggvények illesztése után analitikusan végezzük el az interpolációt. Célszerűségi okokból a bázisfüggvények gyakran kétváltozós polinomok. Lehetőségünk van e módszer keretében arra, hogy tetszőleges alakú szimplexek (két változó esetén háromszög alakú végeselemek) felett hajtsuk végre az interpolációt. Ennél a módszernél ügyelnünk kell a polinomok megfelelő (általában maximum ötödfokú) fokszámára is.

Egy további eljárás lehet az interpoláció (predikció) statisztikai problémaként való kezelése. Matematikai és mérésfeldolgozási szempontból ez a leghelyesebb módszer, mert egyrészt lehetőséget nyújt a mérési hibák modellezésére és statisztikai jellemzésére, másrészt maguknak a mért mennyiségeknek a statisztikai jellemzésére a megfelelő (kereszt) kovariancia ill. variogram modellezés segítségével. Ez a modellezés mondható a statisztikai módszer legnehezebb részének. A legkisebb négyzetes kollokációt például ki lehet bővíteni a harmadik deriváltak modellezésével. Egy másik eljárást dolgozott ki Menz és Knospe (2002). Ők a geostatisztikában gradiens krigelésként ismert eljárást dolgozták ki és alkalmazták egy 14×18 km^2-es teszt területen, szabályos rácsra interpolált közel 1000 Eötvös-inga mérés feldolgozására. Eljárásukkal előállították csupán ingaméréseket felhasználva és relatív értelemben a nehézségi erőtér összes fontos jellemzőjét ezen a területen, beleértve a VG változását mutató térképet is.

A következőkben ismertetett kísérleti számításokban az elsőként ismertetett módszert, azon belül is a kétköbös (2D) spline-interpolációt használtuk, egyszerűsége és stabilitása miatt (Bhattacharyya 1969). Az interpolált függvény így a második deriváltakig bezárólag sima függvény. Természetesen a közeljövőben szeretnénk a másik két módszert is megvizsgálni és alkalmazni ennek az interpolációs/predikciós feladatnak a megoldására.

3 Kísérleti vertikális gradiens meghatározás négyszöghálózatban

Annak érdekében, hogy a módszer hibajellemzőit szabatosan megvizsgálhassuk, szintetikus (forward) tömegmodellt vettünk fel, amelynek erőtere, annak bármely szükséges jellemzője teljes szabatossággal előállítható. A modell az 1. ábrán látható poliéderekből (három különböző sűrűségű, egyenként 4 háromszög alakú lappal határolt poliéderből) áll. Az erőtér minden jellemzője (számunkra most a gravitációs gradiensek a legfontosabbak) a modell ismeretében analitikusan előállítható. A poliéderek gravitációs hatásának számítási eljárásaként a Holstein (2003) által javasolt módszert alkalmaztuk. Az Eötvös-tenzor főátlójában található elemek számításának ellenőrzésére jó ellenőrzést jelentett a Laplace-egyenlet.



1. ábra. A VG interpoláció hálózatban történő számítási eljárásának ellenőrzése céljából felvett egyszerű tömegmodell (felülnézet). A csökkenő nagyságú és mélységű három poliéder sűrűsége rendre 1500 kgm^{-3}, 1400 kgm^{-3} és -1700 kgm^{-3}. A hatók mélysége 500 m és 50 m közötti. A tömegmodell által kialakított szintetikus erőtér szerkezete a 2. ábrán látható (gravitációs gradiensek)

A teszthálózat a számításainkban egy 50 m állomásközű szabályos négyzethálózat, 200 és 250 méteres oldalhosszakkal (azaz 5 sorban és 6 oszlopban 30 ingamérési állomás helyezkedik el). A 30 terepmagasságot egy 20 m-es átlagú és 3 m-es szórású normális eloszlásból választott véletlen minta elemeiként vettük fel. A hálózatot és a terepmagasságokat a 2. ábra bal felső részábráján láthatjuk. A terepmagasságok felvételével azt értük el, hogy a számítási pontok a valósághoz hűen különböző magasságokkal rendelkeznek, így az interpolációban a gradiensek magasságfüggő változásai is érvényre jutottak. Az interpolációhoz szükséges modellezett gradiens és görbületi értékek eloszlását a 2. ábra megfelelő részábrái mutatják.

A VG tömegmodellből számított szórása a rács pontjaiban ±10.7 E-nek adódott. A számított VG értékek eloszlását mutatja a 2. ábra felső sorának középső részábrája. Ismert értékekként az (1, 1) és az (5, 6) indexű rácspontokban számított VG értékeket vettük fel (tehát összesen 2 pontot).

A VG interpolációt a hálózati rácspontokban modellezett gradiens és görbületi értékekből végeztük el az előzőekben ismertetett eljárással, legkisebb négyzetes kiegyenlítést végezve a rácspontbeli VG értékekre mint ismeretlenekre. Mivel fiktív mérési eredménynek tekintettük egy pont szomszédaihoz képest a VG értékek változásait, ezek a fiktív mérések az adott pont szomszédainak számával arányos súlyt kaptak a kiegyenlítés során (2, 3 ill. 4 szomszéd lehetséges).

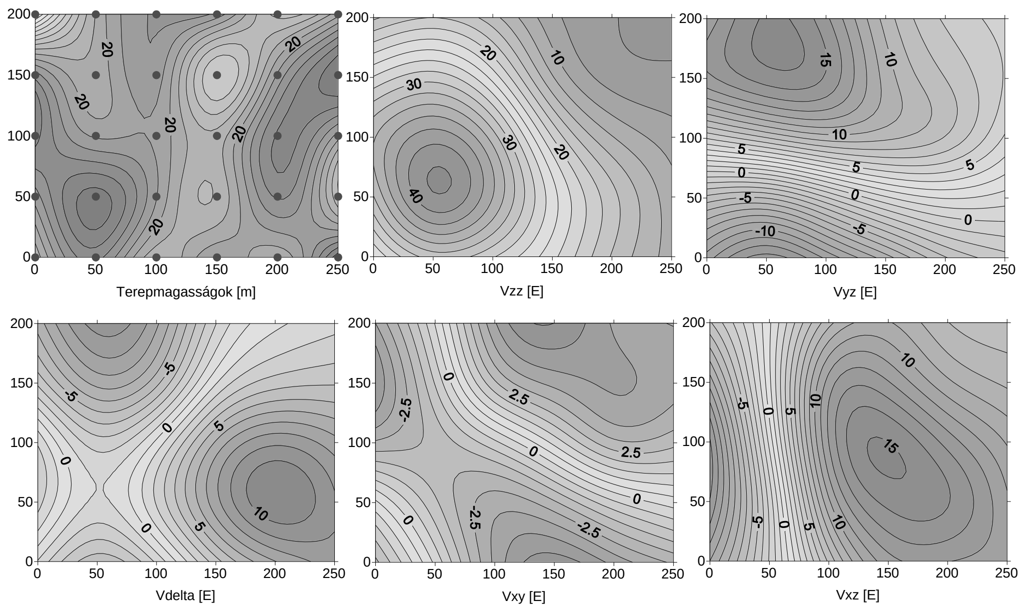
A számítást elvégezve sűrítés nélkül, 2, illetve 3-szoros kétköbös spline sűrítéssel, az 1. táblázatban látható statisztikai jellemzők adódtak a szintetikus modellből és az interpoláció eredményeként adódó vertikális gradiens értékek összehasonlításával.

Az 1.táblázatan látható, hogy az eredeti oldalhosszak harmadára történő spline interpolációval (természetesen csupán az eredeti 50m × 50 m-es rács méréseit felhasználva) az eltérések szórása körülbelül 1/4-edére csökkent. A számított eltérések eloszlását mutatja a 3. ábra.

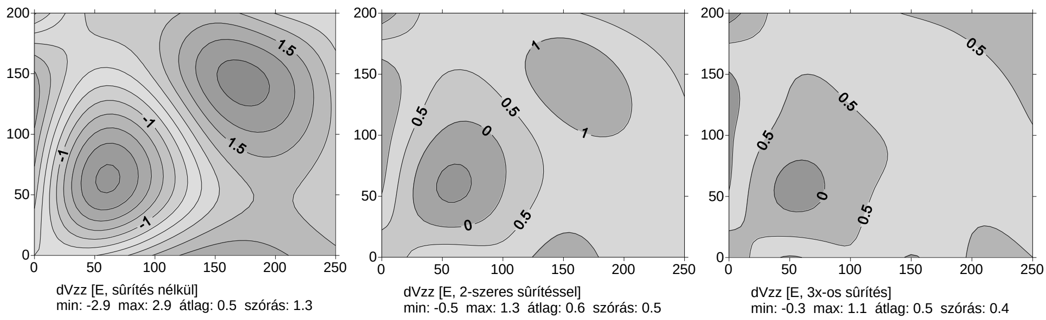
A fenti számítások azt mutatják, hogy a linearizációs hiba már a négyszöghálózat sűrítésével és az eredeti mérések számítás útján történő interpolációjával jelentősen csökkenthető.

1. táblázat. Interpolált és szintetikus (tényleges) VG értékek különbségeinek statisztikai jellemzői az eredeti 50 m × 50 m-es rácson, illetve a méréseket 50/2 = 25, illetve 50/3 = 16.7 m-es oldalhosszúságú rácsra interpolálva

oldalhossz [m]	min [E]	max [E]	átlag [E]	szórás [E]
50	-2.87	2.47	0.53	±1.25
50/2	-0.53	1.34	0.60	±0.48
50/3	-0.25	1.08	0.55	±0.35



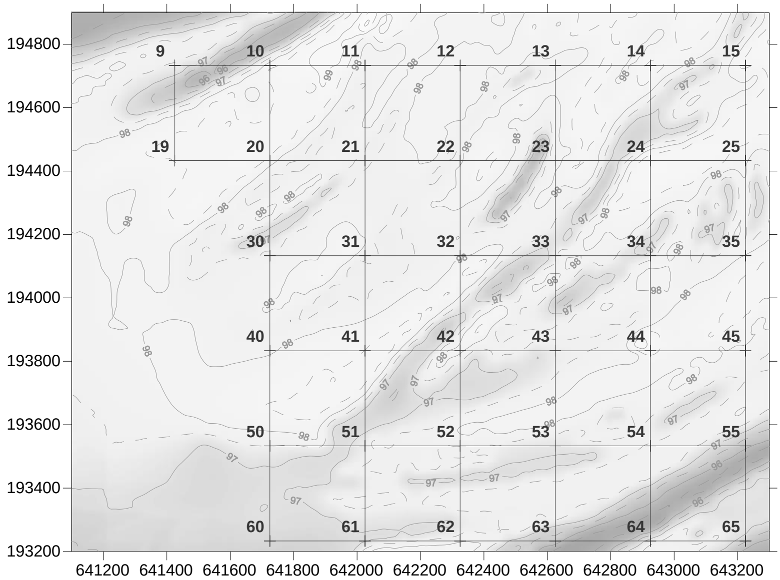
2. ábra. A bal felső ábrán a teszt feladatban szereplő hálózat és a terepmagasságok láthatók. A többi ábrán az 1. ábrán látható tömegmodellből a tereppontokban számított és az interpoláció szempontjából lényeges Eötvös-tenzor elemek szerepelnek. A síkkoordináták mindegyik ábrán méterben vannak feltüntetve



3. ábra. A 2. ábrán látható négyszöghálózatban a szintetikus Eötvös-inga mérésekből számított VG értékek eltérései a tényleges VG értékektől (sűrítés nélkül, illetve 2×-es, 3×-os sűrítéssel számítva). A (0, 0) és (250, 200) koordinátájú pontok zérus eltéréssel rendelkeznek az alkalmazott kényszerfeltételek miatt.

4 Tervezett mérési hálózat a Makád környéki teszt területen

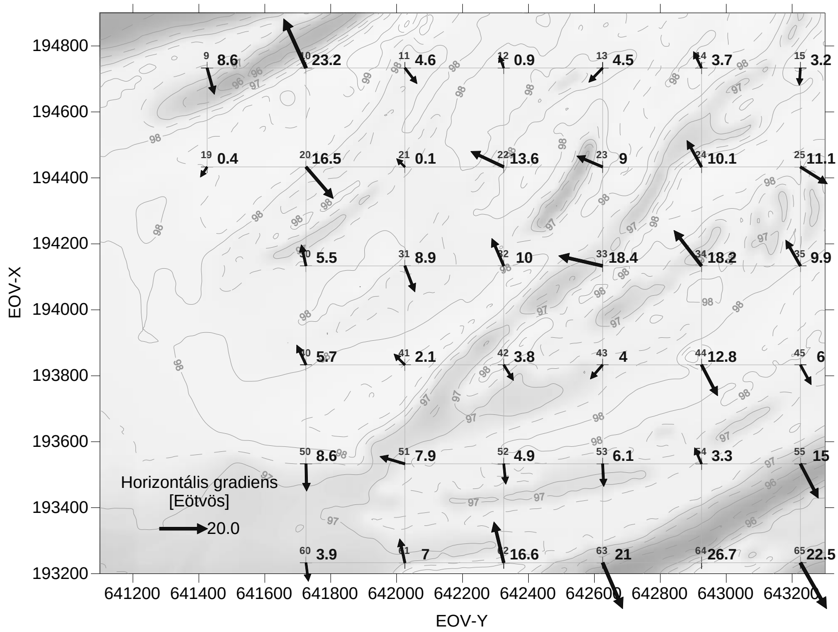
OTKA pályázat keretében a fenti számításokon túlmenően 2007-ben szeretnénk kísérleti mérésekkel is igazolni a VG interpoláció megvalósíthatóságát a Csepel-sziget déli részén, Makád környékén kialakított teszt területen. A tervezett kísérleti mérések hálózatát mutatja a 4. ábra. A kialakítandó négyszöghálózat oldalhosszúsága 300 m és összesen 38 pontból áll. A terep modelljének előállításához két 1:10000-es szelvény szintvonalait digitalizáltuk, majd egy 5 m-es oldalhosszúságú szabályos rácsra interpoláltuk. A terep közel síknak tekinthető, hiszen a legnagyobb szintkülönbség 4.8 m. A hálózat pontjaiban pedig a maximális magasságkülönbség még ennél is kevesebb, mindössze 2.6 m.



4. ábra. A Makád környékén kialakítandó 300 m-es oldalhosszúságú 38 pontból álló Eötvös-inga mérési hálózat. A terepmodell szintvonalas ábrája, amely 1 m-es szintvonalközzel készült mutatja azt, hogy a kiválasztott mérési terület közel sík. A feltüntetett koordináták EOV rendszerben adottak

A teszt terület terepmodellje felhasználható arra is, hogy megbecsüljük a terepfelszín gravitációs hatását a tervezett inga mérési pontokban. Ehhez az említett 5 m-es rácshálózatból kialakított háromszög keresztmetszetű hasábok tömegmodelljét használtuk fel. Referencia erőtérként a kialakított modellel azonos össztömegű, téglalapokkal határolt tömegmodell erőterét vettük fel. A felszíni sűrűség értékét a számításhoz 2000 kg/m^3-ben rögzítettük. Így Holstein (2003) összefüggéseit felhasználva modellezni tudtuk a terepfelszín gravitációs hatását. A számított terephatást a terep felett 1 m-es magasságban a vízszintes gradiensek esetében az 5. ábrán mutatjuk be. Amint az látható, a terephatás egyértelmű összefüggést mutat a terep alakzataival. Viszont világosan megállapíthatjuk azt is, hogy még ilyen közel sík terep esetén sem tekinthetünk el a terephatás számításától, hiszen a számított gradiens értékek a hálózat pontjaiban 0.1 és 26.7 Eötvös közé esnek, és szabálytalanul változnak. A közeli terephatás gondos eltávolításához nyilván pontos szintezésekre és jó közelítő felszíni sűrűség értékekre lesz szükség. A terephatás eltávolítása a mérésekből természetszerűen hozzá fog járulni ahhoz, hogy a VG interpolációt „simább" függvényeken végezhessük el.

A terepmodell arra is lehetőséget adott, hogy megbecsüljük azt a hatást, ami a hálózati pontjaiban a műszer nem pontos vízszintes értelmű felállításából adódhat. Ugyanis várhatóan nem lesz lehetőségünk a mérési hálózat pontjainak állandósítására, mivel a terület mezőgazdasági művelés alatt áll. Ezért egy kézi GPS készülék segítségével szeretnénk kijelölni a pontok helyét. Ennek pontossága viszont csak néhány méteres. Vizsgálataink szerint a pontok 2 m-es helyzeti bizonytalanságából adódó hiba az összes gradiens és görbületi értékben 1 Eötvös alatt maradt, ami nem éri el a mérések várható 2-4 Eötvös pontosságát, így a pontok kijelölésének ez a tervezett módja elfogadhatónak tűnik.



5. ábra. A terepfelszín hatása a horizontális gravitációs gradiensre a Makád környéki teszt hálózat pontjaiban, a terepfelszín felett 1 m-es magasságban. A feltüntetett koordináták EOV rendszerben vannak

5 Összefoglalás

Cikkünkben megvizsgáltuk a vertikális gradiens interpoláció egy lehetséges eljárását Eötvös-inga mérések négyszöghálózatában, a nehézségi erőtér szintetikus modellezése segítségével. Megmutattuk, hogy az alkalmazott interpolációs eljárás elfogadható eredményeket (a VG eltérések 1 Eötvös alatti szórása) képes szolgáltatni abban az esetben, ha a számításhoz felhasznált pontok távolsága megfelelően kicsi. Ezt a távolságot nyilván befolyásolja az erőtér helyi szerkezete és ezért a hellyel gyorsan változó hatások (például a közeli terephatás) gondos eltávolításával az eredmények javíthatók.

További kutatások szükségesek a VG interpoláció más eljárásainak, elsősorban a statisztikai megfontolásokon alapuló kollokáció, illetve geostatisztikai módszerek (gradiens krigelés) kidolgozására illetve továbbfejlesztésére, a különböző módszerek összehasonlítására. Az említett módszerek gyakorlati alkalmazására is sor fog várhatóan kerülni a közeljövőben a tanulmányban említett Makád környéki teszt területen. Az eredmények gyakorlati hasznosítását jelenthetik a már meglevő Eötvös-inga méréseknek, mert így lehetővé válhat sok helyen az országban költséges VG mérések elvégzése helyett azok számítás útján történő interpolációja. Ez pedig a nehézségi erőtér helyi szerkezetének jobb megismeréséhez és az Eötvös-inga mérések további gyakorlati célú felhasználáshoz vezethet.

Köszönetnyilvánítás. Kutatásaink a T043007, T046718, és K60657 számú OTKA pályázatok keretében folynak.

Hivatkozások

Bhattacharyya BK (1969): Bicubic spline interpolation as a method for treatment of potential field data. Geophysics, 34, 402-423.

Detrekői Á (1991): Kiegyenlítő számítások. Tankönyvkiadó, Budapest.

Haalck H (1950): Die vollständige Berechnung örtlicher gravimetrischer Störefelder aus Drehwaagemessungen. Veröffentlichungen des Geodätischen Institutes Potsdam, Nr. 4, Potsdam.

Hein G (1981): Untersuchungen zur terrestrischen Schweregradiometrie. DGK Dissertationen, Reihe C, Heft Nr. 264, München.

Holstein H (2003): Gravimagnetic anomaly formulas for polyhedra of spatially linear media. Geophysics, 68, 157-167.

Menz J, Knospe S (2002): Lokale Bestimmung des Geoids aus terrestrischen Gradiometermessungen unter Nutzung der geostatisischer Integration, Differentiation und Verknüpfung. Zeitschrift für Vermessungswesen, 127; 5, 321-342.

Tóth Gy, Völgyesi L, Csapó G (2005): Determination of vertical gradients from torsion balance measurements. IAG Symposia Vol 129, Gravity, Geoid and Space Missions, C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes (Eds.), Springer, 292-297.

Völgyesi L, Tóth Gy, Csapó G, Szabó Z (2005): Az Eötvös-ingamérések geodéziai célú hasznosításának helyzete Magyarországon. Geodézia és Kartográfia, 57; 5, 3-12.

A KOZMIKUS GEODÉZIA ÉS A KGO 30 ÉVE

*Borza Tibor**

30 years of satellite geodesy and the SGO – *The inauguration of the Satellite Geodetic Observatory (SGO) was in 1976. The establishment of the SGO is a milestone in the Hungarian satellite geodesy because since then the satellite observations started earlier could be continued in a professional way. Based on the role and history of the SGO, this retrospection is intended to present the development of satellite positioning from the beginning to how the Global Navigation Satellite System (GNSS) is gaining ground nowadays.*

Keywords: satellite geodesy, GNSS infrastructure

1976. november 26.-án került felavatásra a penci Kozmikus Geodéziai Obszervatórium. A KGO létesítése mérföldkőnek számít a hazai kozmikus geodéziában, mert ettől kezdve professzionális körülmények mellett folytatódhatott a már korábban elkezdődött műholdmegfigyelés. A visszatekintés a KGO szerepén keresztül igyekszik bemutatni a műholdas helymeghatározás fejlődését a kezdetektől a globális navigációs műholdrendszerek (GNSS) térhódításáig.

Kulcsszavak: kozmikus geodézia, GNSS infrastruktúra

1 Bevezetés

A 70-es évek elején, nem kis mértékben az akkori szovjet űrkutatás sikereinek következtében a közhangulat, de főleg a politikai légkör kedvezett az űrkutatásnak. Nehéz volt felmérni, hogy mindez mit jelent Magyarország számára, de az érződött, hogy perspektivikus dologról van szó, amiért érdemes áldozni. Az akkori ágazatvezetésből meg kell említeni Joó Istvánt, aki a KGO tényleges megvalósításában kulcsszerepet játszott (Joó 1976, Almár 1978, Fejes 2001, Borza és Fejes 2001). A KGO felavatására éppen 30 évvel ezelőtt került sor.

1. ábra. A KGO főépülete 1975-ben és madártávlatból 30 év múlva

A KGO feladata, célja kezdettől egészen napjainkig a globális helymeghatározásra irányul: előbb aktív megfigyelésekkel részvétel a földmodellek pontosításában, később napjainkig a GNSS infrastruktúra országos kiépítése.

A 30 évvel korábban megfogalmazott feladat ezért a mai napig érvényes: a geodéziában hasznosítható űrtechnikák megismerése és adaptálása a hazai gyakorlatba. Emellett feladata még az ország geometriai rendjét biztosító geodéziai alaphálózatok szakmai felügyelete, amibe beletartozik a hálózatok korszerűsítése, sőt új hálózatok létesítése is.

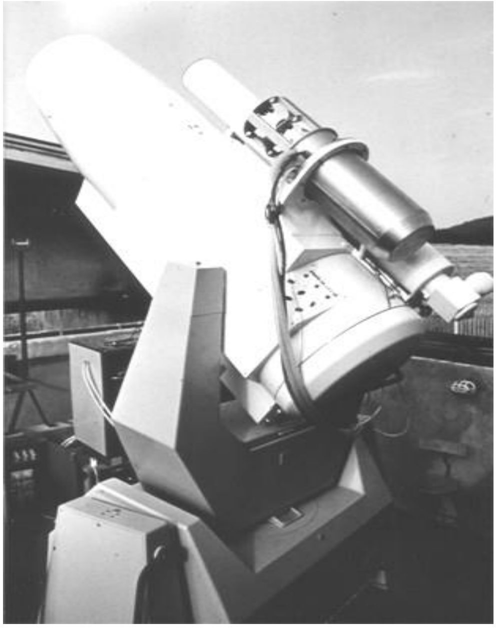
*FÖMI Kozmikus Geodéziai Obszervatórium
1149 Budapest, Bosnyák tér 5.
E-mail: borza@sgo.fomi.hu

2 A megfigyelések korszaka

Az első években azt tettük, amit mások a világ hasonló létesítményeiben: az optikai megfigyelések végzésével csatlakoztunk nemzetközi műhold megfigyelési programokhoz. Az első időben a megfigyelés kapott hangsúlyt, a hálózati feladatok ekkor még a FÖMI egy másik osztályához tartoztak. Ezek a műhold megfigyelések egyetlen célt szolgáltak, az un. Földmodellek pontosítását.

Az 1973-ban kiadott Smithsonian Standard Earth III-ban már hazai mérések is benne voltak. Ettől kezdve minden jelentősebb programban részt vettünk fotografikus és lézeres megfigyeléseinkkel. Az akkori Interkozmosz keretében is szerveztek hasonló nagy projekteket, azonos céllal.

2. ábra. Az AFU 75 fotokamera



3. ábra. Az SBG teleszkópra szerelt lézerágyú

A fejlődés érzékeltetésére néhány adat. A 60-as évek első felére jellemző vizuális megfigyelésekkel néhány száz méter pontos meghatározásokat lehetett végezni, ennek megfelelően a pályameghatározás is ilyen pontossággal volt lehetséges. Nagy ugrást jelentett a fotografikus technika megjelenése, amely már 10 méter alatti pontosságot hozott (2. ábra). Itt a lefényképezett műhold helyét mérték ki a fényképlemezen a csillagokhoz képest. Ez a technika a hetvenes évek végéig volt mérvadó. További pontosság növekedést jelentett az I. generációs lézerek megjelenése. A KGO lézere (3. ábra) méter alatti pontosságra volt képes, és 2500 km távoli, lézertükrökkel felszerelt holdakat lehetett elérni vele. A lézertechnika ma is az élvonalban áll, de ma már a mm-es tartományt ostromolják.

A világ több tucat obszervatóriumának észleléseire támaszkodva egyre pontosabb földmodelleket lehetett alkotni, lehetővé téve a rádiós módszerek, lényegében a mai globális helymeghatározás megvalósítását. Ahhoz ugyanis, hogy a rádiójeleket sugárzó technikával helymeghatározást lehessen végezni, közel olyan pontossággal kell ismerni a holdak pillanatnyi helyét, mint amilyen pontosságot szeretnénk a helymeghatározásban elérni. A mai globális helymeghatározást tehát nem lehetett egy-csapásra életre kelteni, ehhez elengedhetetlen volt az állomáskoordináták és a pályaszámítás nehézkes útját végigjárni. Itt jegyzem meg, hogy a KGO nem csupán passzív résztvevője volt a nemzetközi programoknak, több saját kezdeményezésű nemzetközi projektet is indított. A 80-es évekre teremtődtek meg a feltételek a GPS jellegű globális helymeghatározás megvalósítására, meg is jelentek az első GPS vevők. Az addig eltelt időszakban nem beszélhetünk látványos eredményekről, számos kutatóhelyen – beleértve a KGO-t is - hangyaszorgalommal végezték a megfigyeléseket, melyek alapján finomodtak a földmodellek.

3 Hazai fogadtatás

Az alapvetően nemzetközi szinten értékelhető tevékenység itthon vegyes fogadtatásra talált. Tudományos körökben pozitívan értékelték, szűkebb szakmai körben azonban nem váltott ki különösebb elismerést, sőt ez volt az-az időszak, amikor az ágazat szakmai vezetésének elment a bizalma a kozmikus geodéziai módszerektől, mivel ezek a költséges technikák közvetlenül semmilyen kézzelfogható hasznot nem hoztak a hazai geodézia számára. Bár a Doppler technika a 80-as években már szerepet kapott az elsőrendű vízszintes hálózatunk ellenőrzésében, a gyakorlati geodézia leginkább ott tudta alkalmazni, ahol elegendő volt a néhány dm-es pontosság. Mivel az EOV alaphálózat ettől lényegesen jobb, így a Doppler technika is csak asszisztálni tudott a felsőrendű mérésekhez.

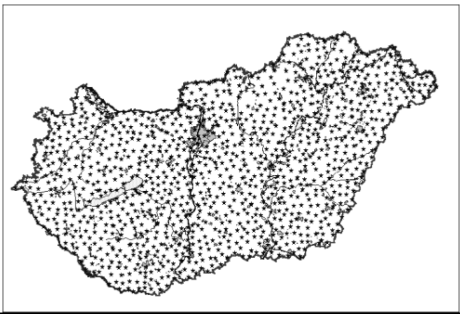
Azután jött a GPS, de ekkorra már a főhatóságnál senki nem hitte, hogy ennek lesz valami haszna. Nem tudom mikor jutottunk volna az első GPS vevőhöz, ha nem jön a kárpótlás, és az ezzel járó földrendezés. Ez a feladat igényli a geodéziai infrastruktúrát, de 1990-ben a IV. rendű hálózatból még 4000 alappont hiányzott. Kissé hazardírozva ekkor javasoltuk, hogy ennyi idő alatt csak GPS technikával lehet a feladatot megoldani. A kockázat abban volt, hogy ekkor még öt év hiányzott a GPS teljes kiépítéséhez. A korábban szerzett ismeretek most kamatoztak. Igen rövid idő alatt kidolgoztuk a technológiát és 2 héttel a GPS vevők beérkezése után, soha nem látott, új technológiával, vállalati szinten elkezdődött a pontsűrítés, ami két év alatt be is fejeződött.

4 Geodéziai infrastruktúra fejlesztések

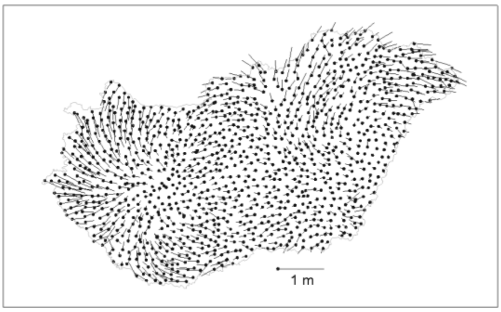
A KGO tevékenységében ettől kezdve a műhold megfigyelések mellett a második feladatra, a geodéziai hálózatok korszerűsítésére került a hangsúly. A GPS technika ugyanis hozott magával egy új vonatkoztatási rendszert, minek következtében a műholdas technikát csak akkor lehetett hatékonyan alkalmazni, ha egyrészt országos szinten biztosítjuk ennek a koordinátarendszernek az elérését, másrészt megteremtjük a kapcsolatát az EOV alaphálózattal.

Mindez az Országos GPS Hálózat (OGPSH) létesítésében öltött testet, amelynek megvalósítását több évi huzavona után, 1995-ben végre elkezdhettük, majd két év alatt be is fejeztünk (4. ábra). Erre a hálózatra támaszkodva ki lehet mutatni az EOV alaphálózat korábban nem látható torzulásait is (5. ábra).

Az OGPSH hálózattal azonban a GPS infrastruktúra korán sincs megoldva, ez csupán az első szintje. Erre a hálózatra támaszkodva kétségtelenül lehetővé vált a relatív GPS mérés saját bázisállomással az egész országban, hiszen 10 km-ént rendelkezésre állnak az OGPSH pontok, melyeket használhatjuk referenciaként.

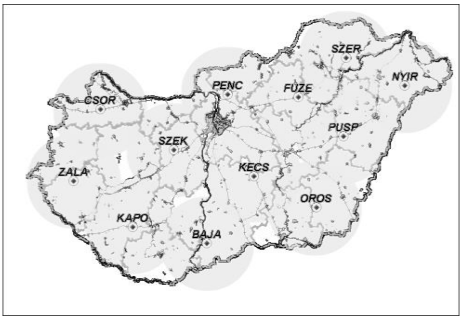


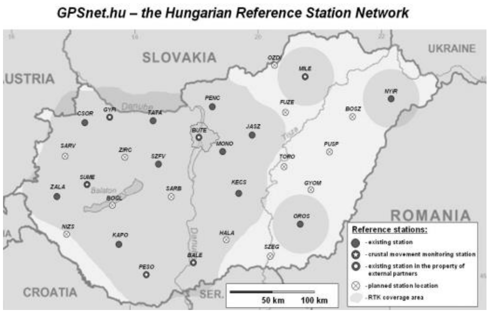
4. ábra. Az 1153 pontos OGPSH



5. ábra. Az EOVA és az OGPSH eltérései

A jövő azonban már a kilencvenes évek közepén is világosan kirajzolódott, hogy előbb a bázisméréseket kell egységesíteni egy szolgáltató központ által üzemeltetett permanens GPS állomáshálózat létesítésével (6. ábra: második szint), majd mindezt valósidőben is meg kell oldani (harmadik szint). Az első esetben a felhasználónak nem kell ismert pontokkal foglalkoznia, csak az új meghatározásokkal, a második esetben, pedig már a feldolgozással sem, hiszen a cm pontos meghatározás valós-időben történik. Ezt a lehetőséget a hazai földmérők még nem használják ki teljes mértékben, egyrészt, mert be kell szerezni hozzá a költséges, az RTK korrekciók vételére alkalmas vevőt, másrészt mert egyelőre csak az ország mintegy 80%-ban használható (7. ábra). A szép eredmények ellenére ezzel a nagyszerű projekttel nemzetközi szinten lemaradásban vagyunk.





5. ábra. Aktív GPS hálózat

6. ábra. Hálózati RTK helyzete 2005-ben

A harmadik generációs infrastruktúrával a földmérők vágyálma teljesül. A hagyományos technikával órákig, akár napokig tartott a pontmeghatározás, ezzel a technikával mindez másodpercekig. Nem kell hozzá semmilyen különösebb tudás, csak le kell olvasni a koordinátákat, pontosabban azt se kell, mert rögzítésre kerül. A technika elterjedése rohamos, gyorsabb, mint ahogy a GNSS infrastruktúrát fejleszteni vagyunk képesek. Megterveztük a hazai EUPOS rendszert, ami megfelelő szinten, minden igényt ki tud elégíteni, reméljük, hogy a forrás megszerzésében rövidesen sikerrel járunk.

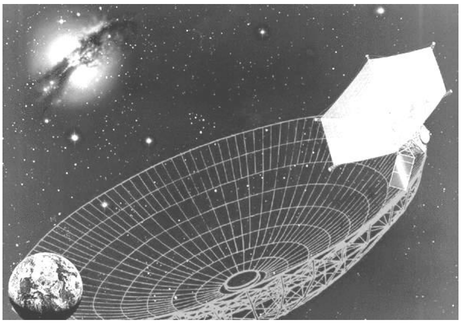
5 Három évtized után

A műholdak optikai megfigyelésétől a hálózati RTK-ig eltelt 30 év, azonos a KGO 30 évével. Mára az obszervatóriumi feladatok (IGS, EUREF) mellett a KGO az ország geometriai rendjét biztosító GNSS Szolgáltató Központot is üzemelteti. A Szolgáltató Központ által előállított differenciális korrekciókra támaszkodva lehetővé vált valós időben, a geodéziai pontosságú helymeghatározás. A Központ egyik szerverének képernyőjén, nyomon követhető, hogy az adott pillanatban hol és kik használják a hálózati RTK-t, ami a felhasználókkal való kapcsolattartás igen magas szintje. Ennek a feladatnak a megvalósítása jelentős részben a GVOP - 3.1.1 - 2004-04-0001/3.0 számú projekt támogatásának köszönhető. A GNSS infrastruktúra tartozékaihoz sorolható még a K-GEO kalibráló laboratórium, a műholdas mérések transzformálásához kidolgozott és közreadott eljárások, valamint a GNSS technika alkalmazásához kidolgozott technológiák és szabályzatok.

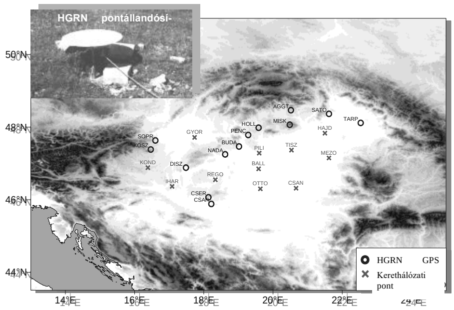
6 További eredményekről

Igazságtalan lennék, ha nem tennék említést olyan jelentős eredményekről, amelyek nem tartoznak szorosan a GNSS témához. Ilyen a VLBI, űrVLBI kutatások, amelyek nemzetközi szinten a legnagyobb elismerést szerezték a KGO-nak (8. ábra). Ugyancsak jelentős siker volt a Doppler interferometria projektünk, amely mintegy előfutára volt a GPS technikának.

Legidőállóbb eredményünk kétségtelenül a GPS mozgásvizsgálat. Nemzetközi mintaként igen korán, 1990-ben beindítottuk a programot. Az eddig lebonyolított 8 db mérési kampány igényes feldolgozásával mára pontosabban ismerjük az ország sebesség térképét, mint 1 mm/év (9. ábra). A földtudományok nem geodéta képviselői ezt az eredményünket értékelik a legtöbbre. Megemlítem még a kalibráló laboratóriumot, a GPS jelek zavarásának kimutatását, a műhold radar interferometriát, és még számos feladatot, de ezekre nincs hely, illetve idő.



7. ábra. ŰrVLBI technika



8. ábra. A GPSMP pontjai

7 Összefoglalás

A KGO igazi interdiszciplinális kutatóhely, ahol geodéták, geofizikusok és csillagászok jól kiegészítik egymás tudását. Értékesek azok a baráti munkakapcsolatok, amelyeket az évek alatt sikerült kialakítani hazai intézetekkel, így a BME Alsó és Felsőgeodéziai Tanszékével, az ELTE geofizikai, térképész és csillagász tanszékeivel, a GGKI-val, a NYME Geoinformatikai Karával, az OMSz-al, az ELGI-vel. Ezekre a kapcsolatokra nem a rivalizálás, sokkal inkább az együttműködés a jellemző. Minden okunk megvan feltételezni, hogy a KGO az elért eredményekre alapozva, további sikeres évek előtt áll. Az Obszervatóriumban üzemelő GNSS Szolgáltató Központ, biztosítja a legkorszerűbb helymeghatározási technika hátterét, folyamatos kapcsolatban állva a gyakorlati felhasználókkal. A 30 évvel ezelőtt közvetve megfogalmazott cél, miszerint a KGO feladata az ország geometriai rendjének biztosítása, mára napi gyakorlattá vált.

Köszönetnyilvánítás. Őszinte elismerésemet fejezem ki elődeimnek: Almár Ivánnak, Alpár Gyulának, Mihály Szabolcsnak és Fejes Istvánnak, az Obszervatórium fennállása óta jellemző, nyitott, kreatív gondolkodó légkör kialakításáért és megtartásáért. Megköszönöm a FÖMI vezetésének a bizalmat és a szakmai támogatást, amely a legnehezebb időkben is töretlenül megvolt. Köszönettel tartozom az OMFB-nak, az OTKA-nak, az NKTH-nak, a Magyar Űrkutatási Irodának és nem utolsó sorban az állami földmérésnek sikeres pályázataink támogatásáért. Végezetül megköszönöm a KGO volt és jelenlegi munkatársainak lelkiismeretes munkáját, amely mind egyéni sikereikben, mind a bemutatott eredményekben megmutatkozik.

Hivatkozások

Joó I (1976): A penci Kozmikus Geodéziai Obszervatórium és jelentősége a magyar geodéziában. Geod. és Kart. 28**.** 3. szám, p. 159-165.

Almár I (1978): Ungarisches Observatorium für Satellitengeod·sie. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, 66. p.153.

Fejes I (2001): 25 éves a penci Kozmikus Geodéziai Obszervatórium. Geod. Kart. 2001. 11.

Borza T, Fejes I (2001): 25 éves a penci Kozmikus Geodéziai Obszervatórium. Évfordulóink 2001. pp. 240-244. Műszaki és Természettudományi Egyesületes Szövetsége, Budapest.

Geomatikai Közlemények X., 2007

TECHNOLÓGIA-VÁLTÁS A GNSS KORSZAKBAN

*Busics György**

Technology change in the GNSS era – *The Global navigation Satellite System (GNSS) era means that we can use a lot of services of the permanent station network. The GNSS receivers and also the softwares are developing. Due to this fact the measuring technologies applied for geodetic purposes are changing and their effectiveness is arising. In this paper we summarize the today's technologies assuming that only GPS basic system is available. The tendency is moving from static to kinematic measurement, from post to real-time processing, from single base to network solution. The users' responsibility is to choose the suitable solution depending on the opportunities and requirements.*

Keywords: GNSS, measuring technologies, network real-time kinematic (RTK) technology

A globális navigációs műholdrendszerek (GNSS) korszaka többek közt azt jelenti, hogy a permanens állomások hálózatának többféle szolgáltatását vehetjük igénybe. A GNSS vevők és feldolgozó szoftverek is fejlődnek. Ennek következtében a geodéziai célra használt technológiák is változnak, termelékenységük javul. Írásunkban a ma választható technológiákat tekintjük át, feltételezve, hogy csak a GPS alaprendszer áll rendelkezésre. A változás iránya a statikustól a kinematikus felé, az utófeldolgozásostól a valós idejű felé, az egybázisostól a hálózati megoldás felé mutat. A felhasználó felelőssége, hogy az igények és lehetőségek függvényében megfelelő megoldást találjon.

Kulcsszavak: GNSS, mérési technológiák, hálózati valósidejű kinematikus (RTK) technológia

1 Bevezetés

A GNSS technológiát az 1990-es évek elejétől kezdődően egyre kiterjedtebben használjuk alappont-sűrítési és részletmérési célra, nem beszélve a térinformatikai célú adatgyűjtésről.
Annak ellenére, hogy lényegében ugyanazon alaprendszert, az amerikai GPS-t tudjuk csak igénybe venni, az alkalmazott mérési és feldolgozási módszerek jelentős változását figyelhetjük meg. Ez egyrészt a GNSS vevők és a feldolgozást végző szoftverek fejlődésének következménye (ami egy elméleti alapkutatást feltételez); másrészt az úgynevezett GNSS infrastruktúra fejlődéséből adódik.

A felhasználónak ismernie kell az alkalmazható mérési és feldolgozási módszereket, mert csak így tud az adott célnak leginkább megfelelő, optimális megoldást választani. A szakmai ismeretterjesztés miatt és oktatási szempontból is hasznosnak tartjuk a bevált technológiák megismertetését, amit eddig is igyekeztünk elősegíteni (Borza és Busics, 2005).

A mai korszerű műszerekkel (amilyen például a GPS-mérőállomás vagy a hálózati RTK-ra alkalmas GNSS RTK vevő), kézenfekvő a legfejlettebb technológia használata. Kérdés azonban, mi történjen a „régi típusú" vevőkkel, amelyeket még nem tudunk lecserélni? Ebből a szempontból érdemes megvizsgálni a „régi" műszernek leginkább „megfelelő" technológiát.

Tíz technológiát fogunk bemutatni, de előtte – a tisztánlátás érdekében – a GNSS alaprendszerek és kiegészítő rendszerek jelenlegi helyzetét tekintjük át.

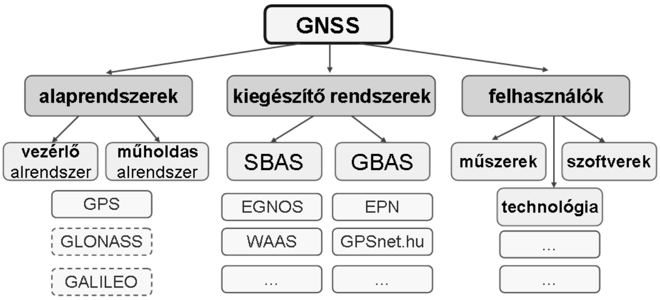
2 A GNSS alaprendszerei

A globális navigációs műholdrendszerek *(Global Navigational Satellite System – GNSS)* célja, hogy a földkerekségen bárhol a felhasználói igényeknek megfelelő helymeghatározási, navigációs és időmérési szolgáltatást tegyenek lehetővé. Ezeket a szolgáltatásokat az amerikai-angol szakirodalomban gyakran PNT *(Positioning Navigation Timing)* rövidítéssel illetik.

A GNSS fogalma csak a legutóbbi időszakban kezd körvonalazódni a műholdas helymeghatározás teljes rendszerének összefoglaló elnevezésére (Ádám et al 2004).

**NyME GEO, 8000 Székesfehérvár, Pirosalma u. 1-3.*
E-mail: bgy@geo.info.hu

A GNSS rendszernek három alapelemét különböztetjük meg: az alaprendszereket, a kiegészítő rendszereket és a felhasználói oldalt (1. ábra).



1. ábra. A GNSS elemei

Az alaprendszerek között ma hármat nevesíthetünk: a széles körben (szinte kizárólagosan) használt amerikai GPS rendszert; a korlátozottan használható orosz GLONASSZ rendszert és a még csak tervekben létező európai Galileo rendszert.

Az amerikai GPS rendszert csak 1995-ben nyilvánították teljesen kiépítettnek *(Full Operational Capability)*, s azóta legalább 24 (gyakorlatilag 28-29) mesterséges hold üzemelését biztosítják. A GPS rendszer fejlesztése, bővítése felgyorsult, amit GPS-modernizációnak neveznek.

A GPS-modernizáció többek között azt jelenti, hogy a polgári felhasználók számára eddig csak az L1 frekvencián vehető C /A kód, ezután az L2 frekvenciára is biztosított lesz (L2C), továbbá bevezetnek egy harmadik mérőfrekvenciát (L5), ami kedvező hatással lesz a nagypontosságú alkalmazásokra.

Az orosz GLONASSZ rendszert is 1995-ben nyilvánították kiépítettnek, azonban a tervezett 24 műholdas állapotot – elsősorban költségvetési akadályok miatt – a későbbiekben nem sikerült biztosítani. A rendszer használatát ezen kívül az is korlátozza, hogy kevés olyan vevőberendezés van, amely a GLONASSZ holdak vételére alkalmas, vagyis a felhasználói oldal gyenge.

Ugyanakkor erős elszánás tapasztalható az orosz műholdas navigációs rendszer versenyképességének fokozására. Az orosz törvényhozás (állami duma) megkétszerezte a rendszerre szánt költségvetést 2007-re és elkészültek az új típusú műholdak tervei. Eddig egy hordozó rakétával egyszerre három műholdat juttattak Föld körüli pályára, a későbbiekben ez hatra növekszik, így a felzárkózásra van esély. A jövőbeni fejlesztéseket – az amerikaihoz hasonlóan – az oroszok is modernizációnak nevezik.

Az európai Gelileo rendszer első műholdját – tesztelési céllal – 2005. december 28-án lőtték fel. Az Európai Unió és az Európai Űrügynökség közös fenntartásával, PPP *(Private-Public Partnership)* beruházásként létrejövő rendszer megvalósítása 2010 után várható, ami késedelmet jelent az eredeti tervekhez képest. A Galileo rendszer javára írják a tisztán polgári célú kiépítést és az eddigieknél több, összesen ötféle komplex szolgáltatás biztosítását.

E rövid bevezetőben a jelenlegi alaprendszereket és fejlesztési elképzeléseket csak azért említettük meg, hogy érzékeltessük: a GNSS alaprendszerek száma és fejlesztése nem lezárt. Több alaprendszer használatával, önmagában az észlelhető műholdak gyarapodásával javulni fog például a pontosság, de a műholdas alrendszer bővülő szolgáltatásai is alakítani fogják a használható módszereket. Ebben a cikkben azonban csak a GPS-t és annak jelenlegi kiépítettségét tekintjük feltételnek, a használható technológiák meghatározójának.

3 A GNSS infrastruktúrája

A műholdas helymeghatározás hatékonyságának javulása az utóbbi évtizedben elsősorban a GNSS kiegészítő rendszereknek köszönhető. A kiegészítő rendszereket divatos szóval GNSS infrastruktúrának is nevezik, amelyek között műholdas és földi alapú rendszereket különböztetünk meg. A GNSS infrastruktúra első szintjének tekintjük a passzív hálózatot (Magyarországon az OGPSH-t), amely egy adott országon belül biztosítja a térbeli vonatkoztatási rendszert, a relatív méréshez a referenciapontokat. Magyarországon az OGPSH pontjai – mivel két vonatkoztatási rendszerben adottak – az ETRS89-HD72 transzformációt is biztosítják.

A kiegészítő rendszerek célja a műholdas helymeghatározás egy vagy több alábbi jellemzőjének a javítása: pontosság, megbízhatóság, rendelkezésre állás, integritás, gazdaságosság.

A műholdas alapú kiegészítő rendszerek *(Satellite Based Augmentation System – SBAS)* olyan, az alaprendszer fenntartójától többnyire független követőhálózatot és vezérlő központot jelentenek, ahol modellezik a legfontosabb hibaforrásokat, majd a korrekciókat földi telekommunikációs antennáról geoszinkron műholdakra juttatják. A geoszinkron műholdak feladata a korrekciók sugárzása egy meghatározott földrajzi területre; a vételhez erre felkészített vevőberendezésekre van szükség. Magát a korrekciót, vagyis, hogy egy földi állomáshálózat nagy területre kiterjedően valós időben modellez műhold pályaadatokat, órahibákat és légköri hatásokat, WADGPS vagy WADGNSS rövidítéssel is jelölik *(Wide Area DGPS)*.

Két olyan SBAS rendszert érdemes megemlíteni, amelyek hazánkban is használhatók. Az EGNOS *(European Geostationary Overlay System)* rendszerhez három geoszinkron műhold tartozik, amelyek egy európai területre kiterjedő állomáshálózat által generált korrekciókat sugároznak GPS alapfrekvencián. A korrekciókhoz való hozzáférés ingyenes. Ma már számos olyan navigációs vevőtípus van forgalomban, amely EGNOS-kompatibilis. Az EGNOS-rendszer 2006. nyarán érte el a tervezett kiépítési szintjét és a későbbiekben integrálódni fog a Galileo rendszerbe.

Az Omnistar kereskedelmi célú, vagyis fizetős SBAS-rendszer az egész világra kiterjedően. Mintegy 102 követő állomása van (köztük 12 GLONASSZ jeleket is vesz), két vezérlő központja és több földi adatfeljuttató antennája. A felhasználónak speciális vevővel vagy modemmel kell rendelkeznie, amelyet regisztrálni lehet többféle pontosságú szolgáltatás igénybevételére.

Mind az EGNOS, mind az Omnistar hátránya magyar szempontból az alacsony magassági szög (időnkénti takarás), amely a sugárzó geoszinkron holdak Egyenlítő fölötti elhelyezkedéséből adódik.

A földi alapú kiegészítő rendszerek *(Ground Based Augmentation System – GBAS)* lényege szintén egy folyamatosan üzemelő (permanens) állomáshálózat, ahol az adatokat egy feldolgozó központ gyűjti, majd földi kommunikációs csatornákon továbbítja a felhasználók felé.

Az 1990-es évek közepétől kezdődően világszinten, regionális szinten és nemzeti szinten is kiépültek a permanens állomások, amelyek hálózatát aktív hálózatnak nevezzük.

A hazai felhasználó szempontjából a magyar aktív hálózat helyzete érdekes, amelynek első állomása (Penc) 1996 óta üzemel és az első tervek szerint 12 állomásból állt volna, amelyek – 50 km-es sugarú köröket az állomások köré képzelve – lefednék az ország egész területét. Az első tervekhez képest végül is egy sűrűbb állomáshálózat fog 2007 elejére kiépülni, Budapest környékén a sűrűbb hálózat már 2006-ban megvalósult. A feldolgozó központ Pencen van *(GNSS Szolgáltató Központ, www.gpsnet.hu)*, amelyik többféle, a jövőben még bizonyosan fejlődő szolgáltatást nyújt.

Különbséget teszünk kódméréses adatok és fázisméréses adatok között. Előbbiek a térinformatikai célú, méteres pontosságú alkalmazásokhoz, DGPS módszerekhez szükségesek; utóbbiak a geodéziai célú, cm-es pontosságú alkalmazásokhoz. Megkülönböztetünk továbbá utófeldolgozás céljára szolgáló adatokat (amelyek regisztrálást követően 1 órás, vagy 24 órás csomagban tölthetők le Interneten keresztül) és valós idejű adatszolgáltatást. A valós idejű adatok lehetnek egyetlen állomásra vonatkozók (az ún. egybázisos megoldást támogatók), vagy több állomás adataiból generált korrekciók, amelyek a hálózati RTK *(Network RTK)* valamelyik koncepcióját támogatják (Busics és Horváth 2006).

A hálózati RTK jelentősége egyre nagyobb lesz, mert több előnnyel rendelkezik az egybázisos megoldáshoz képest. A felhasználó szempontjából lényeges előny például, hogy egy-egy permanens állomás kiesése nem végzetes, mert annak szerepét egy hálózatrész átveszi. Mind a pontosság, mind a megbízhatóság javul. Ugyanakkor felvetődik a szomszédos országok nemzeti hálózatainak összekapcsolása, az állomások kerethibáinak csökkentése, illetve a folyamatos mozgásvizsgálat, a biztonságos, folyamatos működés (rendelkezésre állás) feltételeinek megteremtése, amely kérdések megoldása még jövőbeni feladat.

A nagy műszergyártó cégek kifejlesztették saját központi hálózati RTK üzemeltető szoftvereiket, de léteznek gyártótól független megoldások is.

A hálózati RTK koncepciói közül, amelyeket a gyakorlatban is alkalmaznak, hármat említhetünk: a virtuális referenciaállomás (VRS), a korrekciófelületi paraméterek (FKP) és a hálózatrész tömörített adattovábbítására (MAC) vonatkozó elképzelést. A betűjelek rövidítése a következő: *VRS: Virtual Reference Station; FKP: Flaschenkorrektur Parameter; MAC: Master-Auxiliary Concept.*

A GNSS részének tekintjük a felhasználói oldalt is, amelyhez az alkalmazott műszereket, szoftvereket és technológiákat soroljuk. A legnagyobb fejlődés éppen ezen a területen ment végbe, ha tekintetbe vesszük, hogy voltaképpen még ugyanazt a GPS alaprendszert használjuk, mint másfél évtizeddel ezelőtt. A navigációs vevők általában csak feldolgozzák a pillanatnyi kódmérési eredményt, egy pozíciót adnak, de ehhez olyan célszoftverek fejleszthetők, amelyek rendkívül sokrétű alkalmazásokat tesznek lehetővé (gondoljunk a hangos útbaigazítást adó jármű-navigációs szoftverekre). A térinformatikai vevőket egyre több DGPS szolgáltatásra készítik fel. A fázismérés végrehajtását biztosító geodéziai vevők a GPS-korszak kezdetén csak hosszú időtartamú statikus mérésre voltak alkalmasak. A gyors statikus mérés és a kinematikus mérés lehetősége már szoftverfejlesztés eredménye volt, akárcsak az OTF inicializálást használó RTK mérésé.

Az utófeldolgozó szoftverek, az RTK vevőkben működő szoftverek és a központi feldolgozó szoftverek mögött olyan matematikai modellek állnak, amelyek komoly elméleti kutatások eredményei.

4 A helymeghatározás mai technológiái

Amennyiben GNSS technológiát kívánunk használni egy helymeghatározással vagy kitűzéssel összefüggő feladathoz, előbb tisztáznunk kell, mi a pontossági igény, milyen vevőberendezés áll rendelkezésre, milyen infrastruktúrára tudunk vagy kívánunk támaszkodni.

Pontosság tekintetében beszélhetünk tízméteres, méteres, méter alatti, centiméteres, vagy milliméteres igényről, ill. ponthibáról. Gyakran ezeket a pontossági igényeket a navigációs, térinformatikai, geodéziai és geodinamikai jelzőkkel is illetjük, ami az alkalmazási területekre utal. Ebben az írásban a mm pontossági igényű alkalmazásokat nem érintjük, mert az külön speciális megfontolásokat igényel.

Ami a geodéziai GNSS vevőket illeti, jelenleg ezek lehetnek egy- vagy kétfrekvenciás vételre alkalmasak, csak utófeldolgozást, vagy valós idejű mérést is kiértékelők, statikus és kinematikus mérésre felkészítettek. Érdekes kérdés, hogy egy régebbi típusú, pl. gyors statikus mérésre szánt műszer, fejlettebb szoftverrel használható-e gazdaságosabb módon. Például rövidíthető-e a mérési idő, növelhető-e a bázistávolság?

A következőkben tíz olyan GNSS mérési technológiát mutatunk be röviden, amelyeket a hazai geodéziai, vagy térinformatikai feladatokhoz, a hazai viszonyokat figyelembe véve ma használunk.

A technológiák csoportosítását, elkülönítését a következő szempontok indokolják:

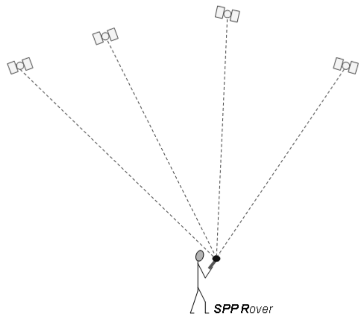
1. a mérés típusa: kódmérés vagy fázismérés;
2. a terepi mérési módszer: navigációs, gyors statikus, kinematikus;
3. a feldolgozás időbeli lefolyása: valós idejű, utófeldolgozásos;
4. a relatív mérésnél használt referenciapont: új pont, vízszintes alappont, OGPSH pont, permanens állomás;
5. a vektorfeldolgozás jellege: egybázisos megoldás, hálózati RTK;
6. a transzformáció jellege: egyedi, lokális, országos paraméterek vagy megoldások.

1) Abszolút helymeghatározás

Bármely GNSS vevő a bekapcsolása után néhány másodpercen belül kódmérésre alapozva meghatározza térbeli helyzetét, általában földrajzi ellipszoidi koordinátákkal (2. ábra). Ezt nevezzük abszolút helymeghatározásnak *(SPP-Single Point Positioning)*, amihez semmilyen korábbi infrastruktúra-elem nem szükséges, mert számos alkalmazás igényeinek megfelel. Az alaprendszerek jelenlegi és jövőbeni SPP pontossági mérőszámait az 1. táblázat tartalmazza.

1. táblázat. Az abszolút helymeghatározás (SPP) várható pontossága

alaprendszer	jelenlegi	modernizált
GPS	SA-val: 100 m SA nélkül: 22 m	6 m
GLONASSZ	30 m	5-7 m
GALILEO	–	6 m

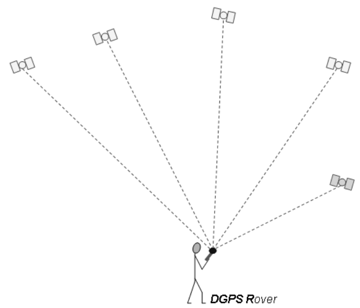


2. ábra. Abszolút helymeghatározás

Érdemes itt megemlíteni az abszolút helymeghatározás javított vagy precíz változatát *(Precise Point Positioning – PPP)*. Ezt a fogalmat először olyan hosszabb időtartamú statikus mérések utólagos feldolgozására használták, amikor precíz pályaadatokat és órahibákat vettek figyelembe. Mára kidolgozták a valós idejű PPP elméletét is, amikor az időben változó összes hibaforrást modellezik, és valós időben figyelembe veszik a vevő-koordináták számításánál (Wübbena et al. 2005). Itt tehát – bár egyetlen „magányos” vevő mér –, de a mért adatok feldolgozása egy infrastruktúrára támaszkodik, ezért eredeti értelemben nemcsak a nyers kódtávolságok feldolgozásáról van szó.

2) DGPS korrekció műholdról

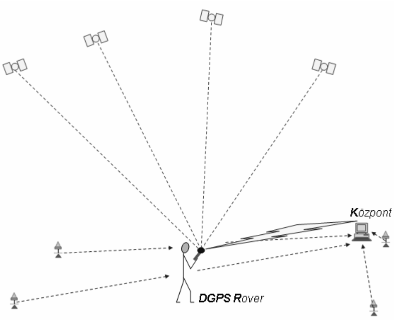
Ezt a technológiát térinformatikai adatgyűjtésre használjuk, amikor a műholdas kiegészítő rendszer szolgáltatásaként kódtávolság korrekciókat veszünk igénybe valós időben (3. ábra). A mért hatótávolságokat ezzel megjavítva, az SPP megoldásnál pontosabb koordinátákat kapunk. A várható pontosság számos tényező függvénye, az EGNOS igénybevétele esetén 3 m a becsült érték.



3. ábra. DGPS – műholdról vett korrekciókkal

3) DGPS korrekciók földi adattovábbítással

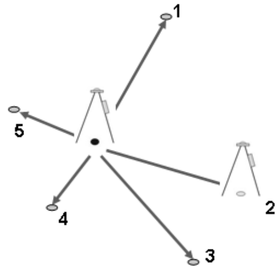
Ez is kódmérésen alapuló technológia, de a korrekciókat földi adatforrásból kapjuk (4. ábra). A kommunikációs csatorna lehet: URH vagy FM rádióadó, rádióbacon, kereskedelmi rádióadó melléksávja (RDS), mobiltelefonos szolgáltatás (GSM). Magyarországon is volt többféle próbálkozás, jelenleg a permanens állomások kódméréses korrekcióinak Internetes továbbítása látszik a leggyakorlatiasabb megoldásnak. A kódméréses adatok a rover tárolt adataival relatív módban utólag is feldolgozhatók.



4. ábra. DGPS – földi továbbítású korrekciókkal

4) Statikus mérés vízszintes referenciaponttal

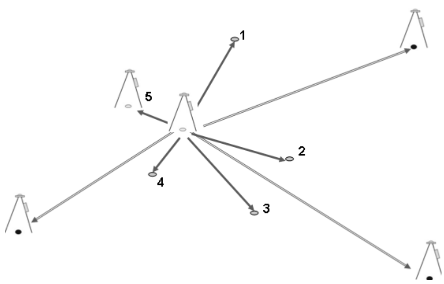
Ezt a technológiát akkor alkalmaztuk, amikor még nem épült ki az OGPSH. A következő ábrákon öt új pont relatív fázismérését tételezzük fel (5. ábra). A statikus méréshez a referenciavevőt egy megbízható vízszintes alapponton állítottuk fel. A statikus vagy gyors statikus mérés feldolgozása kétirányú (WGS-EOV, EOV-WGS) transzformációs paraméterek számításával indult. A transzformáció közös pontjait a 24 pontos kerethálózat kiválasztott pontjai alkották. Mivel ezen pontok átlagtávolsága 80 km, a közös pontok által lefedett terület nagy, így hazai viszonylatban decimétert meghaladó maradék ellentmondások is adódtak. Ez azonban nem okoz hibát, ha az EOV-WGS paraméterekkel képezzük a referenciapont közelítő WGS84 koordinátáit, ehhez kötjük a mért vektorokat, majd az új pontok WGS84 koordinátáit a WGS-EOV paraméterekkel számítják át a nemzeti rendszerbe. Ellenőrzésként több ismert vízszintes pont is bevonható, vagy a vízszintes alappontok WGS84 rendszerbe átszámított adott pontjai alapján térbeli hálózatkiegyenlítés végezhető (így működik a HGPS program). Ezzel a módszerrel a GNSS technikát vízszintes pontsűrítésre használhatjuk, de csak adott vízszintes alappont környezetében. A térbeli számítás egy közelítő „kvázi” WGS84 rendszerben történik. Látszólag nem kell infrastruktúra, de vagy országos transzformációs paraméterkészletre, vagy néhány közös (távoli) transzformációs pontra szükség van.



5. ábra. Statikus mérés – 2D referenciaponttal

5) Önálló GPS hálózat illesztése általunk mért vízszintes alappontokra

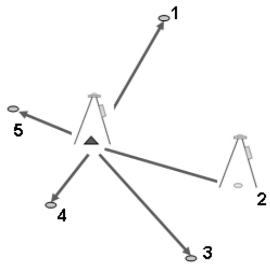
A referenciavevőt egy őrzött, biztonságos, jó kilátású, de ismeretlen ponton állítjuk fel (6. ábra). Első lépésként ennek a pontnak a közelítő WGS84 rendszerbeli koordinátáit határozzuk meg SPP módszerrel. Maga a terepi mérési módszer lehet gyors statikus utófeldolgozásos, vagy RTK, amikor is a mért vektorokat a referenciaponthoz kötjük. Ezúttal így egy saját, önálló kvázi WGS térbeli rendszert hoztunk létre. Ahhoz, hogy ebből a rendszerből helyi vízszintes (EOV) koordinátákat szolgáltassunk, magunknak kell gondoskodni a transzformáció közös pontjairól, vagyis minimum 3, de célszerűen 4-5 vízszintes (negyedrendű) alappont GPS-es mérése is feladatunk. Ezt a többletmunkát kell vállalnunk, ha nem akarunk az OGPSH pontjaira támaszkodni. Külön figyelmet igényel a paraméterek kezelése, mert minden egyes referenciaponthoz (feláláshoz) egy külön vonatkozási rendszer tartozik.



6. ábra. Statikus mérés – önálló térbeli rendszerben

6) Gyors statikus mérés OGPSH pontokra támaszkodva

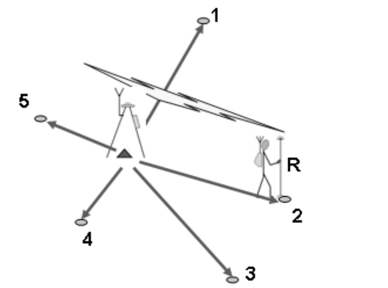
Ezt a technológiát széles körben gyakran használták és használják felmérési alappontsűrítésre. A referenciavevőt OGPSH ponton vagy OGPSH pontokból közvetlenül, térbeli hálózatban meghatározott ponton állítják fel. Egy vektor mérési időtartamát elsősorban a vevő egy- vagy kétfrekven-ciás volta, a vektor hossza és az észlelhető műholdak száma határozza meg. Mivel 15 km-nél hosszabb vektorok mérése nem indokolt, a mérési periódus időtartama 10-30 perc. Az új pontok koordinátáit az „igazi” ETRS89 vonatkoztatási rendszerben kapjuk, ezzel megvalósul a térbeli hálózat bővítése. A transzformációhoz a munkaterület 15-20 km-es körzetében elsősorban OGPSH pontokat célszerű választani, hiszen ezek mindkét rendszerbeli koordinátái rendelkezésre állnak (akkor is felhasználhatók, ha a fizikai pontok esetleg elpusztultak). További ismert vízszintes vagy magassági alappontok bevonásával a helyi illeszkedés javítható. Az adott munkaterületre lokális transzformációs paraméterek határozhatók meg. Az OGPSH adatbázisa alapján, a minden egyes új pontra vonatkozó paraméterek automatikusan is meghatározhatók – erre szolgál a KGO-ban kidolgozott ingyenes EHT szoftver.



7. ábra. Statikus mérés – 3D (OGPSH) referenciaponttal

7) Hagyományos RTK

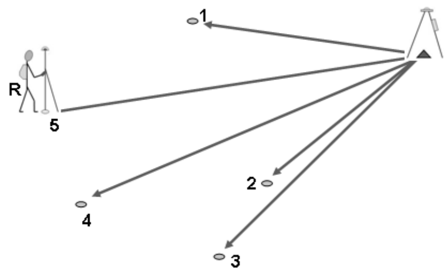
Ez a technológia az 1994-es bevezetése óta fokozatosan nyer egyre szélesebb körű felhasználást (8. ábra). A bevezetés feltétele volt az OTF (menet közbeni) inicializálás szoftveres megoldása, hiszen a gyakorlatban csak így biztosítható a gazdaságos mérés. Kezdetben a referenciavevő és a mozgó vevő *(rover)* közötti adatkommunikáció saját rádió adóvevővel történt, aminek a hatótávolsága korlátozott és függ a terepakadályoktól is. Ezen segített a mobiltelefonos adatátvitel. A kommunikáció csatornái tovább bővíthetők, pl. Internetes kapcsolattal is. Legnagyobb előnye a technológiának, hogy mérés közben van visszajelzésünk a pontossági mérőszámokról, így elkerülhető a pótmérés, továbbá megvalósítható a geodéziai pontosságú kitűzés. A „hagyományos” jelző arra vonatkozik, hogy – az adatkommunikáció fajtájától függetlenül – a referenciavevőt a felhasználó telepíti és üzemelteti, továbbá a bázistávolság nem haladja meg a 20 km-t.



8. ábra. Hagyományos RTK mérés – 3D referenciaponttal

8) Félkinematikus mérés OGPSH pontra támaszkodva, utófeldolgozással

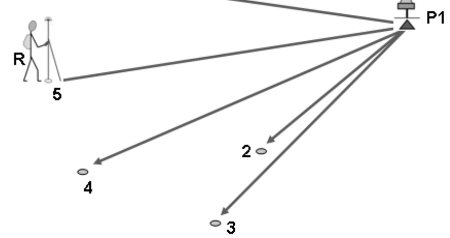
Ez a technológia az előző, 6). és 7). pontban leírt módszerek valamilyen kombinációjának tekinthető. A terepi mérési módszer az RTK-hoz hasonlóan félkinematikus *(stop and go)*, a referenciapontot is magunk telepítjük OGPSH ponton, vagy arról közvetlenül meghatározott ismert térbeli alapponton (9. ábra). A feldolgozás viszont utólagos, hasonlóan a statikus mérésekhez, mivelhogy csak erre van lehetőségünk. Miért érdemes ezt a technológiát kiemelni? Azért, mert a gyors statikus méréssel összevetve lényegesen csökkenthető egy-egy új pont mérési időtartama. Az utófeldolgozó szoftver ugyanazt az algoritmust használhatja, mint az RTK szoftver, kétfrekvenciás vevővel megvalósítható az OTF inicializálás, így sokkal gazdaságosabb lehet a mérés, mint statikusan. Kétségtelen hátrány, hogy a pontosságról vagy megfelelőségről csak az irodában szerzünk tudomást.



9. ábra. Félkinematikus mérés – 3D referenciaponttal, utófeldolgozással

9) Egyetlen permanens állomásra támaszkodó mérés

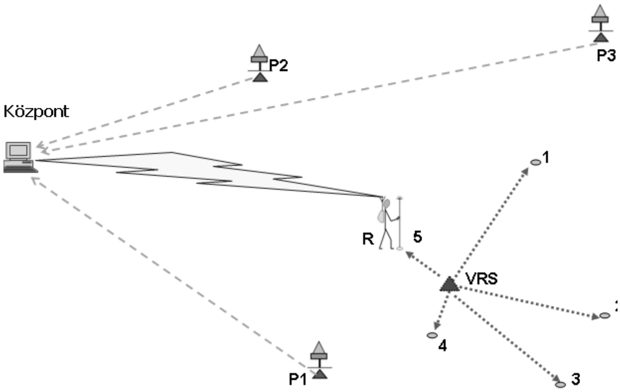
Ez a technológia alapvetően azonos a 6)., 7). illetve 8). pontban leírtakkal, a lényegi különbség az, hogy saját bázisállomás helyett permanens állomást használunk (10. ábra). A terepi mérés tehát lehet gyors statikus, félkinematikus (utófeldolgozásos), vagy RTK típusú, a lényeg, hogy egy permanens állomást használunk referenciaként. Ez – vagyis az infrastruktúra egy elemének, az aktív hálózat egy pontjának használata – gazdasági előnnyel jár, ezért kiemelésre érdemes. Metodikai szempontból elkülöníthetnénk a statikus, félkinematikus vagy RTK mérésen alapuló technológiákat, de itt most nem tesszük, mert a közös jellemzőt, az aktív hálózat használatát tartjuk elsődlegesnek. A 6)., 7). és 8). pontokban leírt sajátosságok erre a technológiára is érvényesek.



10. ábra. Félkinematikus mérés – permanens állomásra támaszkodva, utófeldolgozással

10) Hálózati RTK

A hálózati RTK technológia (11. ábra) hazai alkalmazására 2005 őszétől van lehetőség, miután a penci feldolgozó központban üzembe helyezték a megfelelő felügyelő szoftvereket. Az egybázisos megoldáshoz képest előnyös a felhasználó nagyobb biztonsága (egy állomás kiesése miatt nem hiusul meg a mérés), valamint, hogy nagyobb pontosság érhető el.



11. ábra. RTK mérés – hálózati RTK, a VRS koncepció szerint

Ugyanakkor az infrastruktúra minden elemének: az egyes permanens állomásoknak, a központi szervernek és szoftvernek valamint az adatátvitelnek folyamatosan és hibátlanul kell működnie, aminek megvalósítása nem kis feladat.

A felhasználó úgy érzékeli, hogy egyetlen mozgó vevővel mér cm-es pontossággal, a háttérben azonban a teljes földi kiegészítő rendszer üzemel. A transzformációhoz használhatók az eddigi lokális paraméterek, de 2006 nyarán a KGO-ban kidolgoztak az egész ország területére érvényes real-time megoldást is, a VITEL (Virág és Borza 2007) nevű szoftvert.

5 Tesztmérési eredmények

A következőkben néhány olyan eredményt mutatunk be, amelyet a *Leica Smart Station* műszer tesztelése során szereztünk egybázisos megoldással, ill. hálózati RTK-val (9. és 10. sorszámmal jelölt technológia). A műszert szabatosan meghatározott, az ERS89-rendszerben ismert ponton állítottuk fel egy nadapi munkaterületen. A térbeli koordinátákat lokális paraméterekkel EOV-rendszerbe transzformáltuk, hogy vízszintes és magassági értelemben lássuk az eltéréseket. Mivel mindig ugyanezt a paraméter-készletet használtuk, transzformációs hiba nem terheli az eredményt. Nemcsak az inicializálás utáni koordinátákat, hanem azok középhibáit is rögzítettük. Az inicializálás – vagyis a fázistöbbértelműség feloldása – minden esetben 30 másodpercen belül sikeres volt.

2. táblázat. Az egybázisos megoldás pontossága GPS-mérőállomással

Permanens állomás	Bázishossz [km]	Műszer által jelzett középhiba [m]			Valódi eltérés az ismert koordinátától [m]		
		my	mx	mH	dy	dx	dH
SZFV	17	0.014	0.016	0.032	-0.011	-0.007	0.114
TATA	42	0.014	0.017	0.033	-0.011	-0.003	0.004
BUTE	41	0.013	0.016	0.030	-0.020	0.006	-0.011
PENC	77	0.014	0.017	0.032	-0.022	0.004	-0.015
MONO	63	0.013	0.016	0.030	-0.010	-0.010	-0.038

3. táblázat. A hálózati RTK pontossága GPS-mérőállomással

Hálózati koncepció	Műszer által jelzett középhiba [m]			Valódi eltérés az ismert koordinátától [m]		
	my	mx	mH	dy	dx	dH
FKP	0.014	0.026	0.041	0.000	0.000	0.037
VRS	0.019	0.026	0.058	-0.006	-0.001	0.035
MAC	0.011	0.019	0.036	-0.017	-0.011	-0.031

A 2. és 3. táblázatból megállapítható, hogy a műszer által jelzett középhibák reálisak. A valódi koordináta-hibák vízszintes értelemben általában nem érik el a 2 cm-t, magassági értelemben a 4 cm-t. A magassági eltérések nagyobbak a vízszintes értéknél. A 2. táblázatban az SZFV permanens állomásról számított magasságban jelentkező mintegy 11 cm-es eltérés nem mérési hiba, hanem a fáziscentrum helytelen értelmezéséből adódik, ami a jövőben szoftver-korszerűsítéssel kijavítható.

Az egybázisos megoldás nemcsak 50 km-es bázistávolságig működik, hanem annál lényegesen nagyobb távolságon is. Az inicializálási idő meglepően rövid, 20-30 másodperc körüli érték volt. Emlékeztetünk arra, hogy az igen kedvezőnek tűnő eredményeket műszerállványon felállított, mérőállomásra helyezett, tehát álló helyzetű antennával kaptuk, amikor semmilyen kommunikációs probléma nem merült fel; ténylegesen mozgó antenna esetén a szükséges inicializálási idő hosszabb. A hálózati RTK-val kapott eredmények jobbak, mint egyedi permanens állomásokhoz kapcsolódva.

Ugyanezen munkaterületen végzett korábbi vizsgálatnál megállapítottuk, hogy gondosan végzett félkinematikus méréssel, utófeldolgozással, korszerű szoftverrel az 50 km-nél távolabbi permanens állomások adataival is elérhető néhány cm-es ponthiba (Busics 2004).

6 Összefoglalás

Ebben az írásban összefoglaltuk a GNSS rendszer jelenlegi fejlettségi fokán térinformatikai és geodéziai célra alkalmazható GNSS technológiákat. A tíz lehetséges technológia közül 3 kódmérésen, 7 pedig fázismérésen alapul. A felsorolásban követtük a történeti kialakulás sorrendjét, amely az infrastruktúra nélküli állapottól a passzív hálózaton keresztül a hálózati RTK-ig terjed.

A technológiai fejlődés gyors ütemére jellemző, hogy e cikk írása közben jelent meg az ún. virtuális RINEX szolgáltatás, ami Magyarország bármely pontjára, tetszőleges időtartamra és integrálási idővel képes fiktív nyers mérési adatokat generálni. Ezáltal a régebbi egyfrekvenciás vevők gazdaságossága is javulhat. Az eddigi (2007 előtti) hazai gyakorlati tapasztalatok a geodéziai célú műholdas helymeghatározást illetően a következő tömör megállapításokra adnak módot.

1. A „régi” típusú vevőket akkor tudjuk gazdaságosabban kihasználni, ha félkinematikus mérést végzünk permanens állomásokra támaszkodva. A feldolgozás lehet valós idejű, vagy utólagos. Az utófeldolgozást jól támogatja a virtuális RINEX szolgáltatás. Kétfrekvenciás vevővel a fázistöbbértelműség menet közbeni inicializálással feloldható, így az esetleges jelvesztés kevésbé befolyásolja a mérés eredményességét. Korszerű, frissített szoftverrel ez a technológia megvalósítható „régi” vevőkkel is.
2. A legújabb GNSS vevőkbe a hálózati RTK beépített lehetőség, Ennek használata kívánatos, de az optimális koncepció beállítása még további megfontolásokat igényel.
3. A bázistávolság erősen függ az alkalmazott modelltől és szoftvertől. Fejlett szoftvereknél 50-100 km közötti bázistávolságnál is elérhető a fázistöbbértelműség fix feloldása, biztosítható a cm-es pontosságú vízszintes koordináta.
4. Az alkalmazható technológia kiválasztása mindig a felhasználó felelőssége. A helyes döntéshez – a felhasználói igény mellett – tekintetbe kell venni a rendelkezésre álló infrastrukturális szintet és a használható műszerek és szoftverek képességét. Ebben fontos szerepe van a szakmai oktatásnak és az új körülményekhez igazodó szakmai szabályozásnak is.

Hivatkozások

Ádám, Bányai, Borza, Busics, Kenyeres, Krauter, Takács (2004): Műholdas helymeghatározás. Műegyetemi Kiadó, Budapest.

Borza T, Busics Gy (2005): A GNSS infrastruktúrára támaszkodó műholdas helymeghatározás. GIS Open konferencia kiadványa, Székesfehérvár.

Busics Gy, Horváth T (2006): Az aktív hálózatok adottságainak kihasználása a műholdas helymeghatározásban. Geodézia és Kartográfia, 4, 9-16.

Busics Gy (2004): Alappontmeghatározás RTK-val. Geomatikai Közlemények, VIII, 107-114.

Wübbena G, Schmitz M, Bagge A (2005): PPP-RTK: Precise Point Positioning Using State-Space Representation in RTK Networks. Presented at the 18th ION-GNSSS-05, 2005 Long Beach California. Geo++ White paper. p. 11.

Virág G, Borza T (2007): Speciális transzformációs eljárások a valós idejű GNSS helymeghatározásnál. Geomatikai Közlemények X, 59-64.

PERMANENS GPS ÁLLOMÁS LÉTESÍTÉSE AZ MTA GEODÉZIAI ÉS GEOFIZIKAI KUTATÓINTÉZETBEN

*Bányai László**

Establishment of permanent GPS station in the Geodetic and Geophysical Research Institute of the Hungarian Academy of Sciences – *In this paper the experiences of procurement, establishment and purposes of the permanent GPS station in Sopron are summarized. The Leica GRX1200 PRO receiver with choke ring antenna is integrated into the national permanent Global Navigation Satellite System (GNSS) network to supply data for the regional innovation projects. The instrument can be used in atmospheric observations and in several research areas of our institute as well.*

Keywords: GNSS, GPS, permanent station

Ebben az anyagban a soproni permanens GPS állomás beszerzésével, telepítésével és alkalmazásával kapcsolatos ismereteket és elképzeléseket foglaljuk össze. A Leica GRX1200 PRO gyűrűs antennával ellátott berendezést az országos permanens globális navigációs műholdrendszerek (GNSS) állomáshálózatba integráljuk, amellyel a régió innovatív fejlesztéseit kívánjuk elősegíteni. A berendezést intézetünk atmoszférikus obszervatóriumi megfigyeléseiben és különböző kutatási programjaiban is felhasználjuk.

Kulcsszavak: GNSS, GPS, permanens állomás

1 Bevezetés

Az amerikai műholdas globális helymeghatározó rendszer (GPS), továbbá annak orosz megfelelője (GLONASS) és a rendszert kiegészítő egyéb műholdas szolgáltatások, pl. az Európai Unió EGNOS rendszere a mesterséges holdak gyakorlati alkalmazása területén jelentős technológiai fejlődést eredményezett az életminőség javításának legkülönbözőbb területein. A rendszer potenciális jelentőségének felismerését követően az Európai Unió Galileo néven, egy, a korábbi rendszerekkel együttműködő, de autonóm elképzelés gyakorlati megvalósításába kezdett.

A rendszerek szerves részét képezik a mesterséges holdak megfigyelését végző permanens állomások. Ezeket kezdetben a globális és regionális geodéziai alapok (vonatkoztatási rendszerek) biztosítására alkalmazták. A globális geodinamikai és geodéziai alapok fenntartását Európában az EUREF szervezet koordinálja. A permanens állomások méréseiből előállíthatók a DGPS korrekciók, amelyekkel lehetséges a méter pontossággal jellemezhető közlekedés-navigációs szolgáltatások biztosítása, valamint előállíthatók az RTK korrekciók, amelyekkel a centiméter pontosságú igényeket is ki lehet elégíteni.

A rendszerek szolgáltatásai a legkülönbözőbb műszaki, természetvédelmi, közlekedésbiztonsági, katasztrófavédelmi, földtudományi stb. alkalmazások területén biztosítanak innovatív K+F fejlesztési lehetőségeket, hozzájárulva az életminőség javításához.

Magyarországon a földmérési alapok permanens GPS állomásokkal történő fenntartását az FVM Földmérési és Távérzékelési Intézet Kozmikus Geodéziai Obszervatóriuma (FÖMI KGO) koordinálja (Kenyeres 1998, Borza 2002, Horváth 2005). Részt vesznek az EUREF szervezet munkájában is. Az országos aktív GNSS hálózatot már részben kiépítették, a budapesti régióban pedig beüzemelték a sűrített hálózatra támaszkodó hálózati RTK rendszert. Az ezzel kapcsolatos tudnivalók a http://www.gpsnet.hu/ honlapon találhatók.

A Nyugat-Dunántúli Régióban az országos hálózat csornai, győri és zalaegerszegi állomása található, amely nem fedi le a régió potenciális igényeit. Hasonlóan a már említett budapesti regionális igényekhez, itt is további kisrégiós állomások telepítése lenne indokolt. Ezért az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézet regionális innovációs pályázatot nyújtott be egy soproni permanens GPS állomás létesítésére.

**MTA GGKI, 9400 Sopron, Csatkai u. 6-8.*
E-mail: geomatika@ggki.hu

2 Baross Gábor regionális innovációs pályázat

Intézetünk a rendelkezésre álló pályázati lehetőségek közül a Baross Gábor Program, Nyugat Dunántúli Innovációs Fejlesztések keretében nyújtott be programjavaslatot a „K+F és innovációs infrastruktúra fejlesztés" – a fejlesztésekhez szükséges tárgyi eszközök beszerzésére. Pályázatunk a „Permanens műholdas szolgáltató állomás létesítése regionális műszaki és környezetgazdálkodási innovációk támogatása – PERMSZOL" címmel került benyújtásra. A pályázatot a bírálók elfogadták és ND_INRG_05-PERMSZOL 297-10 számon regisztrálták.

A pályázatban egy regionális GPS permanens állomás kiépítését és üzemeltetését vállaltuk, amit együttműködési megállapodás keretében a FÖMI KGO állomáshálózatába integráltuk. A megbízható működést követően jelentkeztünk az EUREF EP – Európai Permanens-állomáshálózatba is, ezért a rendszert automata meteorológiai állomással is elláttuk.

A kiépített rendszer alkalmas DGPS és RTK szolgáltatások nyújtására, valamint a FÖMI KGO rendszerében részt vehet virtuális GPS állomások generálásában is. A rendszer a regionális innovációs fejlesztések területén is hasznosítható.

A DGPS szolgáltatások járműnavigációs, közlekedésbiztonsági, kisebb pontossági igényű terepi adatgyűjtési (erdő- és mezőgazdaság, természetvédelem stb.) innovációk során hasznosíthatók.

Az RTK szolgáltatások geodéziai alapmunkálatokhoz (felmérés, infrastrukturális beruházás, épület- és talajmozgások vizsgálata, stb.), pontos terepi adatgyűjtéshez, térképezéshez (precíziós mezőgazdaság, környezet- és természetvédelem stb.) nyújthatnak infrastruktúrát.

Az állomás segítségével új regionális GPS kalibrációs eljárások is kidolgozhatók, mivel jogkövetkezménnyel járó geodéziai tevékenység csak kalibrált eszközökkel végezhető.

Intézetünk jellegéből adódóan a föld- és környezettudományi alkalmazások is fontos szerepet játszanak. A hálózatba integrált állomások regionális ionoszféra- és troposzféra állapot monitorozásában is hasznosíthatók.

Sopronban a Nyugat-Magyarországi Egyetem Erdőmérnöki Karával (NYME EMK) kötött együttműködési megállapodás keretében vizsgáljuk a rendelkezésre álló korszerű GNSS eszközök alkalmazását a regionális pályázati lehetőségek kiaknázásában.

3 A rendszer kiépítése

A pályázat kezdeti szakaszában megismerkedtünk a külföldi és hazai tapasztalatokkal. Több szempont figyelembevételével az egyik legmegbízhatóbb műszertípus, a Leica GRX1200 PRO WEB interface-el ellátott berendezés megvásárlása mellett döntöttünk, amely a http://gps-station.ggki.hu internetes címen érhető el.

A rendszer konfigurálását a GGKI és a KGO jogosult alkalmazottjai végezhetik el. A hálózati RTK szolgáltatást a KGO felügyeli. A regionális célú adatgyűjtést, amely az aktuális oktatási, kutatási és innovációs feladatok igényeihez igazodik, a GGKI hajtja végre. A rendszerhez nagypontosságú védőkupolával ellátott gyűrűs antenna (Choke Ring) és Boreas gyártmányú automata meteorológiai állomás is tartozik, amely percenként regisztrálja a hőmérséklet, légnyomás és relatív páratartalom értékeket.

A teljes rendszerhez tartozik egy http://gps-server.ggki.hu internetes címen elérhető szerver is, amely tárolja a GPS méréseket és a meteorológiai adatokat, továbbá az NYME EMK-val egyeztetve egy öt felhasználós LGO adatfeldolgozó rendszert is tartalmaz. Az együttműködésnek megfelelően a szoftvert csak jogosult személyek használhatják. A RINEX input lehetővé teszi tetszőleges műszertípusok méréseinek feldolgozását is.

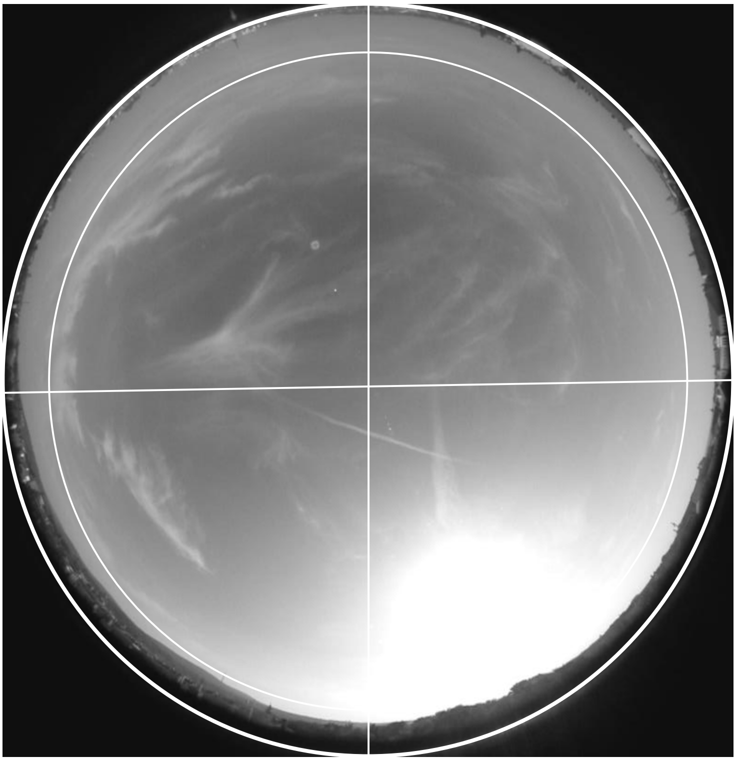
A GPS állomást a hálózatban a Sopronra utaló SPRN néven regisztráltuk (a SOPR nevet az EUREF alappont már lefoglalta). Jelenleg az ETRF89 rendszerbe történő bekapcsoló mérés és a koordináták meghatározása történik.

Az 1. ábrán az állomás környezetét légifénykép segítségével szemléltetjük, ahol a lift fogadóépület tetején korábban kialakított centrális kalibrációs hálózat pontjait körökkel is kiemeltük. A 2. ábra a központban elhelyezett, és védőkupolával ellátott gyűrűs antennát és a további pontokat oldalnézetből mutatja. Az antenna fáziscentrum magasságában készült halszemobjektíves zenitfelvételt az égtájaknak megfelelő transzformáció után a 3. ábrán mutatjuk be. A fehér koncentrikus körök a horizontot és a 10 fok magassági szöghöz tartozó irányokat jelölik. Az állomáson 10 fok fölött (a tévétoronytól eltekintve) nem találunk zavaró objektumokat. Öt fok felett csak a délen elhelyezkedő Soproni hegység takarja a kilátást.

A 4. ábra a meteorológiai szenzor rúdon történő elhelyezését is mutatja. A szenzort a légkondicionáló akna pillérén helyeztük, el az antenna magasságában, így a lapostető nyári kedvezőtlen hősugárzását is a minimálisra tudjuk szorítani. A pilléren egy „villámlás szenzor" is található, amely geofizikai légköri vizsgálatokat tesz lehetővé. A GPS szenzor, a meteorológiai adatgyűjtő és a szerver a légkondicionált számítóközpontban került elhelyezésre (5. ábra).

1. ábra. A GPS állomás környezete és a kalibrációs hálózat

2. ábra. A GPS antenna centrális elhelyezése és a kalibrációs hálózat



3. ábra. Égtáj szerint tájékozott zenitfelvétel az antenna fáziscentrum magasságában

4. ábra. A meteorológiai szenzor (1), az antenna (2) és a villámlás detektor (3) elhelyezése

5. ábra. A GPS szenzor (1), a meteorológiai adatgyűjtő (2) és szerver (3) elhelyezése

4 Összefoglalás

A permanens állomás létesítésével intézetünk egy olyan korszerű berendezéssel gyarapodott, amely a regionális innovációs célkitűzések mellett a kutatás-fejlesztési feladatok megoldásában is hasznosítható.

A permanens állomás a korábbi műszer-kalibrációs vizsgálatokhoz (Bányai 2000, Bányai 2005) is jelentősen hozzájárulhat.

Intézetünk Széchenyi István Geofizikai Obszervatóriumában a tervezett digitális ionoszonda üzembe állításával az integrált ionoszférikus kutatások és megfigyelések is ismét előtérbe kerülhetnek. A villámlás detektor adatainak segítségével megvizsgálhatjuk a térerősség hatását a GPS mérések pontosságára vonatkozóan.

Az NYME EMK és a GGKI közötti együttműködés során doktori kutatás keretében integrált mérőrendszerek környezetvizsgálati alkalmazását vizsgáljuk (Bazsó 2007).

Köszönetnyilvánítás. Ezúton szeretnék köszönetet mondani mindazoknak, akik az ND_INRG_05-PERMSZOL 297-10 számon nyilvántartott pályázat elnyerésében és megvalósításában elévülhetetlen érdemeket szereztek.

Hivatkozások

Bazsó T (2007): Integrált geodéziai műszer-együttes alkalmazásának vizsgálata erdőrezervátumok területén. Geomatikai Közlemények X. 281-296.

Bányai L (2000): GPS vevők kalibrálási lehetőségei. Geomatikai Közlemények III. 71-80.

Bányai L (2005): Investigation of GPS antenna mean phase centre offsets using a full roving observation strategy. Journal of Geodesy 79. 222-230.

Borza T (2002): Digitális országok születése. Geomatikai Közlemények V. 35-44.

Kenyeres A (1998): Permanens állomás(ok) a hazai geodéziai gyakorlatban. Geomatikai Közlemények I. 43-48.

Horváth T (2005): Javított valósidejű helymeghatározás interneten keresztül. Geomatikai Közlemények VIII. 123-133.

SPECIÁLIS TRANSZFORMÁCIÓS ELJÁRÁSOK A VALÓS IDEJŰ GNSS HELYMEGHATÁROZÁSNÁL

*Virág Gábor**, *Borza Tibor**

Special transformation methods for real-time GNSS positioning – *This paper describes a transformation software based on the Hungarian GPS network which can transform World Geodetic System 1984 (WGS-84) coordinates into the Hungarian national system (EOV). We also describe a special transformation method, which is useful for real-time application.*

Keywords: transformation, GPS, EOV, software development

A cikk bemutatja a World Geodetic System 1984 (WGS-84) és az Egységes Országos Vetület (EOV) közötti transzformációra kifejlesztett szoftvert (EHT[2]), amely lokális átszámítást végez az Országos GPS Hálózat (OGPSH) pontjaira támaszkodva. Bemutatunk még egy transzformációs eljárást, mely valós idejű alkalmazásokra készült.

Kulcsszavak: transzformáció, GPS, EOV, szoftver fejlesztés

1 Bevezetés

A GPS technika széleskörű elterjedése a geodéziai gyakorlatban felgyorsította azokat a kutatásokat, amelyek eredményeképpen hatékonyan, nagy pontossággal lehet a GPS mérési eredményeket át-transzformálni egy ország – korábban hagyományos módszerekkel meghatározott – vonatkozási rendszerébe. Kezdetben a hétparaméteres hasonlósági transzformáció (más néven háromdimenziós (térbeli) Helmert transzformáció vagy Bursa-Wolf modell) terjedt el, majd megjelentek a különböző polinomos transzformációs eljárások. A valósidejű GNSS alkalmazásokhoz speciális eljárásokat dolgoztak ki, melyek alkalmazkodnak az adott gyártmányú műszereknél korábban kifejlesztett adatstruktúrákhoz.

A cikk bemutatja a transzformációk elvi hátterét, valamint ismertet egy - Magyarország területére kifejlesztett - lokális transzformáción alapuló szoftvert (EHT[2]) illetve egy másik speciális eljárást (VITEL), melyet valós idejű GNSS alkalmazásokhoz lehet használni.

2 Transzformációkról általában

A földmérési és térképezési feladatokat általában a klasszikus módszerekkel meghatározott vonatkozási rendszerben végezzük el. Ez a vonatkozási rendszer általában lokális elhelyezésű, melyet valamilyen módon illesztenek a geoid felületéhez az adott ország környezetében. Magyarországon a polgári geodéziai feladatokat legtöbbször a HD72 (Hungarian Datum 1972) vonatkozási rendszerhez kapcsolódó Egységes Országos Vetületi Rendszerben (EOV) végezzük el (Mihály 1994).

Ezzel szemben a GPS mérések eredményeit geocentrikus elhelyezésű vonatkozási rendszerben kapjuk. Magyarország 1991-ben csatlakozott az EUREF-89 rendszerhez, mely az ETRS-89 rendszer egyik konkrét megvalósulásának tekinthető.

A HD72 és az EUREF-89 vonatkozási rendszer között közvetlen (zárt alakban megadható) összefüggések nincsenek. A két rendszer közötti kapcsolatot csak a közös pontok koordinátái között felírható transzformációs egyenletek adnak. Közös pontoknak azon pontokat nevezzük, melyek koordinátái mindkét rendszerben ismertek. A klasszikus térbeli Helmert transzformáció hét paraméterét kiegyenlítéssel, a legkisebb négyzetek módszerével határozhatjuk meg, ha van legalább három, nem egy egyenesen fekvő, közös pontunk (Krakiwsky, Thomson 1974).

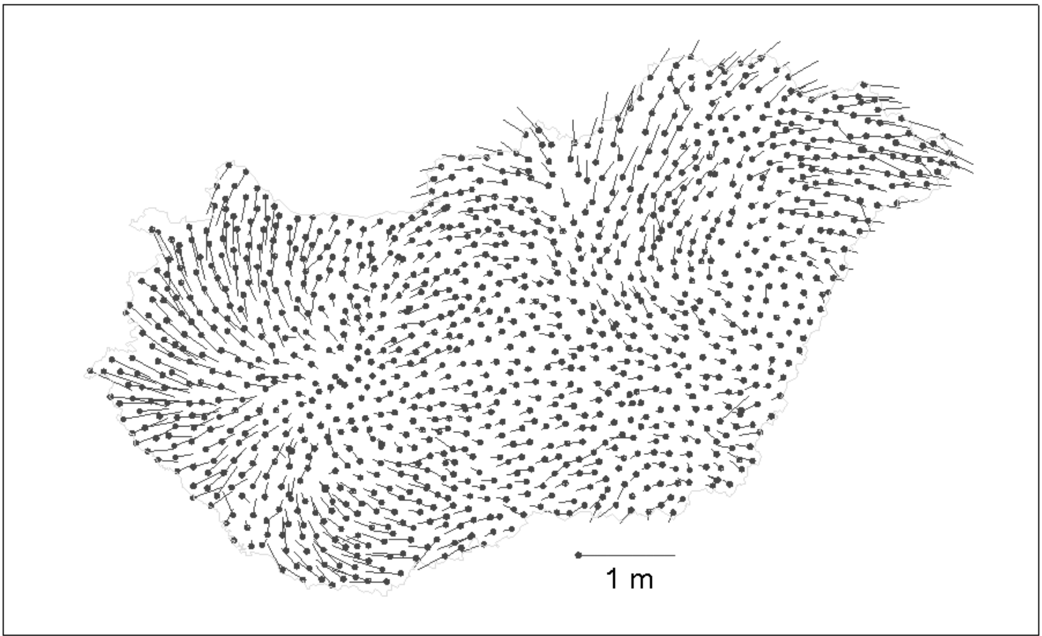
Magyarországon a gyakorlati feladatok elvégzéséhez létrehozták az Egységes Országos Vízszintes Alapponthálózatot (EOVA), mely hálózat I-től IV. rendűig kb. 50000 alappontot tartalmaz. Ezek közül kerültek kiválasztásra az Országos GPS Hálózat (OGPSH) pontjai (1152 db), melyek koordi-

**Földmérési és Távérzékelési Intézet, Kozmikus Geodéziai Obszervatórium, 1373 Budapest, Pf.546.*
E-mail: virag@sgo.fomi.hu , borza@sgo.fomi.hu

nátái az ETRS-89 rendszerbe illeszkednek (Borza 1998). Az OGPSH pontjai kb. 10 km távolságra helyezkednek el egymástól és egyenletesen fedik le az ország területét. Ezért az OGPSH pontjai kitűnően alkalmasak arra, hogy kapcsolatot teremtsenek a két rendszer között, továbbá lehetőséget nyújtanak a hagyományos hálózat esetleges torzulásainak, deformációinak tanulmányozására.

Felmerül a kérdés: Elegendő-e egy paraméter készlet az ország egész területére (Országos transzformáció) vagy régiókra szükséges bontani az országot (Regionális transzformáció) esetleg lokális transzformációt kell végezni?

Ha az ország teljes területére egy paraméterkészletet határozunk meg és megnézzük a transzformáció maradék ellentmondásainak vízszintes komponenseit (1. ábra), látható, hogy ennek nagysága több helyen meghaladja még a fél métert is (Virág 1999). Tehát geodéziai célokra az országos transzformáció nem elég pontos, általános térinformatikai alkalmazásokra viszont elegendő.

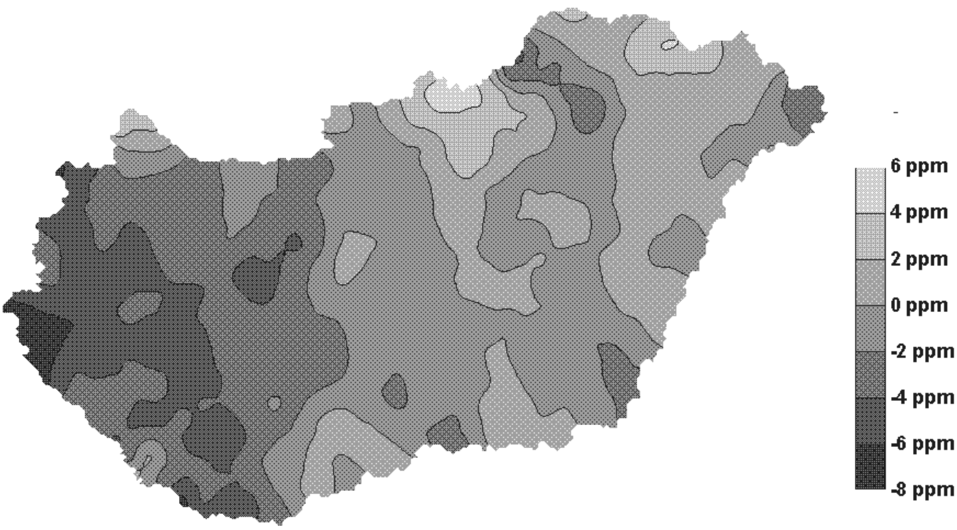


1. ábra. Országos transzformáció maradék ellentmondásainak vízszintes komponense

Ha az országot régiókra osztjuk (például egy megye egy régió) és minden régióra külön paraméterkészletet határozunk meg, akkor a transzformáció maradék ellentmondásai 10 centiméter körül alakulnak. Ez az átszámítási pontosság bizonyos geodéziai feladatokra már elégséges, de nem mindegyikre. Hátránya még ennek a módszernek, hogy a régiók határvonala mentén eltérő koordinátákat kapunk, ha egy pont GPS koordinátáit mindkét szomszédos régió paramétereivel számítjuk át. Három régió találkozásánál lévő pontra, már három különböző koordináta számítható.

Lokális transzformációt alkalmazva a transzformációhoz szükséges közös pontokat az új pont szűk környezetéből válasszuk ki. Ezt a szűk környezetet az OGPSH pontsűrűségére tekintettel, az új pont körül 15 vagy 20 km-es körön belül határozhatjuk meg. Ezzel a módszerrel néhány centiméteres átszámítási pontosság érhető el annak függvényében, hogy az adott térségben milyen az összhang az EOV és az OGPSH között. Az országos GPS hálózat pontjainak lokális transzformációval végzett tesztelésével, az egyes pontokra adódó ellentmondások alapján szerkesztettük a 2. ábrát (Virág 1999).

A transzformációs paraméterek megadása és nem elég körültekintő alkalmazása, súlyos átszámítási hibákhoz vezethet. Leggyakoribb ilyen jellegű hiba a transzformálási irány felcserélése, melynek következtében kb. 1.5 méter átszámítási hiba adódik. A másik nagyon gyakori tévedés abból adódik, hogy a transzformációs modellekben kétféleképpen értelmezik a pozitív forgatási irányt. Ha a koordináta rendszer egyik tengelyével szembe nézünk, az első értelmezés szerint az óramutató járásával megegyező irány a pozitív, a másik értelmezés az óramutató járásával ellentétes irányt tekinti pozitívnak. Az ebből adódó hiba kb. 70 m.



2. ábra. OGPSH és EOV közötti lokális transzformáció ellentmondásai

Annak érdekében, hogy ilyen jellegű hibák ne forduljanak elő, továbbá az esetleges transzformálási hibáktól való félelem ne akadályozza a GPS technológia geodéziai elterjedését, a Földmérési és Távérzékelési Intézet Kozmikus Geodéziai Obszervatóriumában kifejlesztettünk egy szoftvert, mely a GPS-szel meghatározott pontok koordinátáit átszámítja az EOV rendszerbe. Ezen program elsősorban az utófeldolgozáshoz (post processing) készült. A szoftver ingyenesen letölthető a http://www.gpsnet.hu oldalról, ezáltal is elősegítve a GPS geodéziai alkalmazásait. A következőkben a szoftver legfontosabb jellegzetességeit mutatjuk be.

3 (EHT)^2 szoftver

Az (EHT)^2 program (EUREF EOV Hivatalos Helyi Térbeli Transzformáció) létrehozásának elsődleges célja az volt, hogy az átszámítás során előforduló hibák teljesen ki legyenek küszöbölve. Az átszámítást egységes elvek szerint lehessen végrehajtani, amely megkönnyíti az eredmények utólagos ellenőrzését (pl. állami átvétel, földhivatali átvétel).

Az (EHT)^2 program az Országos GPS Hálózat rendszerében meghatározott pontok koordinátáit számítja át az Egységes Országos Vetületi rendszerbe. Az átszámítást az OGPSH pontjai alapján lokális transzformációval hajtja végre az elérhetõ legnagyobb pontossággal. Nagyobb átszámítási pontosság csak további GPS és/vagy hagyományos mérések elvégzése után érhető el (alappontsűrítés).

A program telepítése egyszerű, használata könnyen elsajátítható. Hardver igényei minimálisak, már Windows 95 operációs rendszer esetén is működik.

Az új pont koordinátáinak bevitele történhet adatfájlból vagy közvetlenül billentyűzetről. A GPS koordinátákat megadhatjuk térbeli derékszögû koordinátákkal és megadhatjuk ellipszoidi földrajzi koordinátákkal is három féle formátumban (fok-perc-másodperc és tizedmásodpercek; fok-perc és tizedpercek; illetve fok és tizedfokok). A bemenő fájl típusa egyszerű szövegfájl (txt). Az adatok formátuma soronként (egy sor egy ponthoz tartozó adatok): pontszám (maximum 12 karakter) majd a koordináták szóközzel elválasztva. Egy fájlon belül többféle formátumban is lehetnek a koordináták. A program automatikusan felismeri az adatok formátumát. Az egyszerre átszámítandó pontok száma nincs korlátozva, azonban nagyobb számú pont (ezer felett) esetén a transzformációhoz szükséges idõ és a memóriakapacitás megnõ.

A szoftver a transzformációhoz szükséges közös pontokat minden egyes átszámítandó ponthoz automatikusan, optimálisan és egyedileg választja ki. A transzformációhoz minimum négy, maximum nyolc pontot választ ki az új pont 20 km-es környezetében. Nyolcnál kevesebb pont a 20 km-es környezetben csak az országhatár mentén fordul elő.

Az output listákon a transzformációs paramétereket nem jeleníti meg, viszont feltünteti a transzformáció ellentmondásait a közös pontokban. Az ellentmondások középhibája mutatja a transzformáció pontosságát, egyben jellemzõje a két koordinátarendszer kapcsolatának az adott térségben. A program Magyarország egész területén korlátozás nélkül használható. A transzformáció eredményei kétféle fájlba menthetõk el. Az egyik fájl egy részletes transzformációs outputlista (3. ábra), a másik pedig egy koordinátajegyzék az átszámított pontokról, mely a koordináták további felhasználását teszi lehetővé.

```
EEHHTT   EUREF EOV HIVATALOS HELYI TÉRBELI TRANSZFORMÁCIÓ   FOMI

                    OGPSH 1991  ------>   EOV

Az átszámítandó pont száma és koordinátái az OGPSH rendszerben

  Pont               X                 Y                 Z
1001          4056707.850       1395300.913       4704308.225

A transzformáció ellentmondásai a közös pontokban (EOV rendszer)

  Pont               dy                dx                dH
75-1207            0.045             0.030             0.028
75-1421           -0.015            -0.046            -0.001
75-1405           -0.008             0.000             0.039
75-3248           -0.009             0.015            -0.009
75-4012           -0.006             0.017            -0.033
75-2057           -0.006             0.010             0.028
75-2001           -0.009            -0.007             0.000
85-3001            0.009            -0.017            -0.051
________________________________________________________________
Középhiba:         0.024             0.030             0.040

Az átszamított új pont száma és koordinátái az EOV rendszerben:

  Pont               y                 x                 H
1001           644995.988        276164.894           173.372
```

3. ábra. $(EHT)^2$ szoftver output listája

A program használatához nem kell beszerezni (megvásárolni) a transzformációhoz szükséges közös pontok (OGPSH pontok) koordinátáit, ezeket a program részei kódolt formában tartalmazzák („titkosság”).

4 VITEL eljárás

Az $(EHT)^2$ program elsősorban a GPS mérések utólagos feldolgozásához készült. A szoftver viszonylag számításigényes. A valós idejű alkalmazásoknál a terepi vevőberendezésbe az $(EHT)^2$ szoftver beépítése egyelőre nem lehetséges. A vevőberendezésekbe kevésbé számításigényes eljárást kell beépíteni, mely igazodik a gyártó másfajta műszereiben (pl. mérőállomásokban) már régebben kialakított program- és adatstruktúrákhoz. A különböző gyártók által használt struktúrák általában nem kompatibilisek egymással. Ezen feladatok elvégzésére készült a VITEL (**V**alós **I**dejű GNSS Helymeghatározásnál Használatos Terepi **T**ranszformációs **EL**járás). Először a Leica műszergyártó forgalmazói kerestek meg ez ügyben, ezért a Leica vevőkbe épített megoldást mutatjuk be a következőkben.

A VITEL-lel szemben támasztott legfontosabb követelmények: pontossága hasonló legyen az $(EHT)^2$ program pontosságához és a transzformációhoz használt pontok „titkossága” fennmaradjon.

Az eljárás három lépésből áll:

1. Országos transzformációs paraméterkészlettel és az EOV vetületi egyenleteivel, az ETRS-89 rendszerben mért térbeli derékszögű koordinátákból (X, Y, Z) előzetes EOV koordinátákat számítunk (y_0, x_0, h_0). Vízszintes értelemben ekkor maximálisan 50 cm eltérést (hibát) kapunk, de a magassági értelmű hiba is kisebb, mint 1 méter.
2. Egy adott sűrűségű rácsháló sarokpontjaira kiszámított (dy_i, dx_i, dh_i) korrekciók alapján, az előzetes koordináták helyére interpolálással kapjuk az aktuális korrekciókat (dy, dx, dh).
3. Az aktuális korrekciókat hozzáadva az előzetes EOV koordinátákhoz, kapjuk meg az új pont végleges koordinátáit.

A módszer minimálisra szorítja le a számítási feladatokat. A rácspontok adatbázisán kívül csak egy országos térbeli Helmert transzformáció hét darab paraméterére van szükségünk. A rácshálós adatbázisokat területenként vagy akár országonként lehet megadni. Egy műszerbe akár több rácspontos adatbázist lehet telepíteni. A terepi műszer a módszer használatával egyszerű rutin feladatokat végez. A szükséges algoritmus egyszerű, a számítási idő minimális.

4.1 Rácsháló előállítása a VITEL eljáráshoz

Mivel az OGPSH pontok sűrűsége kb. 10 km, ezért a VITEL eljáráshoz 5x5 km-es rácsháló felvétele tűnt célszerűnek. Magyarország teljes területét 105x67 pontból álló rácshálóval lehet lefedni, mely összesen 7035 adatot tartalmaz.

A rácsháló pontjaihoz tartozó korrekciók meghatározása az alábbi módon történt:

1. EOV vetületi egyenletekkel és országos paraméter készlettel a rácspontok (5 km-re) kerek EOV koordinátáit (y_0, x_0, h_0) átszámítjuk az ETRS89 rendszerbe (X, Y, Z). A magassági koordináta (h_0) minden pontban zérus.
2. Az előbb számított X, Y, Z koordinátákat az (EHT)2 szoftverrel visszaszámítjuk az EOV rendszerbe (y_L, x_L, h_L).
3. Minden rácsponton számítjuk a korrekciók értékét :

$$\begin{aligned} d_y &= y_L - y_0 \\ d_x &= x_L - x_0 \\ d_h &= h_L - h_0 \end{aligned} \tag{1}$$

Ha az országos paraméterek meghatározásánál, azzal a feltételezéssel élünk, hogy a helyi rendszerben az ellipszoidi magasság egyenlő a tengerszint feletti magassággal (azaz a HD72 ellipszoidra vonatkozó geoidunduláció értéke zérus), akkor a VITEL eljárás végén adódó magasság is tengerszint feletti magasságnak tekinthető. Ez a közelítés azért lényeges, mert egy „átlagos” felhasználó nem ismeri a HD72 ellipszoidra vonatkozó undulációt és ennél a módszernél nem is kell.

A számított korrekciókat ezután a megadott ASCII adatformátumba kell rendezni, majd előállítani a bináris adatformátumot.

A program érvényességi területe magába foglalja Magyarország teljes területét, valamint az országhatár mellett egy 5-10 km széles sávot (ahol gyakorlatilag még az $(EHT)^2$ program működik).

Az eljárás működésének helyességét irodai és terepi teszteléssel ellenőriztük, melyből az irodai tesztelés eredményeit az 1. táblázatban mutatjuk be. A 10 darab teszt pont ETRS89 koordinátáit átszámítottuk az EOV rendszerbe az $(EHT)^2$ programmal és a VITEL eljárással. A két módon számított koordináták eltérése nagyon csekély. Mivel a VITEL eljárás az $(EHT)^2$ programból levezetett eltéréseken alapul, pontossága gyakorlatilag azonos az $(EHT)^2$ programmal.

1. táblázat. Az $(EHT)^2$ program és a VITEL eljárás eredményeinek összehasonlítása

	$(EHT)^2$			VITEL			Absz. eltérések [mm]		
	y	x	h	y	x	h	dy	dx	dh
A	667538.682	271786.925	246.812	667538.679	271786.918	246.805	3	7	7
B	910597.460	315397.133	153.912	910597.458	315397.134	153.911	2	1	1
C	466457.105	258621.549	274.715	466457.109	258621.549	274.716	4	0	1
D	585536.630	60221.488	268.666	585536.625	60221.485	268.662	5	3	4
E	775016.404	109637.454	99.161	775016.403	109637.451	99.161	1	3	0
F	447971.693	175133.686	278.810	447971.693	175133.673	278.808	0	13	2
G	531407.103	172255.063	145.852	531407.103	172255.059	145.849	0	4	3
H	691744.720	169203.998	122.706	691744.724	169203.994	122.705	4	4	1
I	762484.936	226261.232	93.197	762484.939	226261.235	93.195	3	3	2
J	758921.421	348214.924	413.813	758921.425	348214.920	413.799	4	4	14

A VITEL eljárás nem ingyenes, a terepi vevőberendezésbe való beépítésért meghatározott összegű licenszdíjat kell fizetni. A licenszszám egy adott gyári számú műszerhez van rendelve. Intézetünk készséggel áll rendelkezésre más műszergyártók képviselői felé annak érdekében, hogy az ő termékeikbe bekerüljön valós idejű transzformációs eljárás.

5 Összefoglalás

A cikkben röviden bemutattuk a Magyarország területére kifejlesztett transzformációs szoftvereket, melyekkel a GPS mérések eredményeit a lehető legnagyobb pontossággal lehet átszámítani az EOV rendszerbe. Ezáltal azon felhasználók is, akik nem rendelkeznek gyakorlattal és tapasztalattal a transzformáció területén, könnyen juthatnak EOV koordinátákhoz.

Köszönetnyilvánítás. A koordináta transzformációval kapcsolatos kutatásokat támogatta a T043007 sz. OTKA pályázat.

Hivatkozások

Ádám J, Borza T (1995): The GPS Networks and their Comparison with the traditional Network of Hungary. Reports on Geodesy, 1995; 3, 211-219.

Borza T (1998): Elkészült az Országos GPS –hálózat. Geodézia és Kartográfia 1, 8-13.

Krakiwsky E, Thomson D (1974): Mathematical Models for the Combination of Terrestrial and Satellite Networks. The Canadian Surveyor, 28; 5, December 1974, 606-615.

Mihály Sz (1994): A magyarországi geodéziai vonatkozási rendszerek leíró katalógusa. Geodézia és Kartográfia 4, 198-203.

Virág G (1999): Az Egységes Országos Vízszintes Alaphálózat vizsgálata az OGPSH tükrében. Geodézia és Kartográfia 5, 22-29.

PERMANENS GNSS ÁLLOMÁSOK KOORDINÁTA IDŐSORAINAK ELEMZÉSE

*Kenyeres Ambrus**

Coordinate time series analysis of the permanent GNNS stations – *The filtering, noise and spectral analysis of the long term Global Navigation Satellite System (GNSS) coordinate time series are providing relevant information both for geodesy and for geophysics. The derived reliable coordinate and velocity estimates are making the permanent stations trustful for geodetic referencing and geokinematic interpretation. Our investigations were based on 10 years observation series of the EUREF Permanent Network (EPN), where the input data are available in combined weekly SINEX format. The time series sets for the further investigations were created in a multi-year adjustment using the CATREF software. The offset and outlier filtering done prior to the adjustment led to 40% rms improvement. The noise analysis, performed with the CATS_MLE software proved the presence of coloured noise in the EPN time series. This allowed us to derive reliable velocity uncertainty estimates which can be used for geophysical purposes. All results are freely available at the website of the EUREF Permanent Network (EPNCB).*

Keywords: permanent stations, time series, noise analysis, harmonic analysis

A globális navigációs műholdrendszerek (GNSS) permanens állomások koordináta idősorainak analízise mind a geodézia, mind a geofizika számára szolgáltat új információkat. A cikkben bemutatandó szűrések, zaj- és spektrális vizsgálatok teszik azt lehetővé, hogy a permanens állomások ténylegesen betölthessék referenciaállomás szerepüket, megbízható koordinátáik és sebességeik által. Vizsgálatainkat az EUREF Permanens Állomáshálózat (EPN) több mint 190 állomásának heti felbontásban adott 10 éves mérési sorozata alapján végeztük. A vizsgálandó koordináta idősorokat ezen adatoknak a CATREF szoftverrel végzett együttes kiegyenlítésével állítottuk elő. Az előzetesen végrehajtott koordináta-ugrás analízis közel 40%-os javulást hozott a kombinált megoldás középhibájában. A CATS_MLE szoftverrel végzett zajvizsgálatainkkal bizonyítottuk, hogy a fehér zaj mellett színes zaj is jelen van az idősorokban, ennek ismeretében reális középhibákat tudtunk levezetni az állomások sebességére.

Kulcsszavak: permanens állomások, idősor, zajvizsgálat, harmonikus analízis

1 Bevezetés

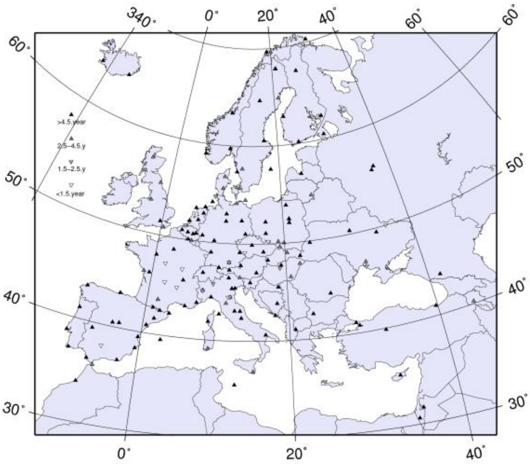
A folyamatos méréseket végző ún. permanens GNSS állomások kettős feladatot látnak el. Egyrészt szolgálják a mindennapi gyakorlati geodéziai igényeket a mérési adatok és korrekciók szolgáltatásával, másrészt a hosszútávon végzett mérések analízise biztosítja a különböző szintű geodéziai vonatkoztatási rendszerek fenntartását és fejlesztését. E két feladat semmilyen hálózati szinten nem választható szét, a megfelelő minőségű adatszolgáltatáshoz mindenkor a lehetőségekhez képest legpontosabb és aktualizált referencia koordinátákkal kell rendelkezniük a permanens állomásoknak. Ehhez a mérések folyamatos analízisére és a változások folyamatos nyomonkövetésére van szükség. A hosszútávon, napi rendszerességgel elvégzett analízis teszi lehetővé az állomáskoordináták és a mellérendelhető sebességek optimális pontosságú meghatározását, hogy a hálózat ténylegesen referenciahálózatként működhessen. Ezt felismerve az EUREF Permanens Állomáshálózatán (EUREF Permanent Network - EPN) belül a szerző vezetésével létrejött egy munkacsoport, amely az EPN állomások koordináta idősorait elemezve akár a geofizikai vizsgálatok céljainak is megfelelő koordináta- és sebesség megoldást képes szolgáltatni és azt havi rendszerességgel aktualizálni (Kenyeres és Bruyninx 2004).

**FÖMI Kozmikus Geodéziai Obszervatórium, 1149 Budapest, Bosnyák tér 5.*
E-mail: kenyeres@sgo.fomi.hu

2 Az EUREF Permanens Állomáshálózat (EPN)

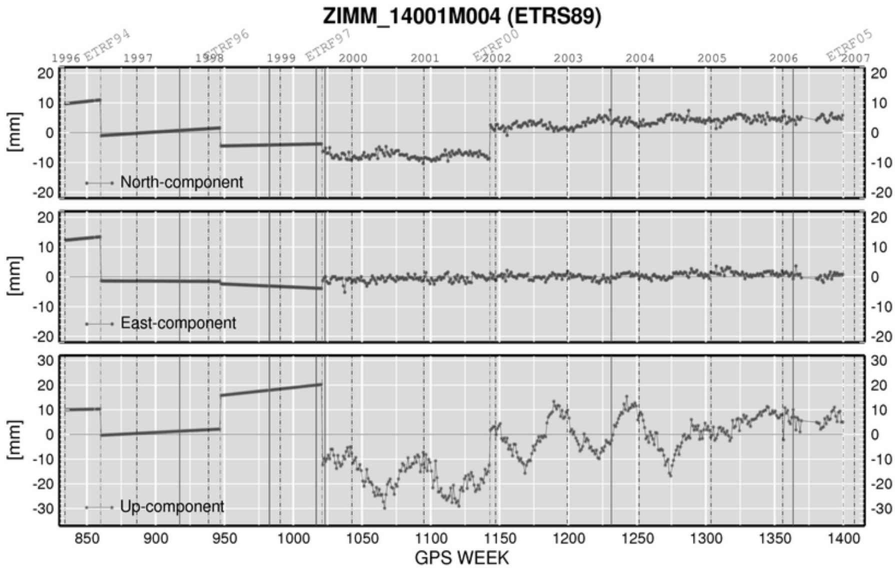
Az EPN 1996-ban mindössze 30 állomással indult és még abban az évben csatlakozott hozzá az első magyar állomás PENC is. Ma már közel 200 állomás része a hálózatnak, a bővülés különösen az utóbbi években gyorsult fel (lásd 1. ábra). Ez azt is jelenti, hogy az állomások egynegyede fiatalabb két évesnél, ami elsősorban ezen állomások geofizikai alkalmazhatóságát korlátozza. Ezt a problémát részletesebben a 3.3.fejezetben tárgyaljuk.

Az EPN állomások észleléseit 16 analízis központ (LAC) dolgozza fel, úgy, hogy mindegyik állomás legalább 3 központ alhálózatában kell, hogy szerepeljen. Ez a kiegyensúlyozó szabály azonban csak több éves késéssel került bevezetésre. A KGO 2001 óta egy ilyen analízis központ, ahol a szerző végzi kezdetben 17, majd ma már több mint 30 EPN állomás és további 17 magyar aktív hálózati pont méréseinek rendszeres feldolgozását. Az egyes analízis központok heti kiegyenlítésben szolgáltatják eredményeiket, amelyekből az EPN Kombinációs Központban (BKG, Frankfurt) heti kombinált megoldást számítanak. Az eredeti 24 órás mérésekből levezethető koordináták így kettős átlagoláson és szűrésen esnek át, először amikor egy alhálózaton belül a napiakból heti megoldás készül, másodszor amikor a 16 központ heti eredményeiből összeáll a kombinált EPN végeredmény. Mind az egyes analízis központok eredményei, mind a kombinált megoldások a BKG honlapjáról (www.ifag.de) szabadon letölthetők és bárki számára további vizsgálatokra felhasználhatók. Valamennyi eredmény ún. SINEX formátumban érhető el. A SINEX egy szoftver-független eredmény csereformátum, amely az állomások alapinformációit (pl. műszerezettség, külpontosság), a számított koordinátákat (esetleg sebességeket) és azok kovarianciáit tartalmazza.



1. ábra. Az EUREF Permanens Állomáshálózat pontjai 2006 végén. A háromszögek irányítottsága és szürkeségi fokozata jelzi az egyes állomások korát.

A sinex fájlokból kiolvasható, előzetesen szűrt koordináták azonban még nem használhatók közvetlenül az idősor analízisben. Ennek elsődleges oka, hogy az EPN sinex fájlok vonatkoztatási rendszere mindig az aktuális ITRF (kezdetben az ITRF89, ma már az ITRF2005) és a vonatkoztatási rendszerek újradefiniálása következtében a váltások egyben koordináta ugrásokkal jártak (lásd 2. ábra). További gond, hogy vonatkoztatási rendszer megvalósítása kezdetben kiválasztott állomások rögzítésével történt, majd ha változott a definiáló hálózat a benne átmenetileg szereplő állomások koordinátáinak lefutása gyökeresen eltérő lett. Erre szintén a 2. ábra ad példát, ahol a kezdetben rögzített ZIMM állomás koordináta lefutása a teoretikus ITRF sebességeket követi, a 1023. GPS héttől azonban kikerülve a rögzített állomások közül megjelenik a koordináták 'természetes' változása. A legkisebb kényszerek (minimum constraint, Altamimi et al 2004) elvének alkalmazásával nem szembesülünk ilyen problémával, a módszer alkalmazására azonban csak a 1330 GPS-héttől került sor.



2. ábra. ZIMM (Zimmerwald Svájc) ETRS koordináta idősora (www.epncb.oma.be)

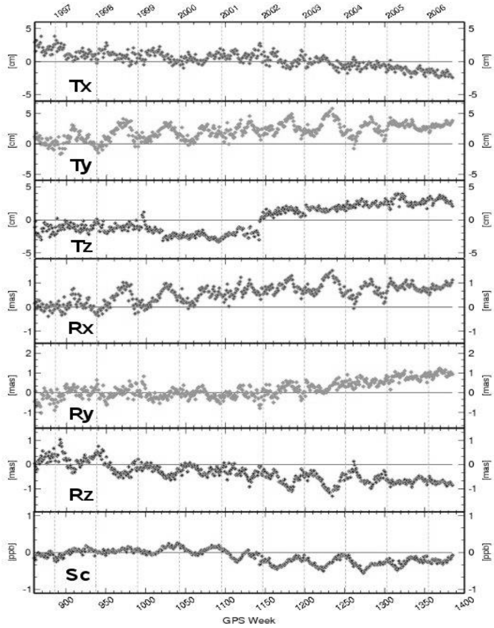
3 Az EPN koordináta idősorok előállítása és vizsgálata

A homogén koordináta idősor analízis elvégezhetősége érdekében a heti megoldásoknál az alkalmazott és az idők folyamán esetleg változó kényszereket el kell távolítani és egy egységes újrakiegyenlítés keretében a vonatkoztatási rendszer ismert pontok alapján újradefiniálható. Az újrakiegyenlítéssel lehetővé válik a vizsgálandó koordináta idősorok homogenizálása és egyben a definiáló vonatkoztatási rendszer alappontjainak sűrítése is.

A 10 évet lefedő heti EPN sinex megoldások kombinálására, a nagypontosságú koordináta és sebesség megoldás számítására és a további vizsgálatok alapját képező koordináta idősorok előállítására az ITRF megoldások meghatározására kifejlesztett CATREF szoftvert (Altamimi et al. 2004) alkalmaztam. A CATREF által használt, napjaink követelményeinek megfelelő 'minimum constraint' (MC) közelítés a vonatkoztatási rendszert nem ismert egyedi állomások koordinátáinak rögzítésével, hanem a vizsgálandó hálózat és ebből kiválasztott (kb. 10) egyébként ismert referencia állomás (ITRFyy) között a legkisebb négyzetek elve alapján minimalizált transzformációs kapcsolattal definiálja. A kényszereket tehát nem a koordinátákra, hanem magára a vonatkoztatási rendszerre alkalmazzuk, elkerülve a hálózat esetleges torzulását.

A szoftver a teljes észlelési időtartam megadható epochájára (célszerűen a közép-epochára, ahol a legkisebb a variancia) koordinátát és a sebességet becsül. A kapott kiegyenlített koordináták és minden egyes bemenő heti megoldás koordinátái közötti hétparaméteres transzformációt elvégezve, a heti maradék ellentmondások fogják képezni azt a '*koordináta idősort*', ami a további analízis tárgya lesz. A már említett kettős integráló szűrés után belép tehát egy újabb transzformáció, amely módosítja az EPN állomások idősorának információ tartalmát. A módosító információ tartalomról képet kaphatunk, ha az említett hétparaméteres transzformáció sorozat paramétereit a további vizsgálatokhoz elmentjük és ábrázoljuk (3. ábra).

Az ábrák spekuláció szintű értelmezésének elkerülése végett meg kell jegyeznünk, hogy a bemutatott paraméterkészletek elsősorban a globális vonatkoztatási rendszernek egy térben korlátozott, regionális hálózat általi 'tökéletlen leképezéséből' eredő hatását mutatják. Az ábrákról három figyelemreméltó elemet azért érdemes megemlíteni.

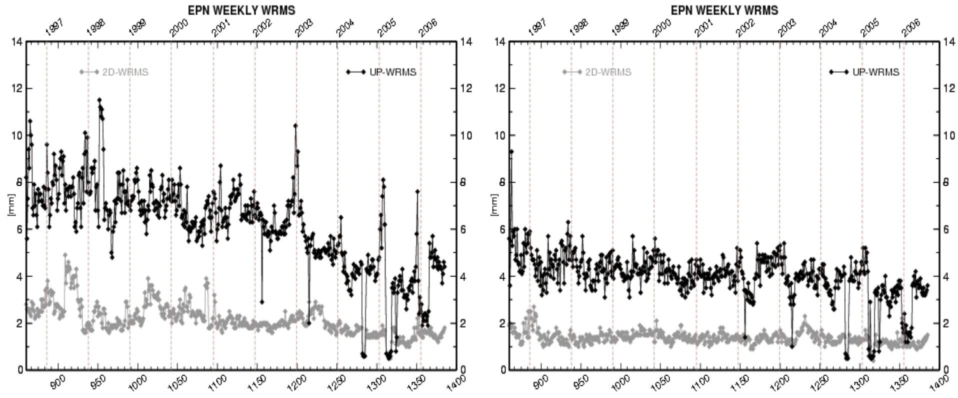


3. ábra. Az EPN heti megoldások egységes kiegyenlítése során elmentett Helmert transzformációs paraméterek (Tx-y-z: eltolás, Rx-y-z: forgatás, Sc: méretarány).

Egyrészt mind az eltolási, mind a forgatási paraméterek éves periodicitást mutatnak, ami azonban semmiképp sem tekinthető a geocentrum 'mozgásának'! Érdekes, hogy periodicitás az eltolásnál csak az Y-komponensben jelenik meg, addig ezzel épp ellentétesen a forgatási paramétereknél az X és Z komponenseknél. A másik tényező az eltolási paraméterkészlet Z komponensénél az 1143-as hétnél, az ITRF2000 bevezetésével egyidőben megjelenő ugrás. Ezt az teszi figyelemreméltóvá, hogy hasonló, de ellentétes előjelű ugrás fog jelentkezni az 1400-as hétnél, az ITRF2005 bevezetésével (Altamimi 2006)! Figyelemreméltó még a méretarány-tényezőben az 1020-as és 1280-as GPS hetek között átmenetileg jelentkező periodicitás, amely egyértelműen az árapály modellezési hibával terhelt Bernese 4.2 szoftver bevezetéséhez ill. a hiba jóval későbbi javításához köthető.

3.1 Koordináta ugrások kezelése

Az idősorok vizsgálatának belépő szintű feladata az egyes állomások koordinátáiban megjelenő egyedi ugrások és valamilyen ***dokumentálható*** fizikai hatáshoz, elsősorban antennacseréhez köthető ugrások feltárása, 'könyvelése' és szükség szerinti kezelése. Bár a CATREF szoftver elvileg képes a koordináta ugrások (a középhiba háromszorosánál nagyobb heti változások) beazonosítására a tényleges azonosítást és szűrést manuálisan végezzük el, a feladat megbízhatóan nem automatizálható. Eddigi vizsgálataink során több mint 200 egyedi kiugrást és 85 koordináta ugrást azonosítottunk be. A kiugró koordináták leggyakoribb oka az antennák átmeneti jellegű, hóval borítottsága és antenna-meghibásodás. Utóbbi esetben a SINEX fájlokból az adott állomást akár több hónapra is törölni kell. A koordináta ugrásokat alapvetően műszercsere vagy az észlelési/feldolgozási paraméterek változása okozza. A vizsgálatok során feltárt koordináta ugrások adatbázisa az EPN weboldalán (http://www.epncb.oma.be/_organisation/projects/series_sp/index.php#products) szabadon hozzáférhető. A feladat fontosságát szemlélteti a heti SINEX megoldások együttes újrakiegyenlítésekor az egyes hetek adatminőségét jellemző súlyozott középhibák (wrms) vizsgálata (4a-b ábrák). Az ábrák a koordináta (ki)ugrások szűrése előtti és utáni wrms sorozatokat mutatják be. A várakozásnak megfelelően a magassági összetevő javulása a jelentősebb, hiszen a legtöbb zavaró hatás is itt jelentkezik. A magassági összetevőben tapasztalható átmeneti wrms csökkenések oka ugyanakkor nem ismert, nagy valószínűséggel a heti kombinálás során az eredeti kényszerek nem megfelelő eltávolításából adódik.



4. a-b ábra. Az EPN közös kiegyenlítésben a heti megoldásokra kapott súlyozott RMS értékek a koordináta ugrások kiszűrése előtt (a, baloldali ábra) és után (b, jobboldali ábra).

A koordináta ugrások és kiugró értékek kiszűrésével a 10 éves adatsorban a kiegyenlítés középhibáját több mint 40%-kal sikerült javítani! Az EPN állomásokra vizsgálataink alapján határozhatók meg a legmegbízhatóbb referencia koordináták és sebességek. A rendszeresen, 1-2 havonta frissített eredményeket szintén a fent hivatkozott EPN weboldalon közöljük.
Munkánkkal hozzájárultunk az új ITRF2005 vonatkoztatási rendszer létrehozásához is, az általunk összeállított koordináta-ugrás táblázatot használták fel az európai állomások esetében.

3.2 Zajvizsgálatok

A koordináta idősorokban jelenlévő zaj frekvenciafüggése a következő egyszerű hatványkitevős összefüggéssel írható le:

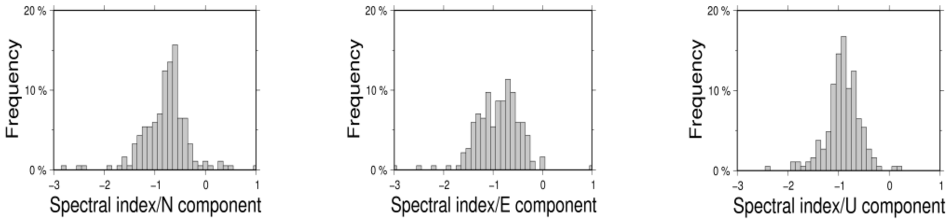
$$P(f) = P_0 f^{K} \tag{1}$$

ahol κ a spektrális index és P_0 egy normalizáló állandó. A spektrális index tetszőleges értéket vehet föl, bár miután a természetes folyamatokban a zaj az alacsonyabb frekvenciákon domináns az index általában negatív. κ egyes egész értékeihez speciális folyamatok rendelhetők, mint pl. „random walk" (κ =-2) , „flicker" zaj (κ =-1) és fehér zaj (κ =0). Utóbbi esetben a zaj frekvenciafüggetlen. Az ún. 'random walk' jelenléte a zajspektrumban a geodéziai pontjel instabilitására utal.

A zaj tényleges spektrális összetételének ismerete kiemelten fontos, amennyiben a GPS koordináta idősorokból sebességet és annak középhibáját becsüljük. Mint ismeretes a GPS analízis szoftverekben a kiegyenlítés a legkisebb négyzetek (LKN) elvén alapszik, az adatok normális statisztikai eloszlását, így szükségképpen a fehér zajt feltételezve, amely irreálisan kicsi koordináta- és sebesség középhibákhoz vezet. Az EPN-hez hasonló más regionális permanens GPS állomáshálózatok esetében azonban kimutatták, hogy a koordináta idősorok nemcsak fehér, hanem ún. színes zajt is tartalmaznak (Mao et al. 1999, Williams et al 2004).

A zaj spektruma legjobban a fehér+'flicker' zaj feltételezésével írható le. Ennek legfontosabb következménye, hogy a sebességekre reális, értelmezhető középhiba becslést kapunk.

Zajvizsgálatatainkhoz a CATS_MLE szoftvert alkalmaztuk (Williams 2003), amely a statisztikában ismert Maximum Likelihood becslési eljárást felhasználva határozza meg az idősorok zaj spektrumát valamint a koordináták évszakos változását. Az összes EPN állomás szűrt és a koordináta ugrásokkal korrigált idősorára elvégeztük az analízist, a kapott spektrális indexek gyakorisági eloszlását az egyes koordináta komponensekre az 5. ábrán mutatjuk be. A spektrális index becslése előtt az évszakos periodikus hatás is eltávolításra került.



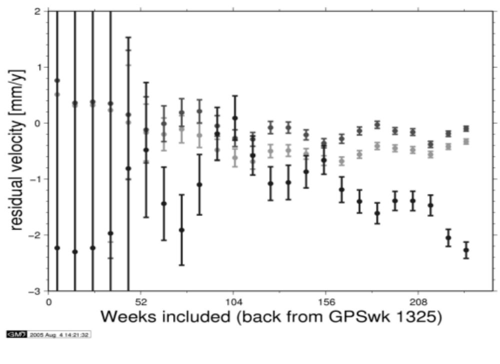
5. ábra. Az EPN állomások koordináta idősorai alapján meghatározott spektrális indexek gyakorisági eloszlása koordináta komponensenként

Amint az 5. ábrán látható az EPN állomások zajspektruma is a 'flicker' zaj feltételezésével írható le a legjobban. A néhány 'szélsőséges' értéket az 1 évnél rövidebb idősorok esetében tapasztaltuk. A becsült indexek áttételesen bizonyítják az EPN állomások stabilitását (legalábbis az egyhetes időfelbontásban), hiszen nem találunk a 'random walk'-ra utaló κ=-2 index értéket. Annak ismeretében, hogy a legtöbb állomás épületekre települt ez a megállapítás korábban nem volt egyértelmű.

A statisztikailag korrekt zajspektrum figyelembevételével meghatározott sebesség középhibák értéke 4-10-szeres nagyságrendben haladta meg a tisztán fehér zaj feltételezésével számítható középhibákat. Reálisabb, testreszabottabb becslést kapunk így az ismert 'ökölszabálynál' is, ahol a legkisebb négyzetes eljárással becsült középhibát egységesen 3-mal ajánlott szorozni. Az MLE eljárással levezetett értékek jobban tükrözik a ténylegesen várható középhibákat, a mozgásvizsgálati analízishez az így meghatározott értékeket javasoljuk alkalmazni. Az EPN (már hivatkozott) weboldalán, valamennyi állomásra közöljük a CATREF által becsült sebességeket, középhibáikat és a CATS program segítségével számított középhibákat is.

3.3 Évszakos periódusok az idősorokban

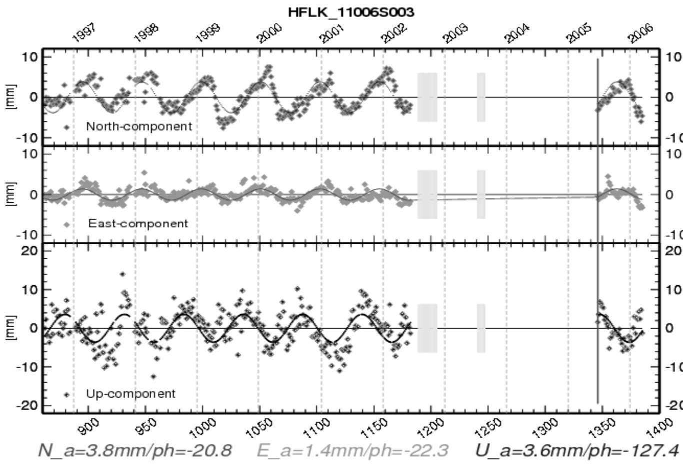
Szinte valamennyi permanens GPS állomás idősorában – különösen a magassági komponensben – felfedezhető a koordináták néhány mm-es amplitúdójú évszakos változása. Az idősorok spektrálanalízise fontos a geodézia számára a megbízható sebességek számíthatósága érdekében, és fontos a geofizika számára a hatást kiváltó földfizikai tényezők megismeréséhez. A sebesség megbízható becsléséhez az évszakos hatás jelenlétében legalább 3-4 éves idősor szükséges (Blewitt and Lavallée 2002). Ezt a matematikailag bizonyított állítást egy éles adatokra alapozott számítássorozattal támasztjuk alá: CHIZ (Chizé, Franciaország) 10 éves idősora 2-2 mm-es amplitúdójú (4mm csúcstól csúcsig) éves periódusú változást mutat valamennyi komponensre. A becslési sorozatban a teljes EPN hálózatot használva, de CHIZ állomás adatait 10 hetes lépésekben törölve becsültük a sebességeket és megbízhatóságaikat (lásd 6. ábra). Mint látható, a 2 évnél rövidebb idősor semmiképpen sem alkalmas a mm/év szintű sebesség meghatározásra, de az eredményekben a periodikusság végig megmarad.



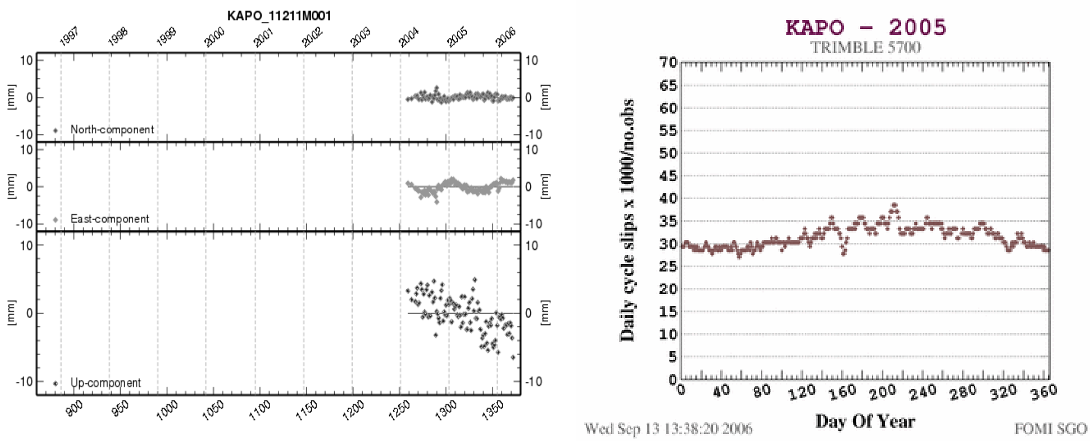
6. ábra. CHIZ (Chizé, Franciaország) állomásra becsült sebesség komponensek és megbízhatóságaik változó hosszú SINEX adasor alapján

A bármilyen forrásból származó sebesség-információ értelmezése előtt tisztában kell lenni azzal, hogy az milyen hosszú idősorból lett levezetve, önmagában a sebesség mellé rendelt (formális, általában túl optimista) középhiba nem elegendő, félrevezető lehet. Ezért is publikáljuk az 1. ábrán is bemutatott EPN állomás térképet, ahol az egyes szimbólumok az adott állomás korát, észlelési anyagának hosszát jelzik.

Tapasztalataink és más vizsgálatok, pl. van Dam (2005) szerint sajnos az éves periodicitást legkevésbé sem a geofizika számára érdekes tényezők hanem pl. modellezési hiányosságok (légkör, antenna fáziscentrum modellek, árapály), állandósítás (lásd 7.ábra), környezeti hatások (többutas jelterjedés, hőingadozás), antenna problémák (lásd 8.ábra) okozzák.

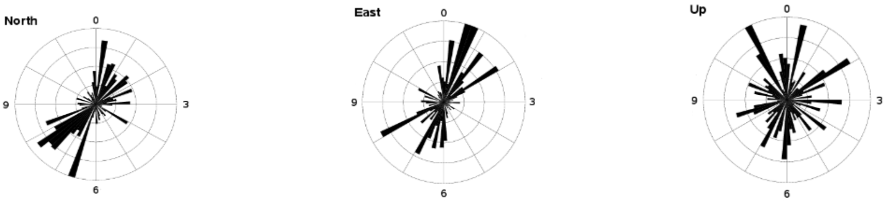


7. ábra. HFLK (Hafelekar, Ausztria) EPN állomás koordináta idősora. A különösen az északi komponensben látható periodicitást a pillért billegtető fagyhatás okozza. Az ábrán feltüntettük az egyes komponensekre (N/E/U) becsült amplitúdó (a) és fáziseltolás (ph) értékeket is.



8.ábra. KAPO (Kaposvár) állomás koordináta idősora és a mérési adatok minőségét jellemző napi ciklusvesztések adatsora a 2005-ös évre.

Ezt támasztják alá az évszakos hatás amplitúdóinak és fázisainak a teljes EPN hálózatra elkészített poláris gyakorisági diagramjai (9. ábra). A tényleges fizikai hátterű évszakos hatásoknak ebben a nagyméretű regionális hálózatban térben és időben változó eloszlással kellene jelentkezniük. Ennek teljesen ellentmondanak a vízszintes komponensek hisztogramjai, ahol annak ellenére, hogy nem várunk szignifikáns évszakos periodicitást két jól elkülönülő csoportba rendeződő, fél évvel elválasztott fáziskésés csoportot találunk. Ennek kiváltója a GPS rendszerének egészét jellemző, eddig nem modellezett, további kutatásokat igénylő szisztematikus hatás lehet.



9. ábra. Az évszakos hatás amplitúdó/fázis gyakorisági diagramja az egyes koordináta összetevőkre. A fázis értékét hónapokban adtuk meg.

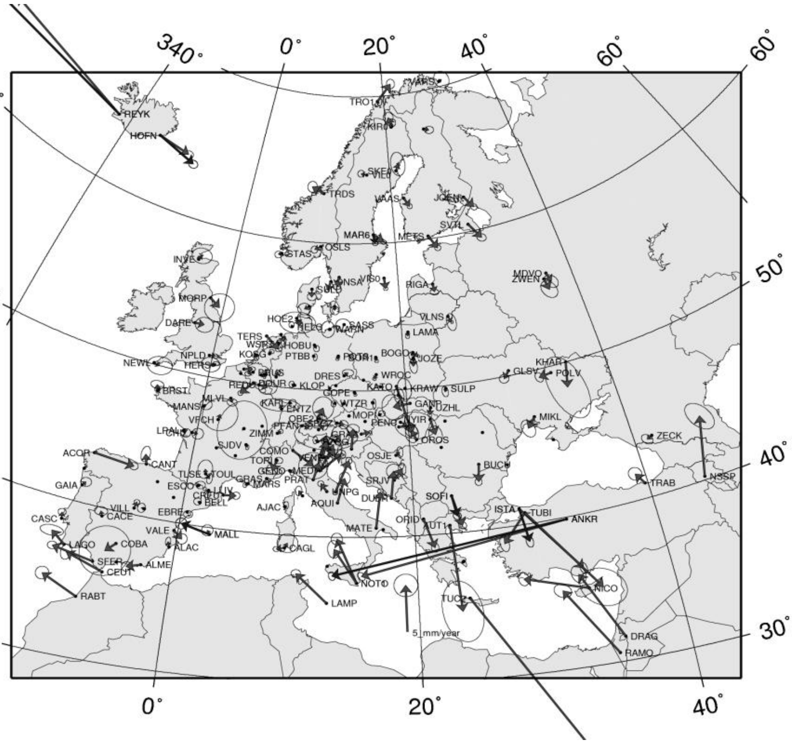
A magassági komponens esetében a fázisadatok a várakozásnak megfelelően szóródnak, viszont összevetve ezeket az értékeket valós fizikai modellekkel (légköri és óceáni terhelés) nem mutatnak azokkal korrelációt (van Dam et al. 2005). A kutatói közösség általános véleménye szerint a 2006 végén bevezetésre került új, abszolút kalibrálással meghatározott GNSS antenna fáziscentrum modellek és a teljes mérési anyag újrafeldolgozása tisztább képet fog teremteni.

A koordináta idősorok harmonikus analízise nagy fontossággal bír egyrészt a geodéziában, a megbízhatóbb állomáskoordináták és sebességek meghatározásában (körültekintésre int a rövid észlelési sorozattal bíró állomások használatában); másrészt geofizikai modellezéssel támogatja a fizikai hatások megértését ill. a modellezési hibák kiszűrését.

4 Összefoglalás

A GNSS permanens állomások koordináta idősorainak analízise mind a geodézia mind a geofizika számára szolgáltat új információkat. A bemutatott szűrések, zaj- és spektrális vizsgálatok teszik lehetővé, hogy a permanens állomások ténylegesen betölthessék referenciaállomás szerepüket, megbízható koordinátáik és sebességeik által. Vizsgálatainkat az EUREF Permanens Állomáshálózat (EPN) több mint 190 állomásának 10 éves mérési sorozata alapján végeztük. A SINEX formátumú adatok (koordináták és kovarianciáik) heti felbontásban álltak rendelkezésre. A vizsgálandó koordináta idősorokat ezen adatoknak a CATREF szoftverrel végzett együttes kiegyenlítésével állítottuk elő. Az előzetesen végrehajtott koordináta-ugrás analízis közel 40%-os javulást hozott a kombinált megoldás középhibájában. A CATS_MLE szoftverrel végzett zajvizsgálatainkkal bizonyítottuk, hogy a fehér zaj mellett színes zaj is jelen van az idősorokban, ennek ismeretében reális középhibákat tudtunk levezetni az állomások sebességeire. A zajvizsgálatok közvetve bizonyították a permanens állomások állandósításának stabilitását. Az idősorok harmonikus analízise ugyanakkor rávilágított a GPS analízis modellezési hiányosságaira. A kimutatott évszakos hatások jelenleg nincsenek összhangban a környezeti, földfizikai modellekkel, ezen a területen még további kutatásokra van szükség. Tisztább képet fogunk kapni, ha a modellfinomításokkal (így az új abszolút antenna fáziscentrum modellekkel) elvégezzük az eddigi teljes GPS mérési anyag újrafeldolgozását. Az újrafeldolgozás várhatóan 2007-ben megkezdődik.

Az elvégzett vizsgálatok egyik legfontosabb végterméke az EPN állomásokra számított és 1-2 havi rendszerességgel frissített koordináta és sebesség adatbázis. Az eredmények mind táblázatok mind pedig állomásonkénti idősor ábrák formájában az EPN weboldalán megtalálhatók és bárki számára elérhetők (http://www.epncb.oma.be/_organisation/projects/series_sp/index.php#products). Az Eurázsiai lemezre vonatkozó maradék sebességeket a 10. ábrán mutatjuk be.



10. ábra. Az EPN állomásokra meghatározott, az Eurázsiai lemezre vonatkozó horizontális állomás sebességek és a zajvizsgálatokból levezetett hibaellipsziseik

Köszönetnyilvánítás. Az EPN állomások méréseinek és koordináta idősorainak analízisét a Magyar Űrkutatási Iroda támogatja (TP147). A cikk elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai János Kutatói Ösztöndíja támogatta. A cikk ábrái a GMT (Generic Mapping Tool) szoftvercsomag (Wessel, Smith, 1998) felhasználásával készültek.

Hivatkozások

Altamimi Z, Sillard P, Boucher C (2004): CATREF software: Combination and analysis of terrestrial reference frames. LAREG Technical Note SP08, Institut Géographique National, France.

Altamimi Z (2006): Strengthes and Limitations of the ITRF: ITRF2005 and beyond. Paper presented at the GRF2006 Symposium, 9-14 October, 2006, Munich, Germany.

Blewitt G, Lavallee D (2002): Effect of annual signals on geodetic velocity. JGR, Vol.107/B7, doi: 101029/2001JB00570.

Mao A, Harrison CGA, Dixon TH (1999): Noise in GPS coordinate time series. JGR, 104, 2797-2816.

Kenyeres A, Bruyninx C (2004): EPN coordinate time series monitoring for reference frame maintenance. GPS Solutions, Vol.8 pp.200-209, doi:10.1007/s10291-004-0103-9.

van Dam T, Wahr J, King M (2005): Geophysical and Non-geophysical Annual Signals in European IGS Height time Series. Presented at the IAG Scientific Assembly, August, 2005, Cairns, Australia.

Williams SDP (2003): The effect of coloured noise in the uncertainities of rates estimated from geodetic time series. Journal of Geodesy, 76(483-494), doi. 10.1007/s00190-002-283-4, 2003.

Williams SDP et al. (2004): Error analysis of continuous GPS position time series. JGR, 109/B03412, doi: 101029/2003JB002741.

Wessel P, Smith WHF (1998): New, improved version of Generic Mappig Tools released, EOS Trans. AGU, 79; 47, 579.

ÚJ ESZKÖZÖK A FOTOGRAMMETRIÁBAN ÉS A TÉRIN-FORMATIKÁBAN

Kalmár János[*]

New tools in photogrammetry and GIS – *the paper gives an overview of the hardware and software products of leading companies (IGI, Inpho, Intergraph, Jena, Leica), and depicts the future trends which will finally cause the extinction of analog methods and tools in photogrammetry. The final part contains a brief description of the program packages Google Maps and Google Earth. These provide Geographic Information System (GIS) data based on digital maps, Digital Surface Models (DSM), aerial photographs or satellite images. The price depends on the required precision in position and time.*

Keywords: digital photogrammetry, digital photogrammetry cameras, photogrammetry workstations and softwares, GIS, internet, Google solutions

A tanulmány a szakterület piacvezető cégei (IGI, Inpho, Intergraph, Jena, Leica) hardver és szoftver termékskálájának bemutatásával ad egyrészt pillanatképet a jelenlegi helyzetről, másrészt felvázolja azon jövőbeli fejlődési trendeket, melyek a fotogrammetriában is az analóg módszerek és eszközök kihalásához vezetnek. Végezetül rövid ismertetés következik a Google Maps illetve a Google Earth programokról, melyek digitális térkép, digitális felületmodell (DFM), légifénykép és űrfelvétel adatbázissal nyújtanak a kívánt térbeli és időbeli pontosságtól függő ingyenes, illetve fizetős térinformatikai adatszolgáltatást.

Kulcsszavak: digitális fotogrammetria, digitális mérőkamerák, fotogrammetriai munkaállomások és szoftverek, GIS, internet, Google szolgáltatások

1 Bevezetés

A fotogrammetria célja az, hogy képi (síkbeli) információk alapján pontos térbeli információkhoz jussunk. A képi információk nyerése speciálisan kalibrált mérőkamerákkal történik, ma még kb. feleрészben hagyományos fotópapírra, illetve nagyfelbontású digitális CCD szenzorokkal. A hagyományos légifényképek nagy részét fotogrammetriai filmscannerrel digitalizálják, hogy modern, nagyteljesítményű fotogrammetriai munka-állomásokkal legyenek kiértékelhetők (Flint 2005).

2 A digitális mérőkamerák fejlődését alapvetően három tényező befolyásolja

- Moore törvénye a chiptechnológia fejlődéséről várhatóan továbbra is érvényes (1.5 évenként duplázódik a teljesítmény)
- A CCD technológia ennél várhatóan lassabban fog fejlődni, mert kicsi a piaca
- A kamerák teljesítményét elsősorban az optika korlátozza

Vagyis a digitális kamerák terén a nagy technológiai áttörés már megtörtént, nem várhatók drámai változások. Piaci térhódításuk viszont folyamatosan nő, amit az 1. táblázat is bizonyít.

3 Alkalmazási tapasztalatok digitális és filmes mérőkamerákkal

- A 23*23 cm-es film nem nyújt több információt, mint egy 12000 pixel él-felbontású digitális kamera (2. táblázat)
- A digitális képen legalább ötször kisebb a zaj, mint a filmen, ezért pontosabb mérést (pontazonosítást) tesz lehetővé (3. táblázat, 2. ábra, Cramer M, 2005)

*MTA GGKI, 9400 Sopron, Csatkai u. 6-8.
E-mail: kalmar@ggki.hu

- A digitális képek méretét a feldolgozás (geometriai transzformációk, szűrések, ortofotóképzés) előtt célszerű legalább 4 pixellel megnövelni (extrapolációval), és csak a végleges termék előállítása után visszaállítani az eredeti méretet.

1. táblázat. A digitális mérőkamerák értékesítési volumene

Év\típus	Leica ADS40	Intergraph DMC	Vexcel UltraCam-D	Évben eladott	Eddig eladott
2000	bejelentve	bejelentve			
2001	1			1	1
2002	5			5	6
2003	7	3	bejelentve	10	16
2004	10	11	13	34	50
2005/1. félév	2	12	13	27	77
Összesen	25	26	26	77	darab

2. táblázat. Az UltraCam élkiemelési pontossága a filmalapú kamerákhoz viszonyítva

Filmkamera szkennelési pontosság	Terepi cm pontosság	Élszélesség pixelben	
		filmen	UltraCam
RMK-TOP 20 mikron	8	1.88	1.10
LMK 2000 14 mikron	12.5	2.01	1.65
RC20 20 mikron	12.5	1.55	1.30

3. táblázat. Leica ADS40 geometriai pontosságának tesztje (repülési magasság 1500m)

Illesztő/mért pontok (db)	Pontosság	Kelet (cm)	Észak (cm)	Vertikális (cm)
12/190	RMS	5.9	4.7	6.3
	Átlag	-0.4	-1.7	0.6
	Szórás	5.9	4.4	6.2
	Max. hiba	18.3	13.8	23.2
4/198	RMS	5.9	4.9	6.5
	Átlag	-0.5	-2.2	2.1
	Szórás	5.9	4.4	6.1
	Max. hiba	18.4	14.4	24.8
0/202	RMS	9.5	7.3	14.5
	Átlag	7.5	-5.7	13.2
	Szórás	5.9	4.4	6.1
	Max. hiba	26.4	18	35.9

4 Az új technológia teremtette új lehetőségek

A pásztázó (soronkénti) leképezés miatt (a repülőgép/műhold mozgása szolgáltatja a második dimenziót) elegendő csak vonalas érzékelőket használni a mátrixok helyett (pl. Leica ADS40). Ugyanakkor a különböző hullámhosszokhoz különböző érzékelőket alkalmazhatunk, és ha több azonos típusú érzékelővel egyidejűleg különböző látószög alatt fényképezünk, akkor ez automatikusan biztosítja a geometriai illesztéshez szükséges átlapoló (sztereópár) fényképeket. Egy egészen friss, a JAS 150 (Jena Airborne Scanner) kamera működési vázlatával demonstráljuk ezt az új konstrukciót (4. ábra, Knuth 2005):

- Bejelentve 2005-ben
- 12000 pixel soronként (9 sor)
- 1.6 Tbyte tárolási kapacitás
- Fókusztávolság 15 cm
- RGB, IR és pankromatikus csatornák
- 6.5 μ pixelméret
- 1 pixel alatti geometriai pontosság
- -20.5° és +20.5° közötti irányszög

Egy fotogrammetriai projekt munkafázisai (3. ábra):

- Tervezés (repülési terv: magasság, pálya, exponálási pozíciók kijelölése)
- Adatgyűjtés (fényképezés)
- Mérés (sztereó képpárok alapján terepi koordináták levezetése)
- Ortofotó készítés (geometriailag korrigált és illesztett fényképsorozat előállítása
- DFM (digitális felületmodell) előállítása: ez közvetlenül is történhet LIDAR (lézeres radar, 5. ábra) felvételek alapján

Hogyan kaphatunk digitális légifényképeket (1. ábra) ?

- A hagyományos, filmes kamera képét fotoscannerrel digitalizáljuk (5-15 perc/kép, drága hardver, pl. 6. ábra)
- Közvetlenül digitális mérőkamerával (7. ábra) dolgozunk, nincs szükség előhívásra.

Az INPHO cég termékskálája

- Képi adatrögzítés az Ultrascan 5000 fotogrammetriai scannerrel
- Adatnyerés a Summit Evolution digitális sztereo plotterrel
- Légi háromszögelés a MATCH-AT szoftverrel
- Nyalábkiegyenlítés az inBLOCK programmal

INPHO Digitális felületmodell szoftvermodulok

- DTMaster: DFM javítás LIDAR radarmérések vagy fotogrammetriai kiértékelés révén
- MATCH-T: jó minőségű DFM létrehozása légi vagy űrfelvételek alapján
- SCOP++: DFM alkalmazások, interpoláció, metszetek számítása és ábrázolása (szintvonal, profil), perspektív ábrázolás, lejtőtérkép, stb.

INPHO Ortofotó készítés

- OrthoMaster: ortofotó készítés digitális képek, külső tájékozási elemek és DFM alapján
- OrthoVista: ortofotó mozaik készítése színkiegyenlítéssel

Az INTERGRAPH cég termékskálája

- DMC digitális mérőkamera 28 Mpixel felbontással, 4 db pankromatikus és 4 db multispektrális szenzorral (7. ábra, Dörstel 2005)
- Image Station fotogrammetriai munkaállomás:
  - Brutálisan nagykapacitású kétmonitoros PC
  - Crystal Eyes sztereo szemüveg
  - 3 dimenziós Z/I Mouse

  - Magasszintű ergonómia

INTERGRAPH Image Station szoftverek

- Photogrametric Manager: adatkezelő
- Digital Mensuration: több-fényképes mérés
- Automatic Triangulation: nyalábkiegyenlítés
- Stereo Display: 2D és 3D megjelenítési lehetőségek
- DTM Collection: geomorfológiai adatgyűjtés
- Automatic Elevation: DFM meghatározása légi vagy űrfelvételek alapján
- Orto Pro: ortofotók, mozaikok előállítása
- Base Rectifier: légi-fényképek interaktív ortorektifikálása GIS-ek és térképek előállításához

A Leica cég termékskálája

- RC30 filmes légi-kamera
- ADS40 digitális légi szenzor (7. ábra)
- ALS50 légi LIDAR (radar) laserscanner DFM generáláshoz:
  - Függőleges felbontás 2.8 m
  - 4 db visszaverődés detektor
  - Opcionálisan beépíthető digitális mérőkamera
- DSW700 fotogrammetriai filmscanner (6. ábra)

Leica Photogrametry Suite (LPS) fotogrammetriai programcsomag

- Stereo: különböző típusú megjelenítés
- Terrain Editor: DFM szerkesztő
- ORIMA: tájékozási problémák megoldása
- Automatic Terrain Extraction: automatikus DFM generálás légi vagy űrfelvételekből

Leica PRO600 programcsomag DFM és fotogrammetriai funkciókkal MICROSTATION V8 munkaállomáshoz

- PROCART: kartográfiai modul
- PROLPS: összekötő modul az LPS és a Microstation között
- PRODTM: DFM alkalmazások gyűjteménye
- TERRAModeller: kifinomultabb DFM analízis és megjelenítés

Leica és távérzékelés: ERDAS Imagine programcsomag

- Digitális képfeldolgozó programcsomag, mely tartalmaz
  - Virtual GIS vizuális analízist
  - Geospatial Light Table interface programot
  - Image Analysis for ArcGIS GIS alkalmazáshoz előkészítő modult
  - Toolbox képfeldolgozó rutinkönyvtárat

Az IGI cég termékskálája: DigiCAM digitális mérőkamerák

- K series: 14 Mpixel, 28-35-50 mm-es lencsével, adattárolás CF (compact flash) kártyán (500 kép/kártya)
- H series: 22 Mpixel, 35-50-80 mm-es lencsével, 40 GB belső memória 850 kép tárolására, cserélhető szűrő (RGB és CIR [színes infra])
- Mindkét kamera kétszenzoros változatban is rendelhető

IGI LiteMapper rendszerek LIDAR radarmérések végzésére

- LM2400: kétszenzoros fej a pontsűrűség duplázásához
- LM2800: RGB szenzor is, folyosós pásztázás
- LM5600: mobil, nagykapacitású adattárolás
- DIGICAM: már láttuk

4. táblázat. LiteMapper és DigiCAM integrált alkalmazása jellemzői 50 mm-es lencsével

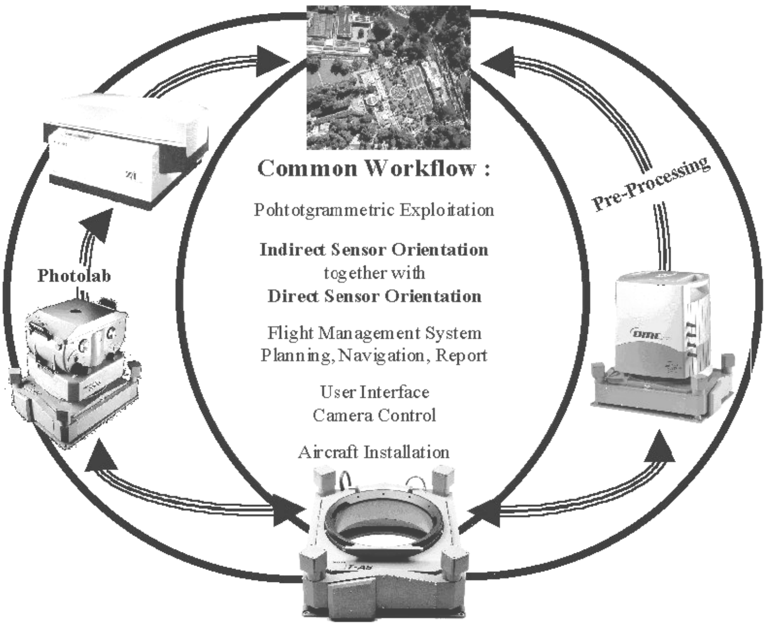
Repülő eszköz	Repülési		Kamera		LIDAR(radar)	
	Magasság méter	Sebesség km	Terepi felbontás (cm)	Pásztázási szélesség (m)		pont/m²
Helikopter	200	75	3.6	230	196	15
Fixszárnyas repülő	500	190	9.0	575	490	2.4

IGI légi navigációs és repüléstervező rendszerek

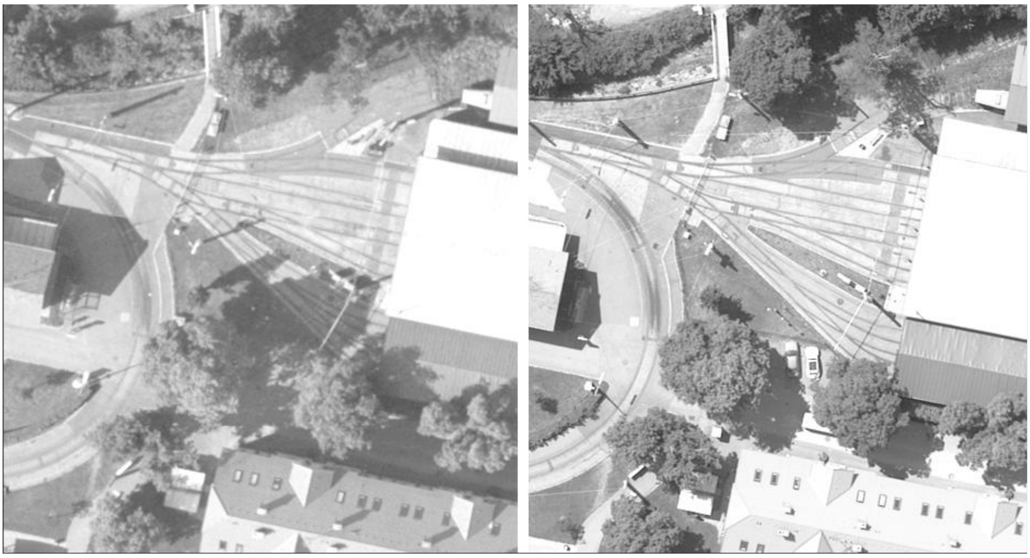
- AeroControl: inerciális és GPS bázisú helymeghatározó rendszert tartalmaz
- AeroOffice: pozíciószámítás az AeroControl adatok alapján Kalman-szürővel
- CCNS4: GPS bázisú navigációs rendszer
- WinMP: útoptimalizáló repüléstervező szoftver, mely az exponálások helyét is kiszámítja – kevesebb kép is elég

IGI DigiFLY mérőhelikopter

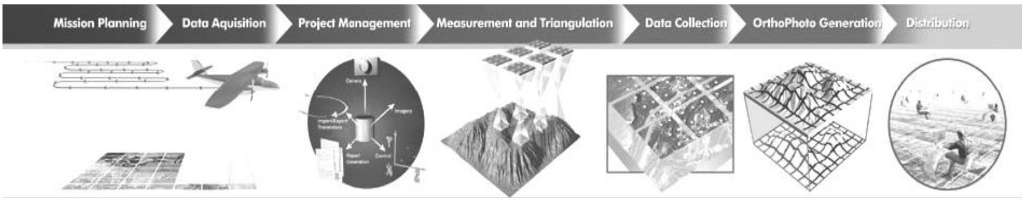
- 1 kg-os, 4 rotoros, akkumulátor-üzemű, giroszkóppal kiegyensúlyozott, hordozható
- 0.5 km hatótávolság, 0.5 óra üzemidő
- 7.2 Mpixel videokamerával felszerelt
- GPS pozícionálás
- Szállításhoz összehajtogatható
- Erősebb változata tervezés alatt



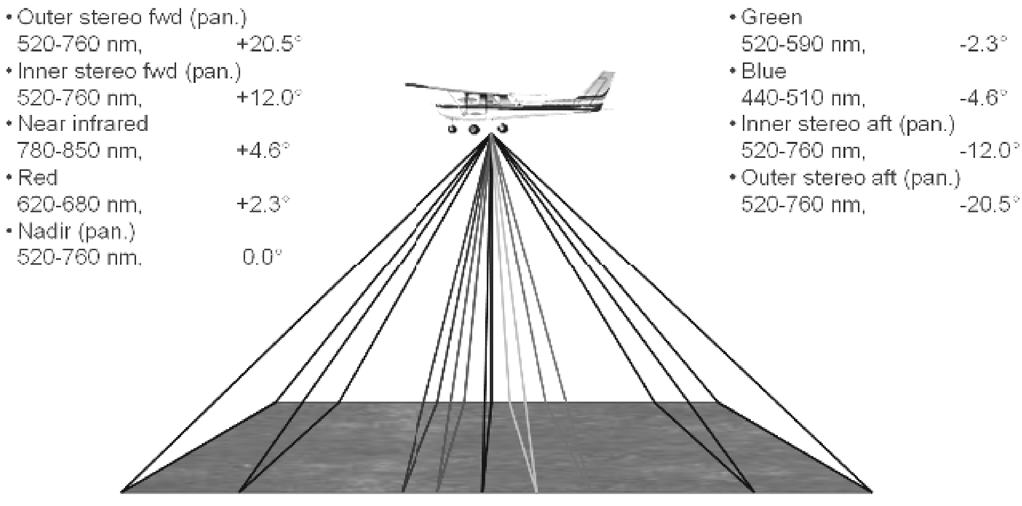
1. ábra. A digitális légifénykép nyerésének lehetőségei



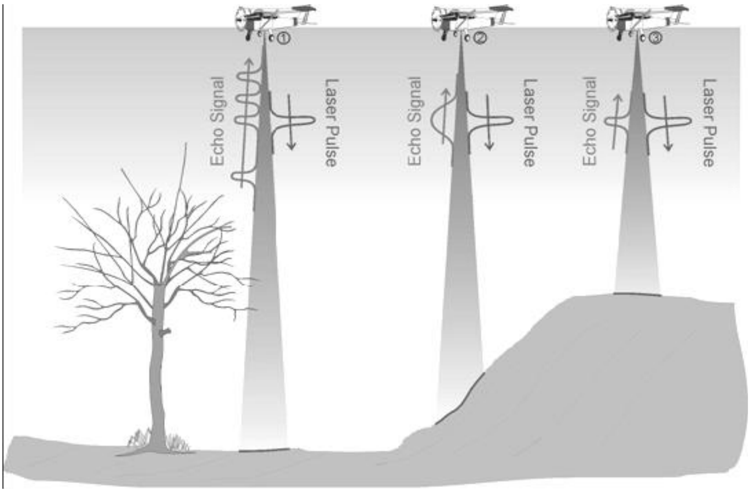
2. ábra. A baloldali kép RMK TOP filmes kamerával, a jobboldali UltraCam-D digitális kamerával készült



3. ábra. Az Intergraph által támogatott komplex adatfeldolgozási projekt fázisai



4. ábra. A JAS 150 multispektrális kamera irányszögei és hullámhosszai



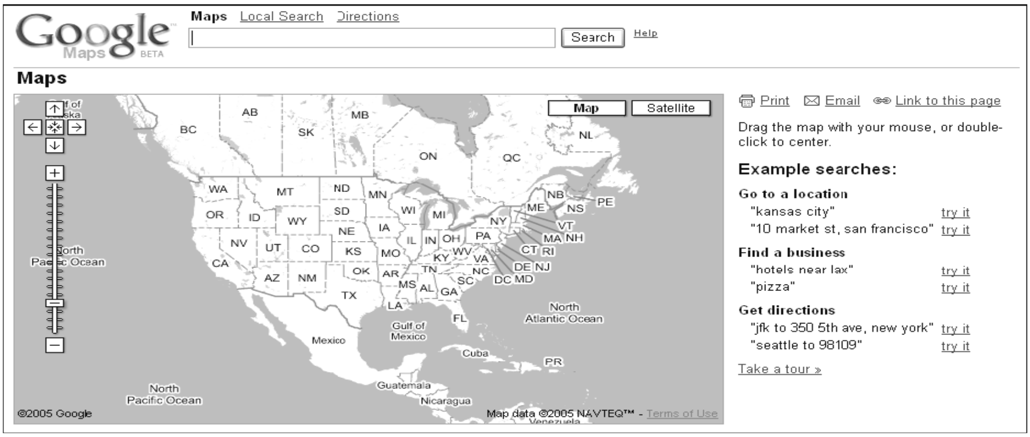
5. ábra. A különböző céltárgyakról visszavert LIDAR jelek

6. ábra. Leica DSW600 filmscanner

7. ábra. Leica ADS40 és Intergraph DMC digitális mérőkamerák

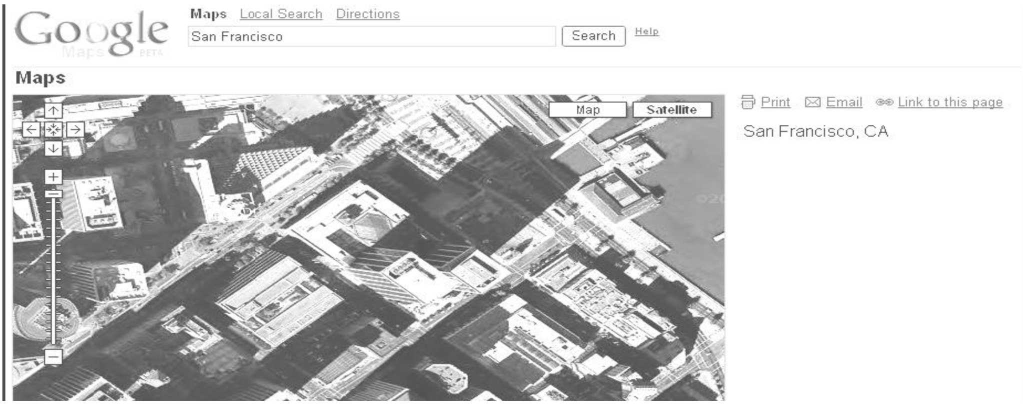
A Google cég webes térinformatikai szolgáltatásai

- A Maps böngészővel *(//maps.google.com)* aktiválható (8. ábra)
- Optimális útvonal *(from – to)* (9.ábra) és célpont keresés *(where)* (10. ábra)
- Objektum-keresésre ad térképes választ *(what – where)* (11. ábra)
- Ride finder: valósidejű taxi-keresés az USA nagyvárosaiban (tervezett) (12. ábra)
- Housing Maps - a kiadó ingatlanok nyilvántartása (14. ábra)
- Chicago Crime: a bejelentett bűntények nyilvántartása (13. ábra)
- USA, Kanada és Anglia már feltöltve, a többi folyamatban
- Űr- és nagyfelbontású légi-fényképeket, valamint térképeket tárol GIS szakadatokkal
- Böngészővel *(//earth.google.com)* tölthető le az **Earth** keretprogramja (15. ábra)
- Az egész Földre kiterjedő célpontkeresés; folyamatosan bővülő névjegyzék
- 1000 m-re ráközelít felülről a célpontra, és lokális térképes (pl. utcahálózat, folyó) valamint szöveges információkat (pl. népszámlálási adatok) is szolgáltat.
- több tucat layert (térkép-fedvényt) kínál, de feltöltöttségük még esetleges
- 3D nézegető és zoom funkció a domborzati viszonyokat (beépített felületmodell alapján) is figyelembe véve (16. ábra)
- Fontosabb városok esetében a nagyobb épületek drótváza is megjeleníthető! (17. ábra)

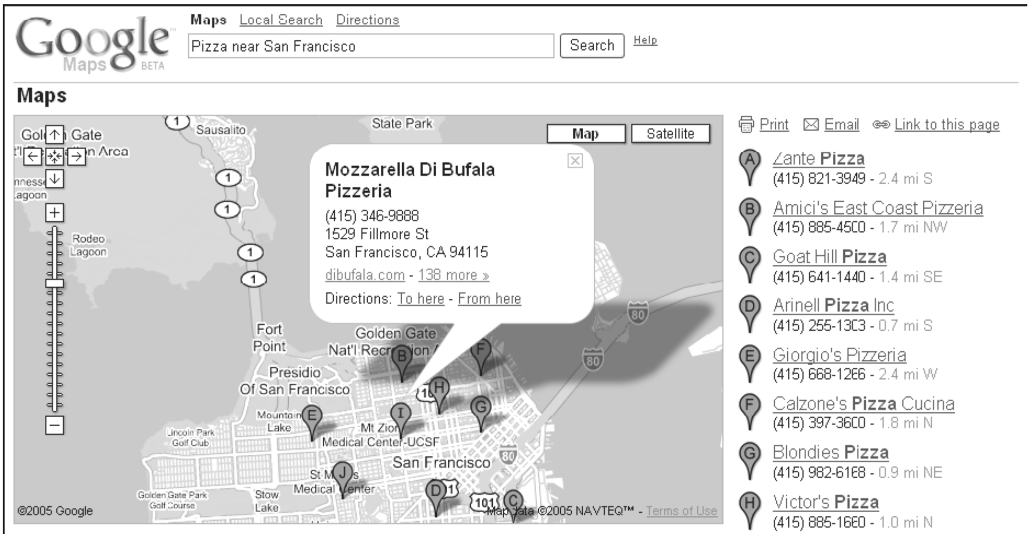


8. ábra. a Google Maps bejelentkező oldala

9. ábra. Útvonalkeresés a Google Maps-el



10. ábra. A keresett hely műholdas képe



11. ábra. Objektumkeresés a Google Maps-el

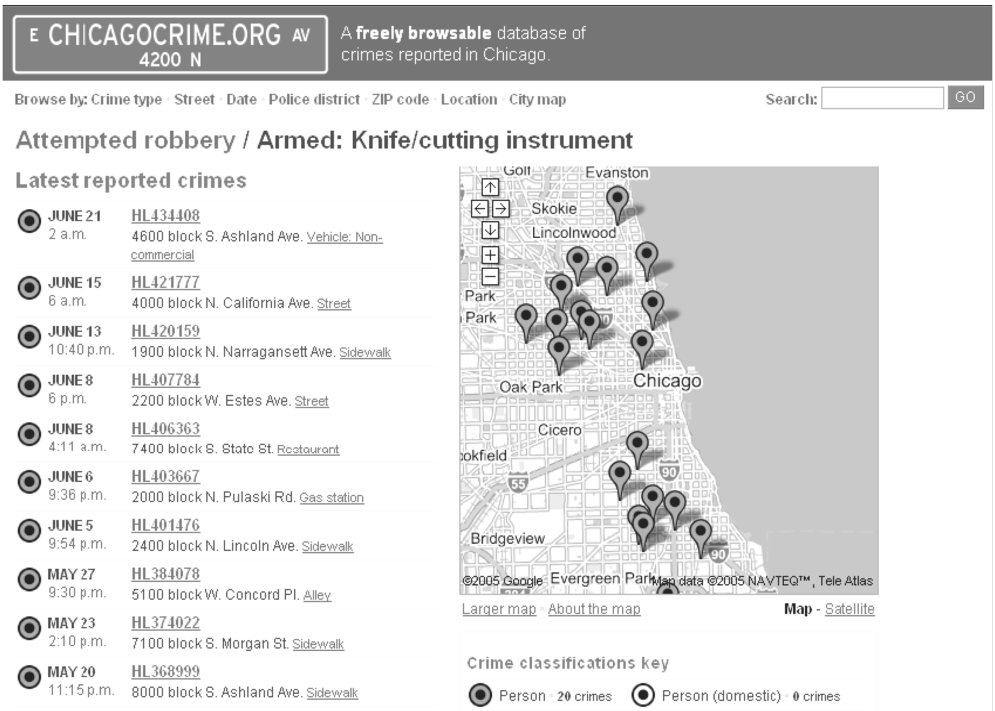
Összefoglalás

A cikk helyzetértékeléséből kitűnik, hogy a fotogrammetria fejlődésének is az informatikai forradalom adott olyan új lökést, amelynek révén korábban elképzelhetetlen mennyiségű és minőségű termék kibocsátása vált lehetővé a termelékenység és a pontosság növekedése, valamint a költségek csökkenése mellett (Eddy 2005).

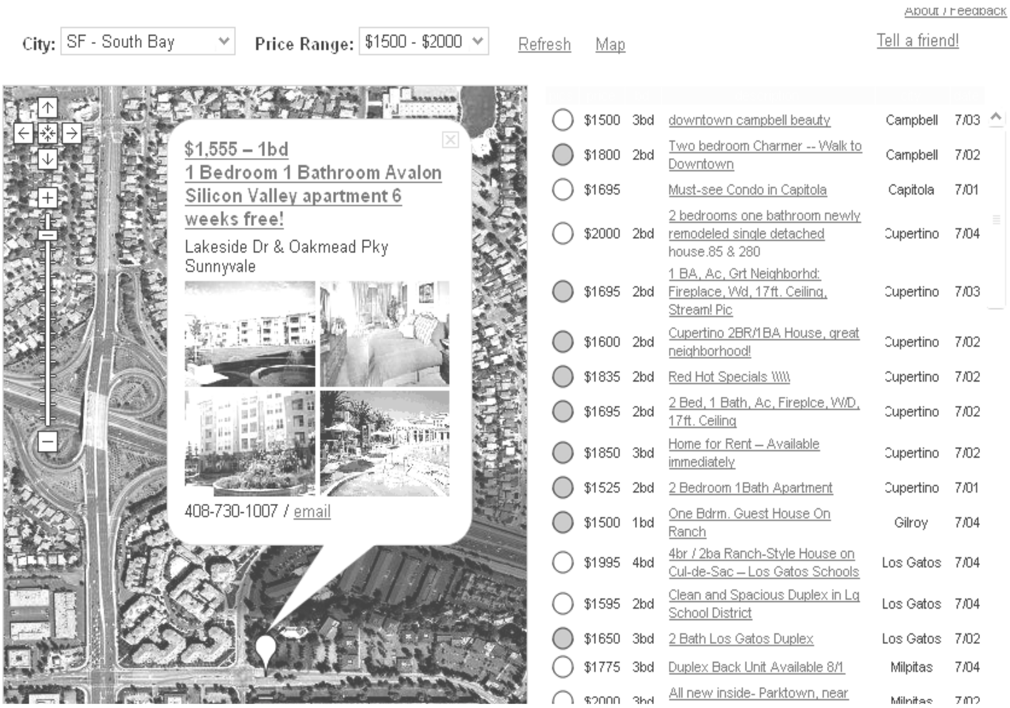
Véleményem szerint úttörő jelentőségű a Google cég tevékenysége (többek között) a térinformatika terén (is), hiszen a cikkben bemutatott alkalmazások ingyenes szolgáltatásai (Walter 2005) is széles társadalmi igényt elégítenek ki a háztartások 40-90%-ában rendelkezésre álló infrastruktúra (személyi számítógép és internetes hozzáférés) mellett.

Köszönetnyilvánítás. Kutatásaimat az OTKA 038190 és 037218 számú pályázata támogatta.

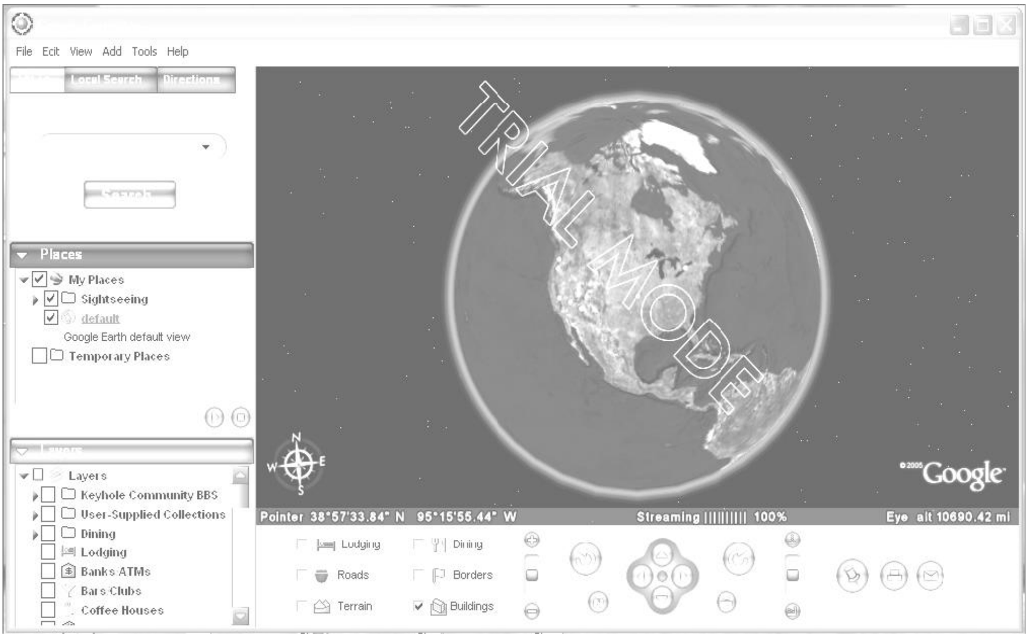
12. ábra. Szabad taxi keresés a Ride Finder-el



13. ábra. Chicago Crime: a bejelentett bűntények nyilvántartása



14. ábra. Housing Maps - a kiadó ingatlanok nyilvántartása



15. ábra. A Google Earth bejelentkező oldala

16. ábra. Domborzatmodelles megjelenítés a Google Earth-el

17. ábra. A műholdkép és az épített környezet integrált megjelenítése

Hivatkozások

Artes F, Hutton J (2005): GPS and Inertial Navigation – Delivering, GEO, September, 4, 52-53.
Cramer M (2005): 10 Years ifp Test Site Vaihingen/Enz: An independent Performance Study. GIS, August, 35-43.
Dörstel C (2005): DMC – The Most Versatile Digital Large-Format Camera in he Market. 50. Német fotogrammetriai hét, Stuttgart, szeptember 4-9.
Eddy J (2005): Aerial Imagery – Digital Versus Analogue. GEO, September, 4, 38-39.
Flint D (2005): Innovations to Increase Productivity of Airborne Sensors. GIS, August, 29-34.
Knuth S (2005): Next Generation Digital Remote Sensing and Photogrammetry. JAS-150, 50. Német fotogrammetriai hét, Stuttgart, szeptember 4-9.
Walter V (2005): Phoogle the Web – Google's Approach of Spatial Data Visualisation. GIS, August, 23-27.

ÚTBURKOLAT-FELMÉRÉS MOBIL TÉRKÉPEZŐ RENDSZERREL

Kertész Imre, Barsi Árpád**

***Road pavement survey by inertial sensors –** Detailed information about the condition of the road network is especially important for road maintenance companies, because reconstructions can be planned and executed only if they have adequate information about the particular area. This paper shortly introduces the road pavement measurement system and methods developed by the Department of Photogrammetry and Geoinformatics of the Budapest University of Technology and Economics.*

Keywords: Inertial Navigation System (INS), mobile mapping system, International Roughness Index (IRI), road surface labelling

Az úthálózat állapotának ismerete fontos a karbantartást végző vállatoknak, hiszen a felújításokat és javításokat csak a megfelelő információk birtokában lehet tervezni és megfelelően végrehajtani. Ez a cikk röviden bemutatja az útburkolat mérésére a BME Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék által fejlesztett eszközöket és módszereket.

Kulcsszavak: inerciális navigációs rendszer (INS), mobil térképező rendszer, nemzetközi érdességi mutató (IRI), útburkolat minősítés

1 Bevezetés

A városok útburkolatának minősége az egész ország területén igen rossz. Ez az elmaradt felújítások és a javítások nem megfelelő szigetelésének a következménye. A felújítások tervezéséhez azonban szükség lenne arra, hogy a hibákat reprodukálható módon mérjék fel. Az útburkolat rendellenességeinek jó része vizuálisan érzékelhető és nagy automatizáltságú rendszer segítségével gyorsan rögzíthető, majd később elemezhető.

Magyarországon főleg anyagi okokból a felmérések nagy része még mindig szemrevételezéssel történik és az útkarbantartó vállalatok nélkülözni kénytelenek a modern felmérő rendszereket. Bérelhetnek ugyan külföldön már használt és bevált járműveket, de ezek ára több ezer Ft kilométerenként. Az egyik megoldás az lehetne, ha rendelkezésükre állna egy költséghatékony, Magyarországon fejlesztett rendszer. Ez a dolgozat egy ilyen mobil térképező rendszer kialakításának kérdéseivel foglalkozik.

2 Inerciális Navigációs Rendszerek (INS)

Az 1940-es évek óta a navigációs rendszerek, különösen az INS-ek (Inertial Navigation System, Inerciális Navigációs Rendszer), a katonai- és tudományos alkalmazások fontos összetevőivé váltak. Valójában az inerciális rendszerek manapság alapvető tartozékai a legtöbb repülőnek, hajónak és tengeralattjárónak.

Az első ilyen rendszerek mechanikus giroszkópokból álltak, amelyek nagyon bonyolult technológiát, tápellátást igényeltek és gyakran meghibásodtak. A később megvalósított „integrált áramkörös" rendszerekben, már csak elektro-mechanikus és elektro-optikai szenzorokat alkalmaztak. Ezekben már nem használtak mozgó alkatrészeket, csak drága lézer-giroszkópokat, valamint integrált MEMS (*Micro Electro-Mechanical System*) technológiájú szenzorokat. Mivel az előbbi műszereket olyan területeken alkalmazzák, ahol nagyon fontos a precíz és megbízható működés, az áruk még mindig igen magas (>100000 $) és emellett a méretük is jóval nagyobb, mint a MEMS szenzort alkalmazó INS-eké (Farrel és Barth 1999).

Kétféle INS típus létezik: a mozgó giroszkópokat tartalmazó (*mechanized-platform*) és a rögzített érzékelőkre alapuló (*strap-down*) rendszerek (Barsi et al 2006).

* *BME Fotogrammetria és Térinformatika Tsz, Budapest, Műegyetem rkp. 3-9.*
E-mail: ikertesz@mail.bme.hu

A mozgó giroszkópokat tartalmazó rendszerek esetében az inerciális szenzorok egy elforgatható felfüggesztésre vannak felerősítve, a mérés során a vezérlő rendszer úgy mozgatja a felfüggesztést, hogy a műszer koordináta-rendszere és egy meghatározott külső navigációs koordináta-rendszer között a kapcsolat ne változzék. Ez olyan módon érhető el, hogy a giroszkópok által szolgáltatott elfordulás adatokból a rendszer kiszámítja a navigációs koordináta-rendszer elfordulásának mértékét. Ha ezt a feladatot tökéletesen sikerül végrehajtani, akkor nem észlelhető elfordulás a navigációs koordináta-rendszerhez képest, annak ellenére, hogy a jármű mozog. Ennél a megoldásnál a gyorsulásmérők a felfüggesztéshez vannak csatlakoztatva és mérik a jellemző erőket a navigációs koordináta-rendszer tengelyei mentén. A mért gyorsulások kiegyenlítése és integrálása szolgáltatja a kívánt navigációs koordináta-rendszerbeli pozíciót és a sebesség vektorokat. A jármű pozícióját ezen kívül a jármű és az INS platform közötti szögkülönbségből lehet meghatározni.

A rögzített (*strap-down*) rendszereknél az inerciális szenzorok a jármű navigációs koordináta-rendszerének tengelyeihez vannak kapcsolva, így a jármű mozgásának dinamikáját közvetlenül érzékelik. Emiatt nagy sávszélességű (ebből adódóan esetleg zajosabb) giroszkópok szükségesek, amelyeknek nagyobb a dinamikatartománya. A megemelt dinamikatartomány miatt a nemlineáris hibák ismeretének fontossága megnő. Ráadásul a jármű, a navigációs és az inerciális koordináta-rendszerek közötti kapcsolatot számítógéppel kell fenntartani. Ez nagyobb számítási teljesítményt követel meg a „fedélzeten”, mint a mozgó giroszkópokat tartalmazó rendszernél. Korábban a rögzített platformos rendszerek alkalmazhatósága vitatható volt a korai giroszkópok reakcióideje, valamint a szükséges számítási teljesítmény miatt, különösen azoknál az alkalmazásoknál, ahol hosszú ideig csak inerciális eszközt használtak kiegészítő navigációs rendszer (pl. GPS) nélkül.

Tradicionálisan az önállóan használt INS-ek hosszú ideig (több nap vagy több hónap) nagy pontosságú működést kívánnak meg, így ezek megfelelően kalibrált szenzorokból épülnek fel és mozgó giroszkópos típusúak. Az elmúlt évtizedek szenzor- és számítástechnikai fejlődése eltolódást eredményezett bizonyos alkalmazásoknál a rögzített platformos rendszerek felé. Az elterjedést segíti elő az is, hogy kisegítő rendszereket alkalmazva szintén nagy pontosság és magas működési frekvencia (>100 Hz) érhető el, a korábban említett előnyös tulajdonságokat megtartva.

Az önálló INS különböző differenciálegyenleteket (amelyek inerciális mérési eredményeket tartalmaznak) integrál, annak érdekében, hogy a navigációs adatokat kiszámítsa. Ennek kövtkezménye, hogy kis mérési hibák viszonylag nagy sebesség- és pozíció-hibákhoz vezethetnek, ha az integrálás hosszú ideig korrekció nélkül történik. Az így fellépő hibák javítása kiegészítő pozícionáló műszer használatával megoldható, amely periodikusan korrigálja az INS hibáit.

A fentiekből látható, hogy az inerciális technológiának sok pozitív tulajdonsága van, azonban sokáig csak a mozgó platformos rendszerek feleltek meg a pontossági feltételeknek. Az utóbbi időben a rögzített érzékelős rendszerek szerepe jelentősen megnőtt, az alábbi okokból:

1. a kisméretű és alacsony költségű számítást végző eszközök lehetővé teszik a rögzített rendszerek számára, hogy ezekkel az eszközökkel kiegészítve, olcsó és kompakt rendszerek legyenek létrehozhatók,
2. az inerciális eszközök fejlődése (miniatürizációja) lehetővé tette megbízható, alacsony előállítási költségű, kisméretű műszerek készítését,
3. néhány esetben a méretük és költségeik miatt nem alkalmazhatók mozgó platformos megoldások,
4. lehetőség van az inerciális rendszerek folyamatos kalibrációjára (Farrel és Barth 1999).

A 2.1 fejezetben két MEMS szenzorral működő inerciális navigációs műszer összehasonlításáról lesz szó.

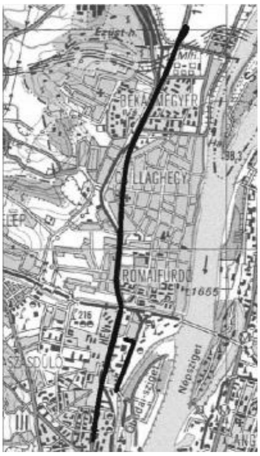
2.1 INS műszerek összehasonlítása

A vizsgálat célja az volt, hogy kiderüljön alkalmas-e egy viszonylag olcsó INS műszer útfelmérő és mobil térképező rendszerekben való alkalmazásra. Rendelkezésre állt két Crossbow cég által gyártott eszköz, melyek a következő típusúak: NAV420CA-100, AHRS400CB. A különbség a két eszköz között az, hogy a NAV420CA-100-hoz csatlakoztatható GPS antenna, valamint mérési frekvenciája majdnem kétszerese (100 Hz), mint az AHRS400CB-é (56 Hz). Az 1. táblázatban láthatók a két műszer által a mérések során rögzített mennyiségek (*roll*: dőlés, *pitch*: bólintás, *yaw*/*heading*: elfordulás).

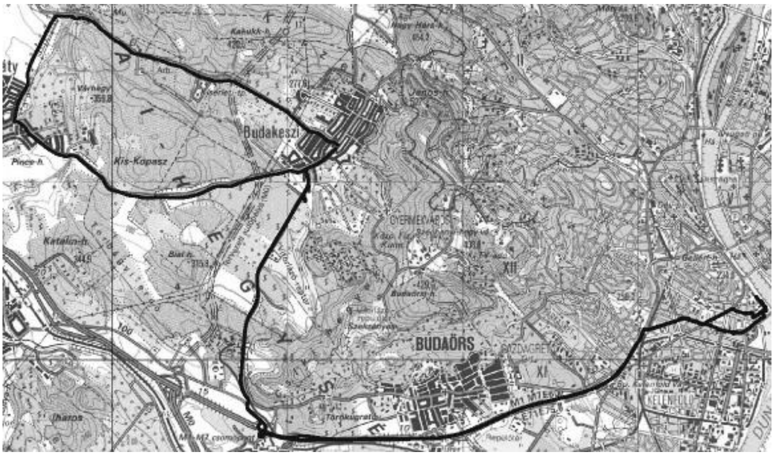
1. táblázat. INS műszerek által rögzített mennyiségek

NAV420 CA	Roll	Pitch	Yaw	Roll vált.	Pitch vált.	Yaw vált.	X irányú sebesség	Y irányú sebesség	Z irányú sebesség	Ellipsz. hosszúság	Ellipsz. szélesség	Ell. fel. magasság
AHRS 400	Roll	Pitch	Yaw	Roll vált.	Pitch vált.	Yaw vált.	X irányú gyors.	Y irányú gyors.	Z irányú gyors.	X irányú mágneses fluxus	Y irányú mágneses fluxus	Z irányú mágneses fluxus

Az adatgyűjtés két különböző időpontban és helyszínen (1. és 2. ábra) történt: a Szentendrei úton este 9-10 órakor, a Budaörs-Budakeszi-Páty mérés pedig délután. A két mérési időpont azért lényeges, mert a Szentendrei úti méréseknél a mágneses fluxus értékek a haladási iránytól függőek voltak (északi irányba 0.4 Gauss, míg déli irányba 0.2 Gauss volt az átlag). A második alkalommal, amikor a mérések városi környezeten kívül történtek, nem volt tapasztalható a jelenség.



1. ábra. Szentendrei út

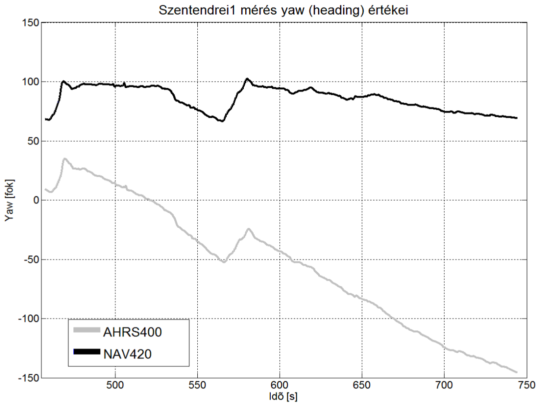


2. ábra. Budaörs-Budakeszi-Páty útvonal

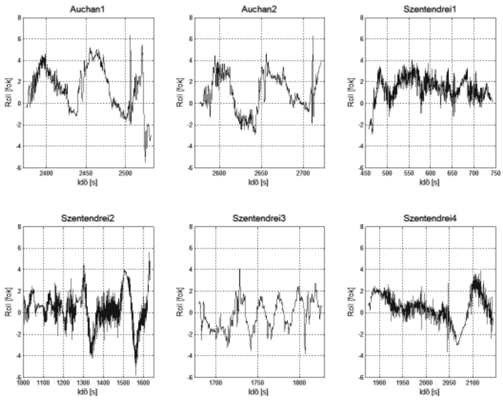
A mérési eredményeket közvetlenül összehasonlítani nem lehetett, mert a két eszköz működési frekvenciája jelentősen különbözött (100 – 56 Hz). Ezért az egyik műszer mérési időpontjaira interpolálni kellett a másik műszer által rögzített adatokat, ezután lehetett közvetlenül összehasonlítani a mérési eredményeket.

A 3. ábrán látható, hogy a két eszköz között elég nagy különbségek vannak, már a mérés indításakor sem ugyanazt rögzítették, az idővel a különbségek abszolút értéke változó nagyságú volt. Megfigyelhető, hogy az idővel egyenes arányban nőtt a két műszer mérései közt a különbség, azonban a többi mérési szakaszon nem ez volt a tapasztalat. A 4. ábrán látható a Szentendrei mérések (6 szakasz) *roll* (dőlés) méréseinek különbség grafikonja. Itt is jól látszik a jelentős (2-4 fok) eltérés a műszerek között. A vizsgálat során kiderült, teljesen különböznek az eszközök, annak ellenére, hogy ugyanattól a gyártótól származnak.

Végül a NAV420-CA műszer beépítése mellett döntöttünk, noha nem derült ki melyik műszer mérései a pontosabbak, azonban a beépített GPS vevő (4 Hz-es) és a 100 Hz-es működési frekvencia miatt ez tűnt jobb választásnak.



3. ábra. Yaw grafikonok az egyik mérési szakaszon



4. ábra. Roll mérések különbség grafikonja

3 Mobil térképező rendszerek

Földi fotogrammetriai módszerek alkalmazására általában akkor kerül sor, amikor a hagyományos légi fotogrammetriai módszerek nem alkalmazhatók. Korábban a közel-fotogrammetriát főleg ipari, nem pedig térképészeti célokra alkalmazták. Napjainkban a földi térképezési technikákat elsősorban a digitális ipari alkalmazásoknál és a mobil rendszerekben alkalmazzák.

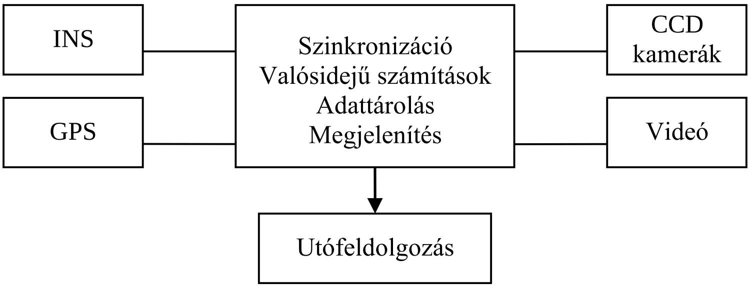
A (gépjármű alapú) mobil térképező rendszereket a 80-as évek végén kezdték el fejleszteni, már ekkor alkalmaztak GPS és INS eszközöket. Előtte is léteztek hasonló rendszerek, de ezeknél még nélkülözni kellett a műholdas helymeghatározó rendszereket (különféle távolságmérő módszereket alkalmaztak a pozíció meghatározására) és analóg kamerákat használtak a képi adatok rögzítésére. A modern rendszerekben már digitális kamerákat és kétfrekvenciás GPS vevőket alkalmaznak valamint inerciális műszereket, főleg azokban a rendszerekben, amelyeket városon belül használnak vagy nagy pozíció sűrűség szükséges a működés során. Az ilyen módon kialakított rendszerekkel az adatgyűjtést majdnem teljesen automatikusan lehet végezni. A 5. ábrán a mobil térképező rendszerek általános felépítése látható. Az érzékelő szenzor a CCD kamera helyett vagy mellett lehet profilozó lézer, ultrahangos érzékelő, képalkotó lézer is.

A jármű pozícióját a GPS vevő (1-20 Hz) határozza meg, ha ez a pozíciósűrűség nem elégséges, akkor Kalman-szűrés és INS műszer (50-250 Hz) alkalmazásával ez növelhető. Az INS akkor is hasznos, amikor a GPS rendszer már nem tud megfelelő adatokat szolgáltatni. Segítségével magas épületek között vagy alagúton keresztül haladva is meghatározható a jármű pozíciója. Előnye még, hogy a jármű helyzetéről is információt tud nyújtani. Gyakran kerékfordulatmérő vagy egyéb távolságmérő eszközzel kombinálják a rendszert, ezek segítségével a megtett út hossza azonnal leolvasható (később a pontosabb értéket a GPS adatokból számítani lehet, McGlone 2004).

A kereskedelmi rendszerek 2-10 kamerát használnak funkciójuktól függően. A kamerák szinkronizáltak és a képek készítési időpontja tárolásra kerül, így a GPS/INS adatok alapján minden egyes expozíciós időponthoz meg lehet határozni a jármű pozícióját. A mobil rendszerekkel elérhető pontosság (nyílt területen, megfelelő GPS vétel esetén) 15-30 cm. Sok esetben a relatív pontosság fontosabb, például a jelzőlámpa magassága az útpadka tetejétől mérve. Ez nem függ a GPS rendszer pontosságától, csak a képek rögzítésére használt kamera felbontásától.

Elsősorban köz-, és vasutak pályái és szerelvényei, valamint városi utcák és utcaképek felmérésekor használatosak a mobil térképező rendszerek. Ezekben az esetekben ugyanis a felmérendő objektumok jelentős része a függőleges síkban helyezkedik el, ezért a közel függőleges tengelyű légi és műholdas felvételeken nem láthatók (Sárközy http://www.agt.bme.hu/tutor_h/terinfor/t36.htm).

Ezen kívül jól hasznosíthatók, mint majd később látható, amikor a légi fotogrammetriai módszereket már nem lehet használni (például az útburkolat vizsgálatánál).



5. ábra. Mobil térképező rendszer felépítése (Takács www.agt.bme.hu/public_h/mobil/mobil2.htm)

Több mobil térképező rendszer működik már a világon, ezek közül ismertetünk néhányat a teljesség igénye nélkül.

Az *RST* rendszer, amelynek kifejlesztője a svéd Közlekedéstudományi Intézet (1986), talán Magyarországon a legjobban ismert, ugyanis segítségével végeztek már méréseket a magyar úthálózatban. A rendszert egy mikrobusz hordozza, erre került felszerelésre a 11 lézerkamerát hordozó gerenda, melynek segítségével az útfelület mérése történik. A 11 kamera közül 9 függőleges helyzetben van, a két szélső pedig 50º-os szögben kifelé irányul. Ezzel az elhelyezéssel 3.2 m széles sávról tud információt gyűjteni. A gerenda két végén elhelyezett gyorsulásmérők valamint a tengelyben lévő elhajlásmérők és giroszkópok segítségével képes az ív- és lejtőviszonyokat is rögzíteni. A gyorsulásmérők segítenek még a gépkocsi mozgásának a kiküszöbölésében is. A távolságot a jobb első keréken elhelyezett jeladó segítségével mérik.

A mérőrendszer 15 és 90 km/h közötti sebességtartományban képes értékelhető eredményt szolgáltatni. Az útburkolat 6 paraméterét méri egyidejűleg, amiből 3 állapotjellemző (egyenetlenség, keréknyomvályú, felületi textúra) és 3 geometriai adat (keresztesés, hosszesés vagy emelkedés, vízszintes ívsugár). Ezen kívül a keresztirányú profil előállítására is lehetőség van (Magyar Útügyi Társaság 1998).

A következő bemutatásra kerülő rendszer a francia *AMAC,* amelyet a VECTRA cég fejlesztett ki több vállalat segítségével 2005-ben. A hordozó jármű egy átalakított mikrobusz, aminek hátuljára kerültek a szenzorok. Több útjellemző mérésére is képes: keresztirányú profil 4 m szélességben (1280 pont profilonként), geometriai adatok (esés, dőlés, ívsugár) inerciális műszer és GPS (DGPS) segítségével, hosszirányú profil a két keréknyom alatt lézeres távmérő, giroszkóp és gyorsulásmérő alkalmazásával, úthibák detektálása (kátyúk, repedések stb.) digitális vonalkamerák és lézer segítségével. Ezen kívül lehetőség van a kerékzaj mérésére is. A jármű a pozíciókat differenciális GPS mérések (1 m alatti középhiba) és a kerékre szerelt fordulatmérő segítségével határozza meg.

A *MoSES* rendszert szintén Európában fejlesztették ki, a Müncheni Egyetemen (http://www.applanix.com/media/downloads/products/articles_papers/POSLV_2001_09_RoadData Acquisition.pdf). A cél az útpálya, valamint a 20-30 m-es távolságában lévő objektumok térképezése (jelzőtáblák, burkolati jelek, jelzőlámpák stb.). Alapkiépítésben 2 digitális kamerát tartalmaz, de lehetőség van kiegészítő kamerák felszerelésére is. A pozícionálást az Applanix cég POS/LV rendszere végzi, ami tartalmaz 2 GPS vevőt, inerciális navigációs és távolságmérő műszert (kerékfordulat számlálót), amelyeket Kalman-szűrő segítségével kapcsolnak össze. A koordináták középhibája vízszintes értelemben 0.3 m, magassági értelemben 0.5 m. A képek sztereografikus kiértékelése utófeldolgozás során történik. Mivel a képekhez időbélyeget is rögzítenek, így minden képnek meg lehet határozni a készítési helyét, ezután történik az objektumok koordinátával történő ellátása. A rendszert sikeresen alkalmazták vasúti pályák környezetének a térképezésére is.

Végül essen néhány szó egy tengerentúli mobil térképező rendszerről. A *GPSVan*-t az Ohio-i Állami Egyetemen fejlesztették ki szintén az útpálya és a környezetében lévő objektumok felmérésére. Szintén két kamerát használ a mérésre, azonban felszereltek rá egy analóg kamera-rendszert is, ami folyamatosan filmként rögzíti a bejárt utat és egyben segíti az objektumok felismerését valamint információkat nyújt a közlekedési vállalatoknak, várostervezőknek. A képekből utófeldolgozással nyerik ki az objektumok (burkolati jelek, jelzőtáblák, padka stb.) koordinátáit. A jármű 10-40 m-es hatósugarában az objektumkoordináták középhibája 5-10 cm. A rendszer tartalmaz egy GPS vevőt, amivel differenciális üzemmódban történnek a mérések, ezen kívül egy DRS (Dead Reckoning System) rendszert is alkalmaztak, ami pontosabb helymeghatározást tesz lehetővé, ha a GPS jelek kimaradnak (a második generációs rendszerben a DRS helyett már inerciális navigációs rendszert alkalmaznak) (OSU, http://www.cfm.ohio-state.edu/research/gpsvan.php).

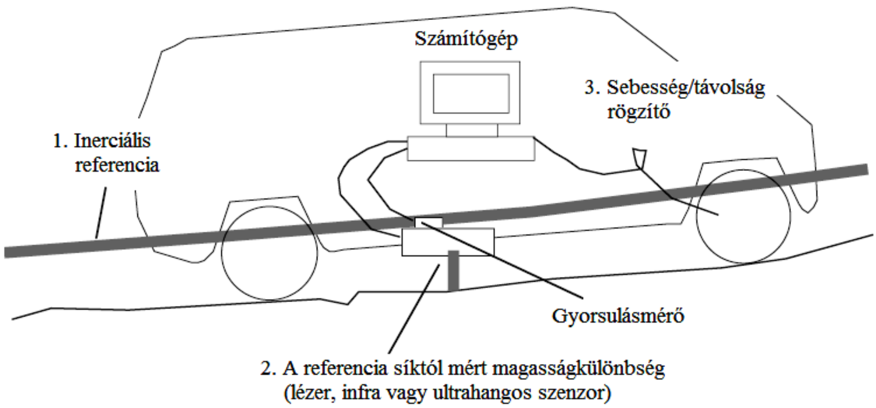
Az ismertetett rendszerek közül az *RST* és az *AMAC* rendszer képes IRI érték meghatározására is (3.1 fejezet).

3.1 Útburkolat minősítés (IRI)

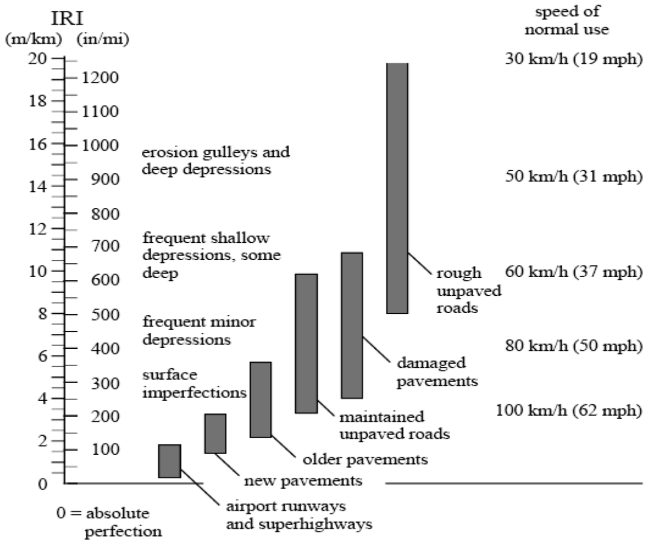
Az IRI (*International Roughness Index*, Nemzetközi Érdességi Mutató) az egyik legelterjedtebb útburkolat minősítő mutató. A 6. ábrán a modern IRI értéket meghatározó jármű elvi vázlata látható (hasonló mérőjármű a Magyarországon is alkalmazott svéd RST).

Az IRI már az 1940-es években is ismert volt, azonban akkor még nehezen voltak összehasonlíthatók a különböző járművekkel végzett mérések. Kezdetben mechanikus rendszereket használtak, később az 1970-es évek végén megalkottak egy matematikai modellt (*quarter-car*), hogy kalibrálni lehessen a különböző rendszereket. A mechanikus rendszerek elterjedtsége miatt a matematikai modellt ezen rendszerek kimenő adataihoz igazították. Működése során kiszámítja egy szimulált mechanikus rendszerben lévő felfüggesztés összenyomódását, aminek az eredménye hasonló a valódi jármű felfüggesztésének összenyomódásával. A mérőszám úgy adódik, hogy a rendszer a felfüggesztés (rugó hosszváltozás) összenyomódásait összegzi, majd elosztja a megtett út hosszával (http://www.umtri.umich.edu/content/LittleBook98R.pdf.)

A minőségi mutató mértékegysége m/km (angolszász területen in/mi). A 7. ábrán néhány útburkolat típus IRI érték tartománya látható.



6.ábra. Útburkolat minősítő jármű elvi vázlata



7. ábra. IRI tartományok a repülőtéri kifutópályától a sérült burkolaton át a burkolatlan útig. Az ábra a normál közlekedési sebességet is mutatja.

3.2 Kátyúfelmérő rendszer

A BME Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék 2004-ben mobil kátyúfelmérő rendszer fejlesztését kezdte meg. A projekt jelenleg a tesztelési fázis végén tart, már csak a kisebb hibák kijavítása folyik.

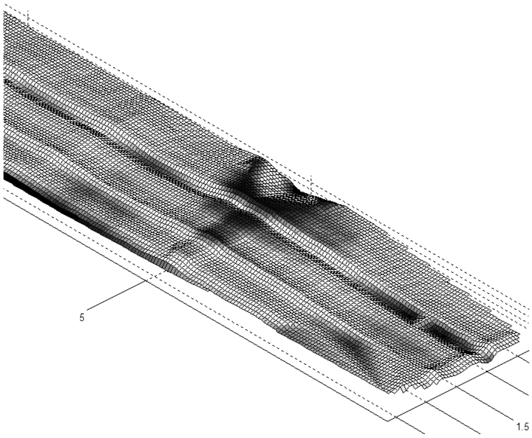
A rendszert 2 db Pentax optikás Sony XCD SX910 kamera, 1 db Thales AC12-es GPS vevő és egy vezérlő notebook alkotja, amelyek egy mérőkocsira vannak felszerelve (8. ábra).

8. ábra. Kátyúfelmérő rendszer

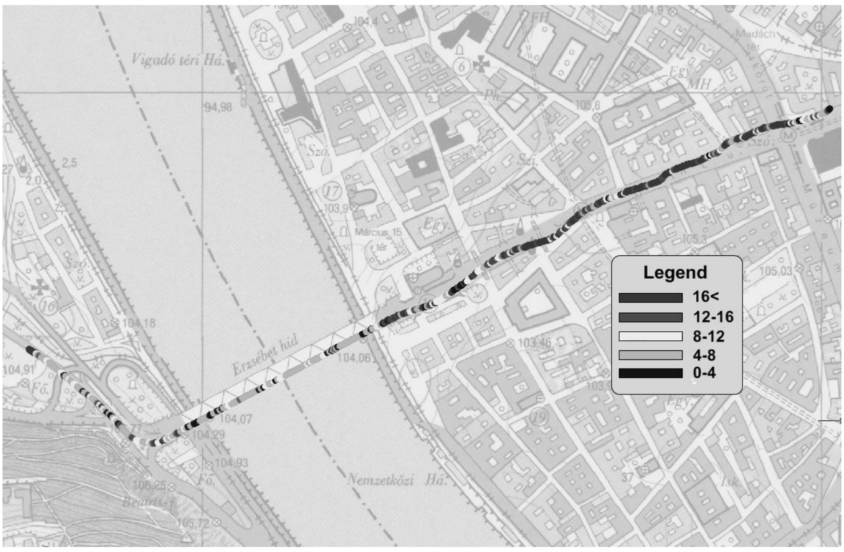
A két kamera egy fémből készült konzolra van felerősítve; ezen a fémszerkezeten található még a lézer projektor, ami strukturált fényt (pontsort) vetít a burkolatra, melyet a kamerák rögzítenek. A kamerák helyét a GPS vevő segítségével lehet meghatározni. A későbbiek során beépítésre kerülhet a Crossbow cég NAV420CA-100 típusú műszere, amelynek tesztelése jelenleg is tart (2.1 fejezet).

Ennek segítségével a külső tájékozási adatok pontosabban meghatározhatók, és a pontmeghatározás sűrűsége is növelhető (GPS 1 Hz – INS 100 Hz) megfelelő Kalman-szűrés alkalmazásával.

A kivetített pontok helyzetét fotogrammetriai úton határozzuk meg, majd ezekből az adatokból felületmodellt (9. ábra) és a burkolat jellemzésére alkalmas mérőszámot állítunk elő. A mérőszám meghatározása a tanszéken kifejlesztett programmal történik, így az útszakaszokat öt minőségi kategória egyikébe soroljuk (a minőségi kategóriák IRI tartományai a 10. ábrán a kis téglalapban láthatók, a kisebb értékek jelentik a jobb minőségű utat). A meghatározott értékek később térképen ábrázolhatók (10. ábra), így a teljes felmért úthálózat állapota látható és a felújítások jól tervezhetők lesznek. A minősítő érték meghatározása úgy történik, hogy a mérés során kivetített pontok közül négy meghatározott pontban (keréknyomonként két-két pont) minden rögzített képpáron meghatározásra kerül a pontok relatív helyzete a kamerákhoz képest, ezek után az egymást követő pontok magasságkülönbségének összegzésével és a megtett úttal való osztás után előáll a mérőszám. Egy mérési útvonalnál rövid szakaszokra történik a mérőszám meghatározása, egy szakasz hossza két mért GPS pont távolsága (1 Hz-es mérés és kb. 30 km/h-s sebesség esetén ~8 m).



9. ábra. Útfelület perspektív megjelenítése

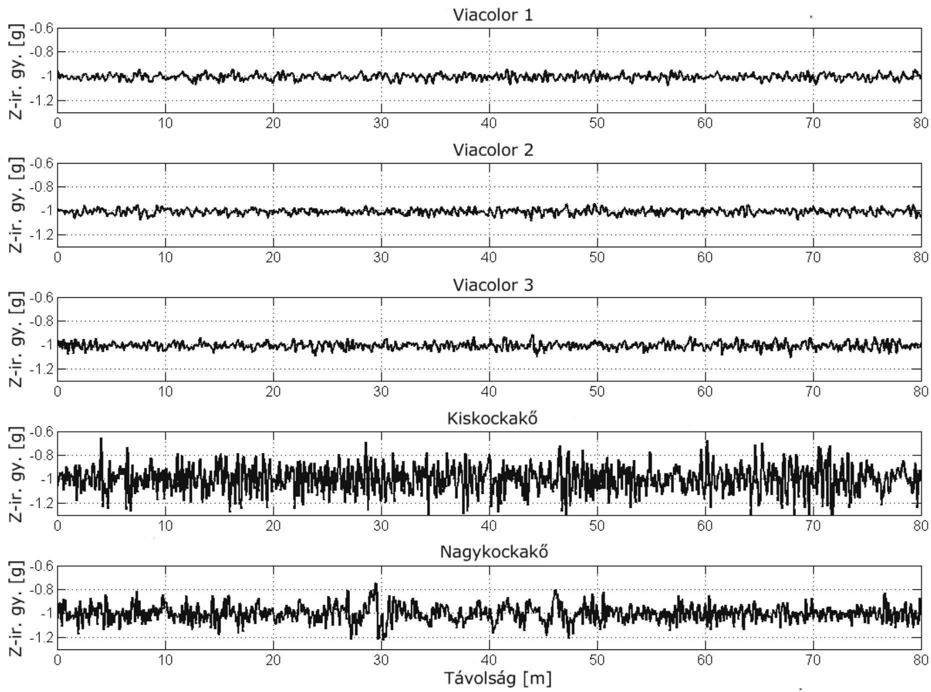


10. ábra. Budapesti útszakaszok IRI-minősítése

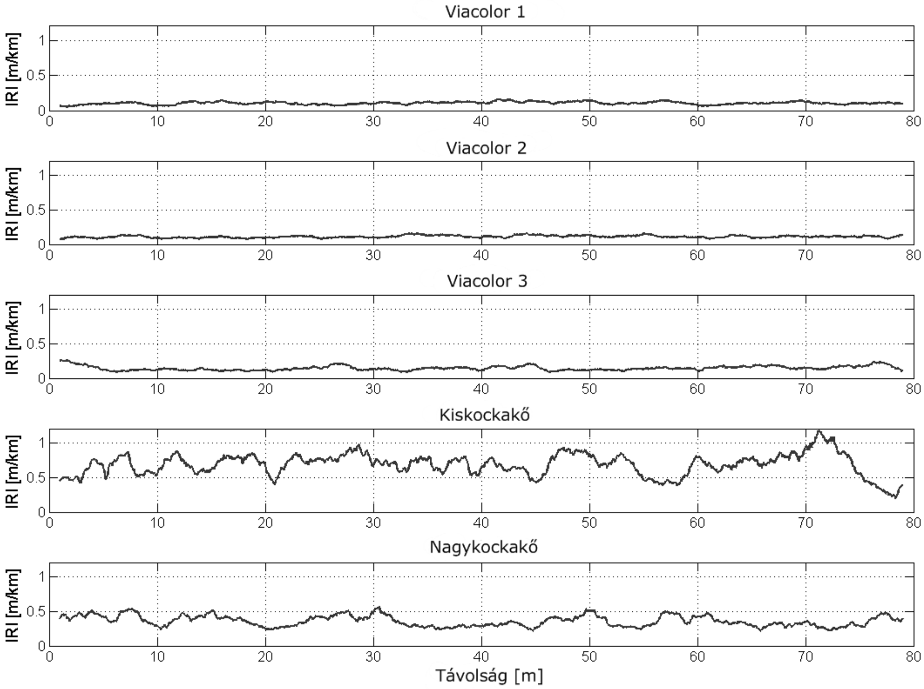
3.3 Útburkolat minősítés inerciális mérések segítségével

Csak inerciális műszerek segítségével is lehetőség van burkolatminősítésre. Ehhez a három tengely mentén mért gyorsulásértékek közül a függőleges komponenst kell megvizsgálni. Ahogy a jármű halad, a függőleges gyorsulás értéke pontról pontra változik, azonban kátyú vagy nagyobb úthiba esetén ez a változás jóval nagyobb, mint sima útburkolaton. A változások nagyságából következtetni lehet a burkolat minőségére, esetleg fajtájára is.

Különböző burkolattípusokon végzett mérések eredményei láthatók a 11. ábrán. A vízszintes tengelyen az elmozdulás méterben, a függőleges tengelyen a z-irányú gyorsulás értéke (negatív) g-ben (g=9.80 m/s^2). Jól látható, hogy a rosszabb minőségű burkolatokon a gyorsulásértékek változásának abszolút értéke jóval nagyobb a sima, kátyúmentes aszfalthoz képest. Már ezekből a mérésekből is le lehet vezetni mérőszámot (pl. a g értékek átlaga, legnagyobb-legkisebb érték, szórás, stb.) az útburkolatra vonatkozóan. A függőleges gyorsulásértékek integrálásával függőleges elmozdulásokat kapunk ezekből az értékekből, így a vízszintes elmozdulás ismeretében INS mérésekből is lehet IRI értéket meghatározni. A 12. ábrán látható grafikon IRI értékei 2 méteres szakaszokra vonatkoznak. Kalibrációt követően az így meghatározott IRI értékek tájékoztatást adhatnak az útburkolat pillanatnyi minőségéről már menet közben, nem szükséges megvárni a 3.2. fejezetben leírt mérést követő utófeldolgozási lépést.



11.ábra. Függőleges gyorsulás grafikonok különböző burkolattípusokon



12. ábra. g mérésből számolt IRI index

1. táblázat. Néhány burkolatféleség IRI-jellemzőinek statisztikai mutatói

Burkolattípus	Átlag	Szórás
Viacolor 1	0.1041	0.0195
Viacolor 2	0.1095	0.0164
Viacolor 3	0.1416	0.0317
Kiskockakő	0.6795	0.1586
Nagykockakő	0.3543	0.0775

4 Összefoglalás

A Magyarországon használt szemrevételezéses technikák használata a 21. században már nem mondható korszerű megoldásnak. Az automatizált rendszerek megkönnyítik a felmérést és az adatok objektív összehasonlítására is lehetőséget adnak. Az általunk fejlesztett eszközökkel és adatfeldolgozási technikákkal elő lehet állítani az útburkolat digitális modelljét és az ebből levezetett minősítő számok alapján az egyes burkolatokat minőségi kategóriákba lehet sorolni. Ennek segítségével a felújításra szoruló útszakaszokat ki lehet szűrni és a felújítások tervezése egyszerűbbé válik.

Hivatkozások

Barsi Á, Lovas T, Tóth C (2006): Helymeghatározás mobil térképező rendszerben. Geodézia és kartográfia 58; 4, 3-8
Farrel JA, Barth M (1999): The Global Positioning System & Inertial Navigation. McGraw Hill, New York.
McGlone JC (Ed.) (2004): Manual of photogrammetry. ASPRS, Maryland.
Magyar Útügyi Társaság (1998): RST-mérés és -értékelés, ÚT 2-2. 116:1998

RFID TECHNOLÓGIA: A HELYMEGHATÁROZÁS ÚJ ESZKÖZE

Krausz Nikol*, Barsi Árpád*

RFID technology: new tool for positioning – *In our paper the rotation radio frequency identification (RFID) technology is presented. A comprehensive description is given about the elements of the system and about their functions. Several application examples are described in order to show the level of the expansion of the technology. Finally, information is given about the indoor navigational potential of the RFID system.*

Keywords: RFID, navigation

Cikkünkben bemutatásra kerül a rádiófrekvenciás azonosítás (RFID) technológia. Átfogó leírást adunk a rendszer elemeiről és azok működéséről. Néhány alkalmazási példát is ismertetünk, hogy lássuk, milyen széles körben terjed ez a fajta technológia. Végezetül tájékoztatást adunk arról, hogyan lehetne használni az RFID rendszert navigálási célokra épületen belül.

Kulcsszavak: RFID, navigáció

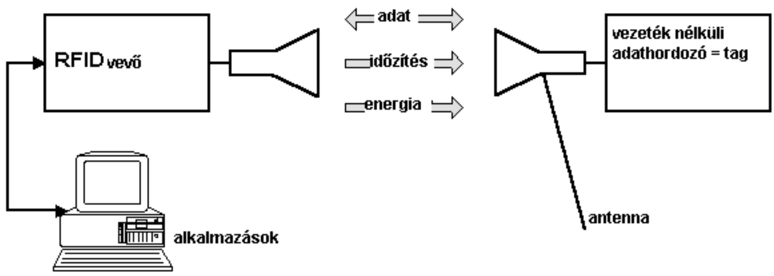
1 Bevezetés

RFID – angol rövidítés (*Radio Frequency Identification*) – rádiófrekvenciás azonosítást jelent. Használata a negyvenes években kezdődött. Az USA ilyen eszközöket helyezett el a repülőgépein, hogy azokat megkülönböztesse az ellenséges gépektől. Az 1970-es évektől állatállomány és nukleáris anyag nyomon követésére alkalmazták. Robbanásszerű fejlődést ért el a logisztikában történő felhasználásakor. Rájöttek ugyanis, hogy a rádiós azonosítókkal kiküszöbölhető a leltári pontatlanság, kiszűrhetőek a hamisított áruk, és lopás esetén könnyen kideríthető, hogy melyik két ellenőrzés között estek le a kamionról a termékek. Érzékelhető, ha a boltban kiürül egy polc, vagy ha lejárt valamelyik terméknek a szavatossága, és minőségi problémák esetén pontosan kideríthető a hibás tárgy származási helye.

Az RF rendszer összetevői:

- címke („tag” vagy transponder)
- olvasó („reader” vagy interrogator)
- antenna.

Fontos paraméterek a kommunikációs távolság és a használt frekvencia. Nézzük kicsit közelebbről a rendszert!



1. ábra. RFID rendszer (Finkenzeller 2003)

*BME FFT, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.
E-mail: krausz.nikol@fmt.bme.hu
barsi@eik.bme.hu

2 A rendszer elemei

2.1 Címkék

Alapvetően két csoportjuk létezik: aktív és passzív. Közöttük helyezkednek el az úgynevezett fél-passzív címkék. Az aktív címkék olyan címkék, amelyek saját áramforrással rendelkeznek, ezáltal saját maguk képesek üzenetszórásra. A passzív címkék, mivel saját áramellátásuk nincsen, az üzenetszóráshoz szükséges energiához csak akkor jutnak, ha azokat a vevő megszólítja. A fél-passzív címkéknek van saját áramforrásuk, de ezt csak a memóriaegység működtetéséhez használják, az adatok továbbításához az olvasó által gerjesztett elektromágneses mező szükséges, de ezek használatával akár 100 méteres távolságból is lehetséges az adatforgalom.

Az RFID címke egy integrált áramkörből (IC) és egy apró antennából áll, amit esetenként védőborítással is ellátnak. Az RFID címkék és az olvasók rádióhullámok segítségével kommunikálnak egymással. Ebből következően az olvasási eljárás egyik legfontosabb jellemzője, hogy az olvasónak nem kell közvetlenül rálátnia a címkére. További előny, hogy a rádióhullámok számos közegen át is hibamentesen olvassák le az információt. Az RFID azonosító felépítése egyszerű. Az adatok tárolásáért az integrált áramkör a felelős, a kommunikációért pedig az antenna.

Háromféle tulajdonsága lehet az RFID címkéknek:

- csak olvasható,
- olvasható és írható,
- valamint kombinált.

Csak olvasható címke esetén az előre tárolt információ csak olvasható, utólagos módosítása nem lehetséges, ellentétben az olvasható-írható azonosítókkal, ahol az adatok szükségszerű módosítása bármikor elvégezhető. A kombinált azonosítók esetében pedig bizonyos adatok csak olvashatóak, egy részük pedig tetszőlegesen változtathatók, frissíthetők.

1. táblázat. Aktív és passzív címkék összehasonlítása

Címke	Előny	Hátrány
Aktív	hosszabb olvasási távolság	Nagyobb méret
	magasabb memória kapacitás	Drágább
		Rövid élettartam
Passzív	Sokkal olcsóbb, mint az aktív	Rövidebb olvasási távolságok
	Sokkal könnyebb	Az olvasóknak erősebbnek kell lenniük
	„Örök” élettartam	A memória általában read-only

2.2 Olvasó

Olyan eszköz, amely egy vagy több antennát tartalmaz, melyek rádióhullámokat bocsátanak ki és veszik a címkékből érkező jeleket. Az olvasó a vett jeleket digitális formában továbbítja egy számítógép felé. Egyszerre több címkét is képes kezelni valós időben, nagy olvasási sebesség mellett. Az olvasók többsége víz- és saválló, mivel az iparban extrém körülmények között is használják. Ezek az olvasók lehetnek:

- rögzített helyen, vagy
- mobil egység
    - PCMCIA
    - PDA
    - Mini számítógép
    - Kézi olvasó (Hand held)

Kézi olvasók ergonomikus formával rendelkeznek, áramellátásukat akkumulátor biztosítja. A kézben tartott vevő sokkal nagyobb rugalmasságot nyújt a speciális részek lokalizálásában. A fix rögzítésű vevőktől csak a hordozhatóság különbözteti meg.

2.3 Antenna

Közvetítő egység a címke és az olvasó között, rádiójeleket sugároz, illetve fog fel. Lehetséges változatok, elrendezések a következők:

- Beépített, illetve
- Külső egység, amit csatlakoztatni lehet a vevőhöz és a címkékhez

Antennát a címke és az olvasó is tartalmazhat. Optimálisan mindkét komponens rendelkezik saját antennával. A beépített antennák elválaszthatatlanok fizikailag az elemektől. Az olvasási távolságok növelése érdekében kifejlesztették a külsőleg csatlakoztatható antennákat. Ezeket fel lehet használni a címkék esetében ugyanúgy, mint az olvasóknál.

2. ábra. Az általunk is használt Identec Solutions termékek

Frekvenciák:

- Alacsony frekvencia (125-134 KHz)
    - átlagos olvasási távolság: < 0.5 m
    - adattároló típusa: passzív
    - felhasználási terület: állatok azonosítása, gépjárművek indításgátlói
    - alkalmazásának előnyei: a frekvencia használata nagyrészt független a korlátozásoktól; fa, víz és alumínium közelében is jó olvasási képesség
    - alkalmazásának hátrányai: fém tárgyak közelében rossz olvasási képesség; alacsony olvasási sebesség és kis olvasási távolság; viszonylag nagy antennák használata szükséges
- Magas frekvencia (13.56 MHz)
    - átlagos olvasási távolság: ~ 1 m
    - adattároló típusa: passzív

    - felhasználási terület: könyvtárakban, fizetés, termékazonosítás
    - alkalmazásának előnyei: az alacsonyabb frekvenciához képest kisebb/egyszerűbb kialakítás → alacsonyabb költség; jól alkalmazható kis mennyiségű adat kis távolságra történő továbbításához
    - alkalmazásának hátrányai: viszonylag kis távolságra alkalmazható; fém tárgyak közelében rossz olvasási képesség
- Ultra-magas frekvencia (868-956 MHz)
    - átlagos olvasási távolság: ~ 4-5 m
    - adattároló típusa: aktív vagy passzív
    - felhasználási terület: rakodólapos egységrakományok, dobozok azonosítása az ellátási láncban
    - alkalmazásának előnyei: fém tárgyak közelében is jó olvasási képesség; nagyobb mennyiségű adat továbbítására alkalmas; beállítható olvasási zóna; kisebb fizikai felépítés (adathordozó, antenna), mint az alacsonyabb frekvenciákon
    - alkalmazásának hátrányai: víz/szövetanyagok közelében rossz olvasási képesség
- Mikrohullám (2.45 GHz)
    - átlagos olvasási távolság: >> 1 m
    - adattároló típusa: aktív vagy passzív
    - felhasználási terület: elektronikus útdíj fizetés
    - alkalmazásának előnyei: jó olvasási képesség fém tárgyak közelében; kis méret, nagy olvasási távolság; az olvasási zóna pontosan beállítható az antennák segítségével
    - alkalmazásának hátrányai: érzékeny az elektromos zajra; egyes elektronikai termékek is használják ezeket a frekvenciákat (pl. mikrohullámú sütők, TV-távirányítók stb.)

A frekvenciatartományok eltérőek az USA-ban, Japánban és Európában.

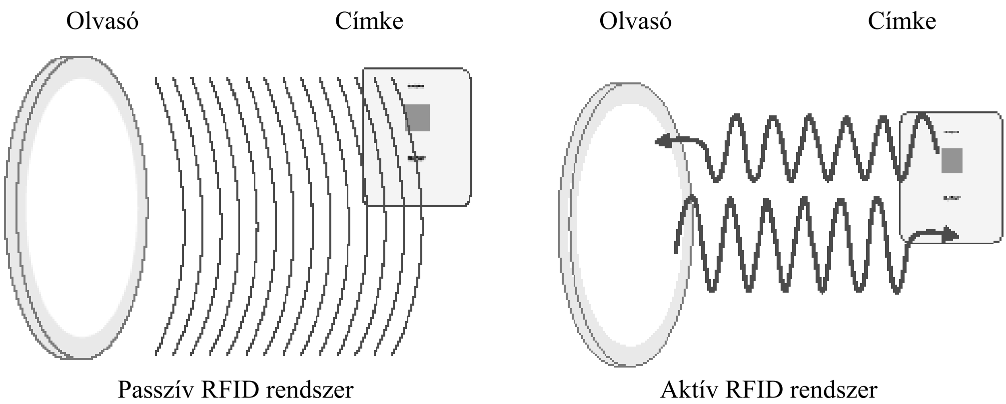
A kommunikációs távolság a vevő és a címke közötti maximális távolság, aminél még a jelek adása és a vétel megtörténik.

A jellemző távolság határok:

- pár centiméter
- akár 31 méterig
- 100 méter körüli távolság
- katonai alkalmazásoknál 1 km a szélsőérték

3 A rendszer működési elve

Az antenna rádiófrekvenciás jelet bocsát ki, ez a szignál gerjeszti a címkét. A címke átadja az azonosítót és az adatokat a leolvasónak, az olvasó pedig fogadja ezeket az adatokat, majd tovább küldi azokat a számítógépnek. Ha a megszólított címke passzív, akkor benne áram indukálódik így tudja a vevőnek elküldeni az adatait. Ha a címke aktív, akkor kétféle üzemmódban működhet. A beállított paraméterek alapján a saját áramforrását felhasználva sugározza az üzenetcsomagjait. A másik lehetőség, hogy csak akkor továbbítja az adatokat, ha vevő tartózkodik a közelében. A két üzemmód egyszerre is működhet, ilyenkor a címke automatikus üzenet szórási módban van, de ha megszólítja egy vevő, akkor is válaszol. Ezek a vett adatok mentésre kerülnek a számítógépen. A számítógép a fogadott adatok alapján meghatározza a szükséges lépéseket, majd utasítást ad az olvasónak, az olvasó pedig továbbítja az adatokat a címkének.



3. ábra. Aktív és passzív rendszer működése

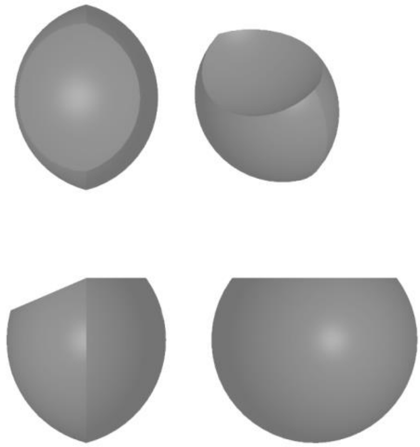
4 Alkalmazási területek

Az RFID egyik előnye az azonnali információtovábbításban rejlik. Tipikus alkalmazási területe a logisztika, illetve a raktározás. Az RFID azonosítóval ellátott termékekkel a leltározás egy pillanat műve, bevételkiesés sem keletkezik, mert az üzletet nem kell bezárni a leltározáshoz. A leltározó egy mozgó vevővel végigolvassa a polcokat, és az áruk maguk jelentkeznek be. Könnyen és gyorsan felmérhető az árukészlet, darab és méret terén. Hagyományosnak mondható a felhasználása az állatállomány azonosításában. Az USA-ban a hetvenes évektől alkalmazzák. Az állatok neme, kora könnyen megtudható, ha a vágóhídra vagy eladásra szánt állatokat szeretnék leválogatni, a kapukon való áthaladáskor az olvasók beazonosítják az egyedeket és a kiválasztottakat másik karámba engedik. Egyre több otthoni alkalmazásra nyílik lehetőség. Egy amerikai cég arra specializálódott, hogy állatokba ültethető RFID chip-et gyártson különböző célokra. Létrehoztak egy olyan állatorvosi hálózatot, ahol orvosokat megfelelő leolvasó berendezésekkel látnak el, és ezek a szakemberek helyezik el az állatban a rizsszem nagyságú azonosítót. A Home Again Id adatbázisában jelenleg közel 3.5 millió háziállat van regisztrálva, és saját bevallásuk szerint közel háromszázezer kedvencet vittek eddig vissza a gazdájának a rendszer segítségével. Japánban három vállalat összefogott, hogy rádiófrekvenciás jeladókkal lássák el az ország csatornafedőit, ezzel mérgezéseket és illegális tevékenységeket előzzenek meg. A KDDI mobilszolgáltató, a Pasco és a Bitcom együttműködése arra irányul, hogy speciális RFID adókat készítsenek és üzemeltessenek. A tektonikus törésvonalon fekvő Japánban a nagy földrengéseken kívül nem ritkák a kisebb földmozgások. Az ilyen események során a közművek és az azokat magába foglaló szervizaknák észrevétlenül megsérülhetnek. Az eredmény például veszélyes lappangó gázszivárgás lehet, melyről a múltban sokszor csak a bekövetkező robbanás után értesültek. A hálózat érdekessége, hogy védi a behatolóktól a szervizaknákat. Nem feltétlenül lopásra kell gondolni, a Japánban rendkívül népszerű rajzfilmsorozat példáját követve sok gyerek a csatornákba mászik, hogy játszanak. Ez veszélyes, mert könnyen eltévedhetnek.
Széleskörű a felhasználás a különböző beléptető rendszerek esetén. Az RFID-chipet tartalmazó belépőjegyet le lehet olvasni és érvényességét ellenőrizni. Ezen kívül olyan egyedi, a jegytulajdonos személyéhez kötött kiegészítő információk is kiértékelhetők, mint például szurkolói táborhoz való tartozás, valamint a napi jegyen kívül bérletek és belépésre jogosító RFID-alapú címkeigazolványok is kezelhetők.

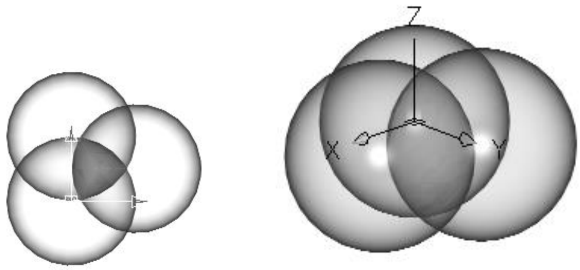
5 Navigálás RFID rendszerrel

RFID rendszert szeretnénk felhasználni épületen belüli navigáláshoz. A címkék helye rögzített, a vevő mozog közöttük. A címkék tartalmazzák az azonosítójukat és az ajtó számát, aminek a környezetében találhatók. Egy tárolt listában vannak az azonosítók és a helyzeti adatok. Ha egy címke hatótávolságában vagyunk, a vevő észleli azt, ezen alapul a helymeghatározás.

Diszkrét pontokban történő pozicionálás esetén csak a jelenlét a fontos. Ha a vevő látja a címkéket, akkor benne vagyunk a hatósugarában. A meghatározás pontossága a kihelyezett címke kommunikációs távolságával egyenlő, ha csak egy címke hatóterületében vagyunk jelen. Lényeges momentum, hogy a vevő beltérben érzékelje a címkét, és tudja olvasni azt. Ha a vevő egyszerre több címke jelét is venni képes, akkor a címkék átfedésben vannak. Ebben az esetben a közös térrészben vagyunk, ezt kell tudnunk külön kezelni.



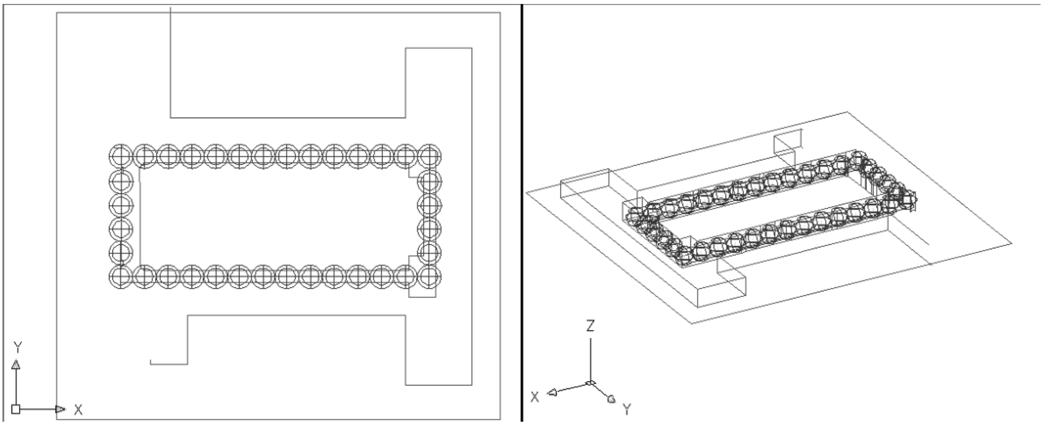
4. ábra. Két címke hatósugarában



5. ábra. Három címke hatósugarában

A 4. és 5. ábrán látható három címke esetén a kétfajta esetből adódó közös rész. Az első esetben a vevővel két címke hatósugarán belül vagyunk, a harmadik címkét még nem érzékeli. A második esetben a három címke jeleit egyszerre észleli, a vevő a közös részben van. A tesztterület BME K épületének folyosórészlete, ezt rendeztük be címkékkel különböző koncepciók alapján. Ha a passzív hat méteres hatótávú címkéket úgy rendezzük, hogy a hatógömbjeik érintsék egymást, ekkor a folyosót 36 darabbal lehet lefedni, viszont a vevő mindig csak egy címke jelét érzékeli. Ekkor a pozíciónk 6 m pontosságú, mivel a vevő egyszerre csak egy címke üzenetszórási tartományában tud jelen lenni, adatait fogadni. Ennek szemléltetése látható a 6. ábrán. Pontosabb meghatározást érhetünk el, ha a címkéket sűrűbben helyezzük el úgy, hogy a hatógömbjeiken legyen átfedés; Ha ez az átfedés 3 m, akkor a hálózatot már 70 darab címke alkotja, és a pozícionálásunk már 3 méter pontos. A közös terület a két szomszédos címke elem között lencse alakú (lásd 4. ábra). Ebben a lencsében helyezkedik el az olvasó, és a két címkében tárolt információt fogadja. A leolvasott címkéket információi alapján tájékozódhatunk az aktuális pozíciónkról az épületen belül. Tehát például ha beér az olvasó a 12-es azonosítóval rendelkező címke adókörzetébe, akkor az olvasó kijelzi a benne tárolt adatokat, ami a példa esetében K.I.19 Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék bejárati ajtaja.

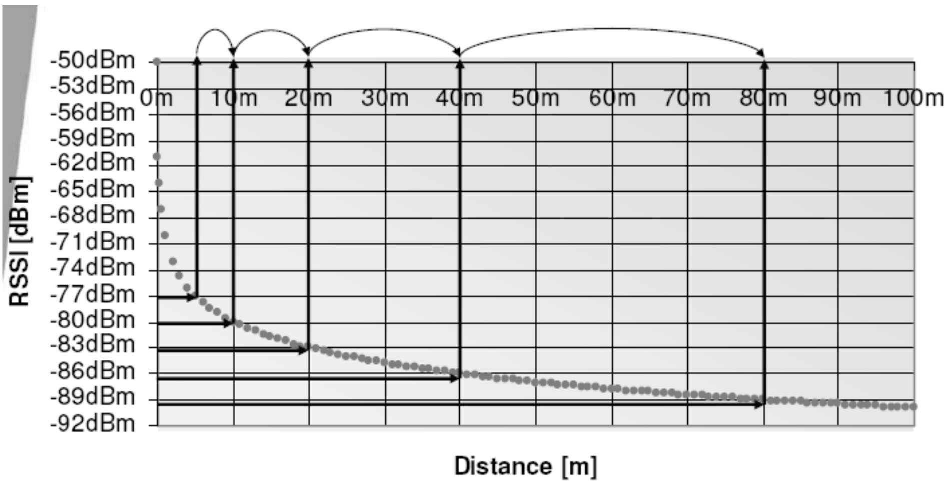
Mivel a hatógömbök átfedésben vannak, így már előre tudhatjuk a tájékozódási információkat. Ha a felállított hálózat olyan, hogy egyszerre három címke hatógömbjében vagyunk, a hálózat címkeigénye már minimum másfélszerese az előzőnek.



6. ábra. A helymeghatározás pontossága: 6m

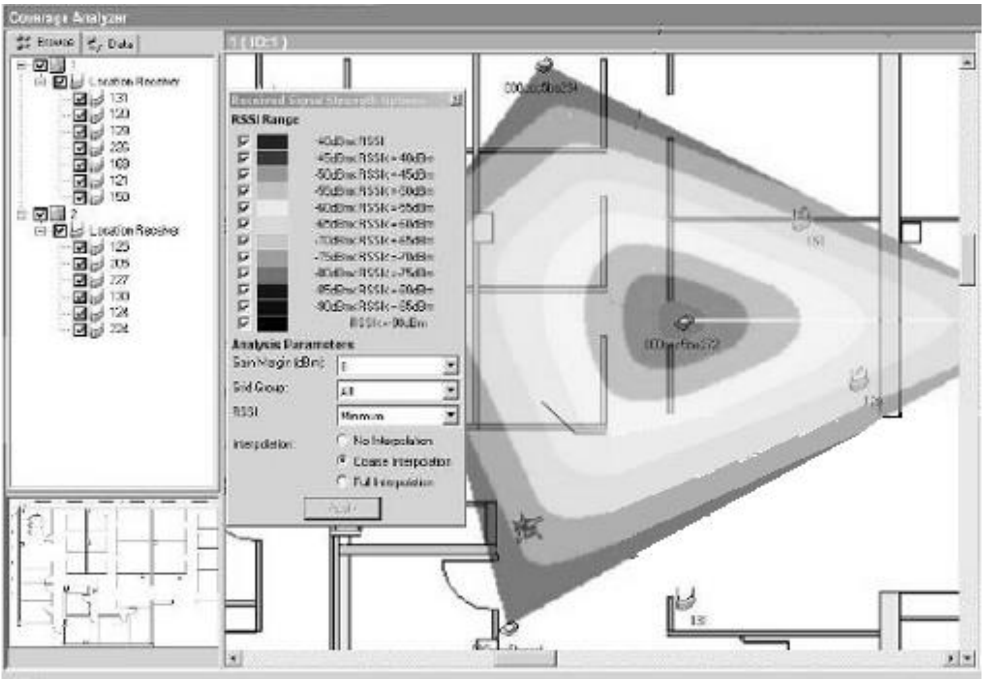
Folytonos navigálás esetén már nemcsak az a fontos, hogy benne vagyunk-e a címke kommunikációs távolságában, hanem az is, hogy milyen messze vagyunk aktuálisan az adott címkétől. A távolságadatok kinyerésének kétféle eljárása van. Az egyik idő alapú, a másik jelerősség értékekkel operál.

A TDOA (Time Difference of Arrival) a jelek beérkezési időkülönbsége alapján számít távolságadatokat. Ennél az eljárásnál figyelni kell a visszaverődések miatti hamis értékekre. Az RSSI (Received Signal Strength Indicator) a mért jelerősség értékekből történő távolságadatok meghatározása. Az alábbi ábrán látható a jelerősség és a távolság adatok összefüggése. A vevő a nagyon közel lévő címkék jeleit nem képes venni. Ez a tartomány a címkék kommunikációs távolságának függvényében változó. A két eljárásból származó értékekből egyfajta háromszögeléssel lehet pozíciót kapni.



7.ábra. A jelerősség és távolság összefüggése

A mért jelerősség-értékek felhasználására például az AeroScout rendszernek van egy alkalmazása. A 8. ábrán látható négy címke és egy vevő egység. A vevő mindegyik címkét észleli, a kapott jelerősség adatokból tematikus térkép készíthető. Ha a címke egy alkalmazotton vagy drága műszeren van, mindig lehet tudni merre tart vagy tartózkodik.



8. Ábra:.Jelerősség alapján készített tematikus térkép

6 Összefoglalás

A cikkünkben igyekeztünk megismertetni a RFID technológiát. Látható, hogy alkalmazása igen elterjednek mondható, de robbanásszerű fejlődés várható, ha termékek ára még lejjebb megy. Egyelőre egy rendszer esetén az ár jelenti a legnagyobb problémát, mivel egy teljes, jól működő rendszer kiépítése igen költséges. Nagy előnye egy RFID rendszernek, hogy gyorsan bővíthető. A fejlesztésnek csak az anyagi korlátok szabnak határt. Az új elem könnyen és gyorsan illeszthető a már meglévőkhöz.

Az RFID rendszereket sikerrel használják már számos alkalmazásban a világon. Épületen belüli alkalmazása is széleskörű, de még navigálásra nem használták, így tapasztalatok sincsenek a témában. Elrettentő lehet az ár, de gyerekek nyomonkövetésére a Legoland-ben alkalmaznak RF rendszert, ott már többszörösen megtérült a befektetés.

Eddigi kutatásaink során megvizsgáltuk, hogy a fix helyre telepített olvasó mekkora távon képes kezelni a címkéket. Foglalkoztatott minket, hogy a mérési eredmények mennyire fedik a paraméterekben megadott értékeket; a mért értékek között van-e különbség, ha az olvasóhoz kapcsolódó antennát, vagy a címkékben lévő antenna helyzetén változtatunk. Ezek a vizsgálatok a jövőbeni rendszer működőképessége szempontjából fontosak. A célunk egy komplexebb rendszert létrehozni, amely jól alkalmazható épületen belüli navigálásra.

7 Hivatkozások

Finkenzeller K (2003): RFID handbook John Wiley and Sons, Chichester, p. 446.

TEXTÚRÁZOTT FELÜLETEK – VÉGE AZ ORTOFOTÓNAK?

*Szőcs Katalin, Kibédy Zoltán**

Textured surfaces – the end of ortophoto? – *This paper presents the benefits of textured surfaces based on laserscanned data with automatic data processing. As it can be seen in the main title, by means of these surfaces we would like to create such a photogrammetrical product that improves the efficiency and accuracy of terrestrial laserscanning with extending the limit of orthophotos into the 3D space.*

Keywords: terrestrial laserscanning, orthophoto, textured surfaces, surface models

Az alábbi cikk a 3D lézerszkenneres felméréseken alapuló és ennek következtében nagymértékben automatizáltan készíthető textúrázott felületek adta új lehetőségeket tárja elénk. Mint ahogy a cím is utal rá, ezekkel a felületekkel valami olyan fotogrammetriai termékhez szeretnénk eljutni, mely amellett, hogy növeli a földi lézerszkenneléssel elérhető pontosságot, túllép a hagyományos ortofotó nyújtotta lehetőségeken, kiterjesztve annak fogalmát a háromdimenziós térbe.

Kulcsszavak: földi lézerszkennelés, ortofotó, textúrázott felületek, felület modellek

1 Bevezetés

Napjainkban egyre több számítástechnikából eredő fogalom szövődik be mindennapi életünkbe, előmozdítva az egyes szakterületek fejlődését. A számítógépes játékok, látványtervek megjelenésével egyre nagyobb teret nyernek a valósághű élményt megközelítő, virtuális modellezési eljárások. A lézerszkennelési technológia megjelenésével lehetőség nyílt a környező világ nagy részletességű felmérésére, mely kiváló alapjául szolgál további modellkészítési eljárásoknak, háromdimenziós felületmodellek előállításának. A lézerszkenner gyártók ráismervén a fotogrammetria nyújtotta további lehetőségekre, különböző nagy felbontású, kalibrált fényképezőgépekkel kezdték ellátni műszereiket. Az így előállított – mondhatni hibrid – mérőberendezések egyesítik mind a fotogrammetria, mind a lézerszkenneres módszerek előnyeit. Ennek következményeként a rendkívül jól automatizálható feldolgozási folyamatok által új termékként megjelentek a textúrázott felületek. A fényképi adatokat a térbeli felület elemekre vetítve nem csak új metrikus terméket hoztak létre, de a mért pontok közti teret kitöltve növelte a mérési módszerrel elérhető részletességet és pontosságot. A következő fejezetekben az ortofotó készítésén keresztül eljutunk a textúrázott felületek előállításához.

2 Adatnyerési eljárások

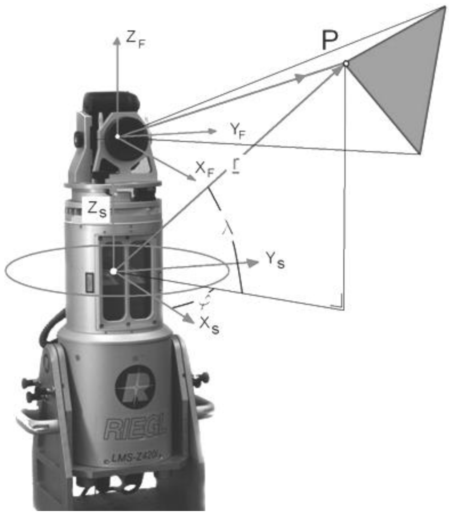
Habár a hagyományos geodéziai, vagy fotogrammetriai úton is előállíthatók felszínmodellek, földi lézerszkenneres méréssel lényegesen rövidebb idő alatt lehet olyan részletesebb, rendezett formájú felszínmodellhez jutni, amely a feladatok végrehajtását lehetővé teszi. A felméréshez egy hat megapixeles Nikon D100 fényképezőgéppel felszerelt Riegl LMS-Z420i típusú lézerszkennert használtunk. A szkennelési eljárás során a műszer másodpercenként akár 8-12 ezer pontot megmér maga körül, letapogatva a környező terep objektumait. A feladattól és a mérendő tárgyak nagyságától függően előre megadott függőleges és vízszintes szögfelbontással végez és rögzít nagy mennyiségű irány és távolságmérést a lézeres távmérés alapelve szerint. Az adatkonverzió során a mért polárkoordináták helyett már a szkenner koordinátarendszerében lévő x, y, z koordináták kerülnek rögzítésre. A műszer hatótávolsága 2 m-től 1000 m-ig terjed, a mért pontfelhő min. 5 mm-es szórással jellemezhető. A lézerszkenneres felmérés során a mérések elvégzése után a területre 360 fokos körben fényképeket készítettünk.

**BME Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rakpart. 1-3.*
E-mail: katalin.szocs@fmt.bme.hu
zoltan.kibedy@fmt.bme.hu

Ahhoz, hogy térben körüljárható modelleket kapjunk, több álláspontból végzett szkennelés és fényképezés szükséges. A mérések egyesítéséhez a mesterséges és természetes illesztőpontokon felül az átfedési területek – több álláspontból adódóan többször szkennelt részek – is felhasználhatók az álláspontok relatív tájékozási adatainak meghatározásához. Az átfedő pontfelhő-részletek kiegyenlítésével javítják az álláspontok összekapcsolásának merevségét és pontosságát, megakadályozva a modell elcsavarodását. A kiegyenlítésben résztvevő pontfelhők kezelhetősége érdekében a számítási eljárásban csak egy reprezentatív újramintavételezett rész szerepel, csökkentve a számítási igényt.

Habár a lézerszkennerre szerelhető fényképezőgép belső tájékozási adatai és rögzítési helye ismertek, a felmérés során minden egyes felszereléskor úgynevezett felhelyezési kalibrációt kell végezni, a felhelyezés pontosítása érdekében. A korrekciókkal ellátva a szkenner és a fényképezőgép koordinátarendszere átszámíthatóvá válik és minden egyes mért ponthoz további RGB színinformáció rendelhető (1. ábra). A kalibráció illetve az álláspontok során nagy fényvisszaverő képességű mesterséges illesztőpontokat használtunk fel, az úgynevezett reflektorokat. A térbeli kapcsoláshoz az 5cm-átmérőjű henger alakú, míg a fényképi illesztéshez az 5 cm átmérőjű kör lapokat használtunk fel. Az adatrögzítést, mérés vezérlését, valamint a kiegyenlítéseket a szkennerekhez tartozó vezérlő szoftver képes hatékonyan kezelni. Mivel a fényképezőgép belső tájékozási adatain kívül az objektív elrajzolási paraméterei mind ismertek, minden körülmény adott, mind az ortofotó készítéshez, valamint a textúrázáshoz. A tárgytér koordináta rendszere tetszőlegesen válaszható; mind a helyi, mind globális koordinátarendszerekbe való beillesztés problémája megoldható megfelelő számú illesztőpont alkalmazásával, esetleg a műszer tetejére szerelhető GPS antenna segítségével. A lézerszkennerek többsége nem alkalmas a hagyományos értelemben vett pontraállásra, a szkenner a helyzetét többnyire hátrametszéssel határozza meg.

A fent említett mérési és feldolgozási folyamatok – kamera felhelyezése és kalibrálása, képtorzulások kiküszöbölése, relatív és abszolút tájékozások meghatározása – valójában mind jelzik, hogy a lézerszkenneres felmérés alapelvei a fotogrammetria, illetve a lézeres távmérés főbb alapelvein nyugszanak. A fotogrammetriában már rég óta alkalmazott térbeli transzformációk (Luhman 2000), kollinearitási egyenletek (Kraus 1998), kamera kalibrációs és képtorzítási egyenletek (Conrady 1919 és Brown 1971) a lézerszkenneres adatfeldolgozás során is megállják helyüket. A hagyományos fotogrammetriai eljárásokkal szemben azonban lézerszkennelt adatok esetében a felületmodell előállításához nem szükséges a kiértékelő személy „térlátása”, a folytonos felület a pontfelhőből különböző típusú felszínmodellek formájában elkészíthetők. A feldolgozás során a felszínmodellhez a nagymennyiségű szkennelt adatot oly módon kell átalakítani, hogy az eredmény könnyen kezelhetővé váljon, de az objektum formai és méretbeli tulajdonságait is tükrözni tudja.



1. ábra. A lézerszkenner és a fényképezőgép koordinátarendszere

Elsőként a mért pontfelhő tisztítását kell végrehajtani. Méréseink során gyakran zavaró hatások lépnek fel, melyek az eredményt befolyásolhatják – sétáló emberek, forgalom, időjárás, növényzet stb. A mérés ezen kívül mérési hibával is terhelt, mely leginkább egy a mérést övező zajként jellemezhető. Ennek csökkentése átlagolással, vagy egyéb zajcsökkentő algoritmusokkal történhet. A felületmodell típusától függően szűrő, simító, tizedelő (decimáló) és élkereső algoritmusok használatával lehet egyszerűsíteni az óriási mennyiségű adathalmazt, így a felület görbületi tulajdonságai is megőrizhetők. Ha a felület többszörösen összetett, szintén célszerű lehet a részfelületekre bontás módszerét alkalmazni, így jelentős számítási időt lehet megtakarítani.

3 Az ortofotótól a textúrázott felületekig

Az adatnyerési technológiától függetlenül az ortofotó készítéshez elengedhetetlen az ismert külső és belső tájékozási adatokkal ellátott fényképek megléte, az objektív torzításainak ismerete és egy felszínmodell. A referencia sík megválasztásával és a kollinearitási egyenletek ismeretében az ortofotó leképzése megoldható. A felszínmodell részletessége nagyban befolyásolja az ortofotó pontosságát. Hiányos felszínmodell esetében kisebb nagyobb torzítások maradnak a képen. A felszínmodellek szerint a következő részekben kétfajta felületmodell-struktúrát vizsgálunk meg, amelyek az ortofotó készítéshez leginkább alkalmazhatók, ezek a háromszöghálós és a raszteres felületmodellek.

3.1 Raszteres felületmodell alkalmazása

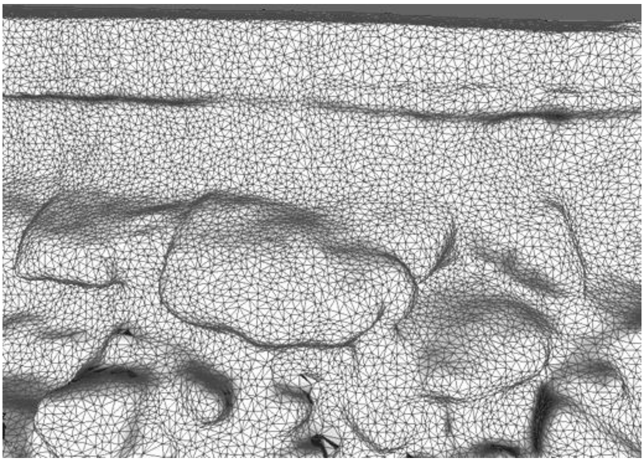
Az ortofotó készítéshez nélkülözhetetlen felszínmodell egyik leghatékonyabb formátuma a raszteres felszínmodell. Az adattárolási struktúra egyszerűen előállítható a mérésekből, könnyen kezelhető, valamint gyors ortofotó készítést és számítást tesz lehetővé. Ahogy a 2. ábrán látható, a kép a vetítési síknak választott referencia síkot osztja fel adott felbontású raszterelemekre. Az egyes pixelek a mélységi információkat tartalmazzák a referencia síkhoz viszonyítva. Képi megjelenítése során így a távolságok, mint intenzitásértékek kerülnek ábrázolásra. Jól látható, hogy a világosabb részek közelebbi, míg a sötétebb részek távolabbi pontokat jelölnek. A fekete értékek esetében nincs adat. Az adatmodell előnye, hogy formátumának köszönhetően a hagyományos képfeldolgozó algoritmusok alkalmazásával igényeinknek megfelelően módosíthatjuk, pl. lyukak foltozása, él-simítás, zajszűrés, maszkolás. A felszínmodell felbontása különböző módszerekkel tovább finomítható, pl. bilineáris interpolációval. Bár a felületmodell előállítása egyszerű, textúrázott felülethez előnyösebb a háromszöghálós felületmodell alkalmazása.

2. ábra. Raszteres felszínmodell képi ábrázolása

3.2 Háromszöghálós felületmodell alkalmazása

A pontfelhő háromszögelésére többfajta módszer terjedt el. A legtöbb megoldás a két dimenziós paraméteres háromszögelést részesíti előnyben az egyszerűbb számíthatóság miatt. Ennek a módszernek a hátránya, hogy a háromszögháló elemei közt igen gyakoriak a túl hegyes, csúcsos háromszöglapok, melyek az ideális alakot még csak meg sem közelítik, továbbá 2D nézetben egymás mellettinek látszó pontok nem minden esetben tekinthetők szomszédosnak a térben is, okozva ezzel kisebb-nagyobb hibákat a felületben. A háromszögelés során a felület minőségét részfelületekre osztással és a 2D referencia sík megválasztásával lehet befolyásolni.

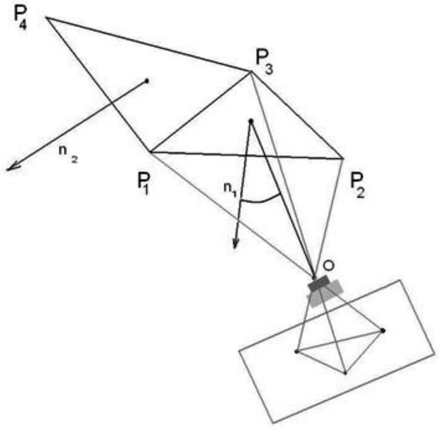
Bonyolult felületeknél jól bevált módszer a három dimenziós háromszögelések közül a három dimenziós térfogati háromszögelés, mivel a felület rendkívül jól optimalizálható a számítógépes igényeknek megfelelően valamely térfogatot kitöltő tesszelációs elem választásával. Ez a térbeli elem többnyire voxel, amely felhasználásával és különböző felületkitöltő algoritmusokkal a mérést terhelő zaj is simítható, illetve a háromszög modell is egyszerűsíthető (pl.: Marching Cubes, vagy Octree algoritmusok). Bár térbeli, rendezett és egységes háromszögháló kialakítása lényegesen több időt és számítást követel, a végeredmény alkalmas az egyes háromszöglapok textúrázására.



3. ábra. Háromszögelt felületmodell

3.3 Textúrázás

Mint ahogy már a fentiekben is utaltunk rá, a textúrázás folyamata hasonló folyamat az ortofotó készítéshez. A lényeges különbség, hogy ellentétben az ortofotóval – egy a felszínmodell mögött választott vetítési sík helyett – a fényképi színinformáció vetítése a háromszöghálós felületmodell egyes háromszög elemeire történik (4. ábra). A továbbiakban a fényképeket tekintsük torzításmentesnek, a korrekciók elvégzése miatt. A tájékozási adatok és a háromszögelem sarokponti koordinátáinak ismeretében a kollinearitási egyenletekkel egyértelműen meghatározható a felületelemre vetítendő fényképi részlet. A textúrázás számításához szükséges előre megszabni a felületelem fényképi felbontását, majd ennek ismeretében a fényképi részlet újramintavételezésével végrehajtható a vetítés. Minőségi szempontokból célszerű a maximálisan adható felbontást választani, mely megadásánál mérlegelendő, hogy az eredeti fényképek mekkora felbontást tesznek lehetővé, így elkerülhető a feleslegesen nagyméretű állományok létrehozása. A lézerszkenneres felmérések során elmondható, hogy habár a lézeres felmérések kisebb beesési szög esetében is kellő részletességet biztosítanak a felületről, addig a fényképi információk a szkennertől távolodva gyakran már nem elégségesek. A kisebb felbontású részekről pótlólagosan készített fényképfelvételek hátrametszésével és felhasználásával a probléma megoldható, hiszen a kamera kalibrált, valamint illesztőpont is rendkívül nagy számban áll rendelkezésünkre.

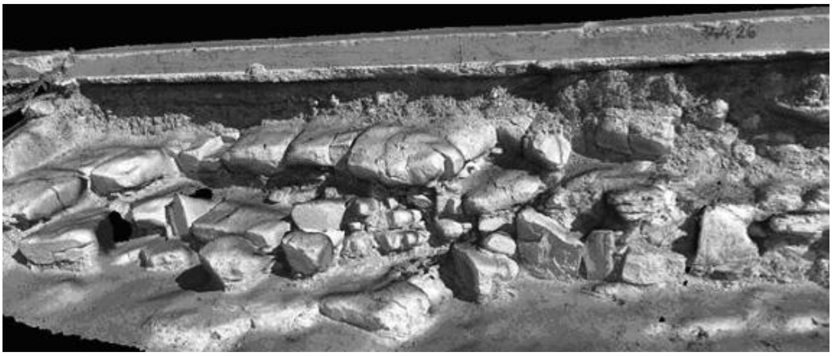


4. ábra. Textúrázás és a láthatósági vizsgálat alapelve

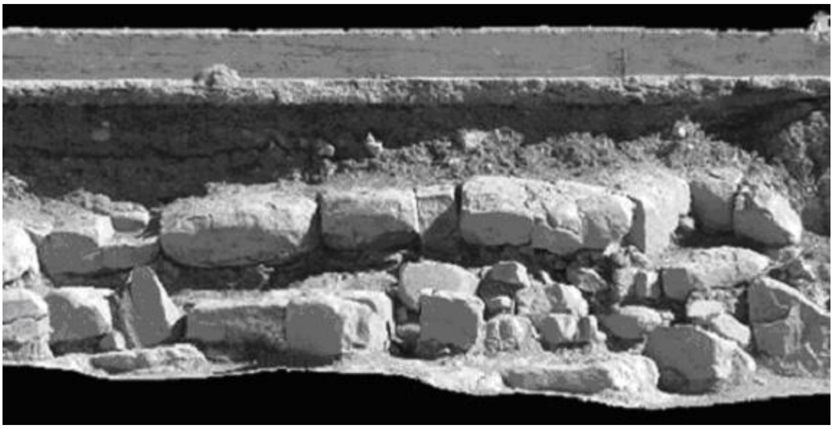
Ha a textúrázást csak egyetlen álláspontból végzett mérés felületmodelljére alkalmazzuk, nincs szükség láthatósági vizsgálatra, hiszen a lézeres felmérés során is csak azt tudjuk mérni, ami a fényképen látható. Általános esetben azonban több álláspont szükséges, így a textúrázáshoz azt is meg kell vizsgálni, hogy csak azok a felületek kerüljenek textúrázásra az adott felvételi helyről, melyek tényleg láthatók. (láthatósági vizsgálat, textúrázási algoritmus Grammatikopoulos et al. 2004 és 2005 szerint). Mivel egyazon felületrész több álláspontról is látható, így szükséges azt is eldönteni, hogy melyik fénykép alkalmasabb a textúrázáshoz. A különböző felvételi helyeken készült felvételek közül elsősorban a láthatóság alapján lehet eldönteni, melyik fényképek használata javasolt. A láthatósági vizsgálat végrehajtásához meg kell vizsgálni a háromszöglap normálisa és a felvételi centrumból kiinduló látósugárnak a bezárt szögét (4. ábra). Kis szög esetében a háromszöglap felszíne a fényképezőgép felé néz, míg közel 90 fokos szögnél a háromszöglap szinte alig látható. További lehetőség, ha a felszínmodell háromszögeleme helyett a fényképre visszavetített háromszöglap területe, illetve a háromszög területre bezárt színinformációkból számított súlyozott átlag alapján választunk (súlyozási séma és színkiegyenlítés lsd. Poulin et al. 1998, illetve Grün et al. 2001). Általános esetben mivel a felvételek különböző helyszíneken és megvilágítási viszonyok között készültek, a fényképi részletek egymás mellé kerülve eltérnek. Ennek kiküszöbölésére végezhető színkiegyenlítés álláspontonként, vagy akár képenként. A láthatósági vizsgálat, bár jelentősen megkönnyíti a munkánkat, és lehetővé teszi több állásponti mérések és fényképek együttes számítását, lényegesen több időbe telik, mint az álláspontonként elkülönítve végzett számítás. A színkiegyenlítés manuális, vetítés előtti elvégzésével jelentősen csökkenthető a számítási és utómunkálati idő, jobb minőségű végeredményt adva.

3.4 Textúrázott felületmodellek

A textúrázott felületek előállításának az egyik legfontosabb munkafolyamata, a folytonos felületmodell előállítása, hiszen a fényképi információ vetítése az egyes felületelemekre történik, így ha a felület nem folytonos, úgy a fényképi részletek is hiányozni fognak a szakadásos területeken. Az 5. ábrán látható a felület több álláspontból készült, de csak egy álláspont fényképei alapján textúrázott képe. A textúrázás során a fényképi adatokkal nem rendelkező felületelemek nem kerültek megjelenítésre, illetve fehér színűek maradtak. Az 5. ábra egy tetszőleges kétdimenziós nézetből mutatja a három dimenziós felületmodell képét. Általánosítva a fentieket elmondható, hogy minden 2 dimenziós ortogonális nézet a felületmodellről egy a képsíkkal párhuzamos referenciasíkú ortofotójának tekinthető, így ténylegesen igaznak bizonyult, hogy a textúrázással az ortofotó fogalma kiterjesztheőtő a térben a 3 dimenziónak köszönhetően. Tetszőleges referenciasík alkalmazására a gyakorlatban ritkán van szükség, az ortofotó készítése a felületet jellemző kitüntetett referenciasík felvételével történik (6. ábra), hiszen ezek hordozzák az objektumot jellemző főbb információkat, azonban a 2D-s adatok mellett gyakran a mélységbeli adatokra is szükség lehet.



5. ábra. Három dimenziós textúrázott felület tetszőleges nézetből



6. ábra. Ortofotó – a fal síkjára merőleges nézetből

Az ortofotó készítésen kívül a felületek textúrázásával további lehetőségek is adódnak. A mért pontok közti teret háromszögeléssel és a fényképi információkkal kitöltve lehetővé válik apróbb részletek feltérképezése, 3D-s vektorizált rajzok készítése, akár műemléki részletességű felmérések készítése, mely más módszerekkel belátható időn belül nem lenne lehetséges. A 3D birtoklásával gyakorlatilag elmondható az is, hogy nemcsak az összes 2D nézetet, de az összes 2D metszetet is ismerjük. Ezáltal az utólag felmerült igények esetében is lehetőség van elkészíteni a metszetrajzokat, nem szükséges azokat a mérés tervezésekor feltétlenül figyelembe venni.

4 Összefoglalás

Munkánk során megvizsgáltuk a földi lézerszkennerrel előállítható textúrázott felületeket, illetve ortofotókat. Az új technológia által lehetővé vált a valóság nagy részletességű feltérképezése, valamint számítógépes megjelenítése. A kész textúrázott felület kielégíti mind az általunk és a felhasználói rétegek által előírt esztétikai és pontossági követelményeket is. Felhasználásával előállítható a hagyományos geodéziai és fotogrammetriai dokumentáció összes szükséges terméke - a vektorizált rajzoktól az ortofotókig, hiszen maga a felület, mint késztermék hordoz minden szükséges információt. A vektoros rajzok készítése során, kisebb nagyobb időráfordítással elérjük, hogy az adatok egy részét elhagyjuk és csak a számunkra szakmailag fontosnak vélt részeket ábrázoljuk generalizáltan. A számítógépes adattárolás és hibái mellett el kell ismerni a nyomtatott dokumentációk létjogosultságát, bár felmerülhet bennünk a kérdés, hogy a továbbiakban is szükséges-e ezen dokumentációk minden formája, ha a virtuális helyszíneket egyszerűen hazavihetjük a számítógépünkben. A tudomány fejlődésével és a kutatási módszerek változásával a rajzi generalizálási és ábrázolási szempontjaink változhatnak. Lényegtelennek vélt adatok fontossá válhatnak, vagy egyszerűen csak más interpretáló személy másképp értelmezi a látottakat, de erre sokszor csak akkor van esélye, ha ismeri ugyanazokat a kiinduló adatokat. Ugyanígy elmondható, hogy az ortofotó készítése során elveszítjük a formákra jellemző mélységbeli adatokat. A textúrázott felületek alkalmazása a fent említett problémákra megoldást adhat. A termék széleskörű elterjedésének akadályát a szükséges közepes kapacitású számítástechnikai eszközök megléte jelenti, mely azonban előbb-utóbb a gépparkok fokozatos lecserélődésével mindenki számára elérhetővé válik.

Köszönetnyilvánítás. A szerzők szeretnének köszönetet mondani a piLINE Kft-nek a rendelkezésükre bocsátott jó minőségű 3D lézerszkennelt adatokért.

Hivatkozások

Brown DC (1971): Close-Range Camera Calibration, Photogrammetric Engineeering, 37, 855-866.

Conrady AE (1919): Decentered Lens-Systems, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 79, 384-390.

Grammatikopoulos L, Kalisperakis I, Karras G, Kokkinos, T, Petsa E (2004): On Automatic Orthoprojection and texture-mapping of 3D surface models , ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, Comm5. Istambul.

Grammatikopoulos L, Kalisperakis I, Karras G, Kokkinos T, Petsa E (2005): Automatic multi-image photo-texturing of 3D surface models obtained with laser scanning, CIPA 2005 XX International Symposium, Torino.

Grün A, Zhang L, Visnovcova J (2001): Automatic reconstruction and visualization of complex Buddha Tower of Bayon, Angkor, Cambodia. Proc.21. Wissenschaftlich-Technische Jahrestagung der DGPF. 289-301.

Kraus K (1998): Fotogrammetria, Tertia kiadó, Budapest.

Paulin P, Ouimet M, Frasson MC (1998): Interactively modeling with photogrametry. Proc. Eurographics Workshop on Rendering ’98, 93-104.

HIDROSZTATIKAI DŐLÉSMÉRŐK ELMÉLETE

Mentes Gyula[*]

Theory of hydrostatic tiltmeters – *Nowadays hydrostatic tiltmeters play an important role in the investigation of the deformation and movements of large industrial objects. The properties and the error sources of the hydrostatic tiltmeters should be known for a correct interpretation of the measured data. In this paper the functions describing the static and dynamic behaviour of hydrostatic tiltmeters are derived from their physical working principle. Since the temperature has a considerable effect on the accuracy of the instruments, the thermal influence is also investigated in detail.*

Keywords: hydrostatic tiltmeter, fluid level, differential pressure, differential equation, transfer function

Napjainkban a hidrosztatikai dőlésmérők fontos szerepet játszanak nagy ipari létesítmények deformáció és mozgásvizsgálatában. A mérési eredmények helyes interpretálása céljából ismerni kell a hidrosztatikai dőlésmérők tulajdonságait és hibaforrásait. Ebben a cikkben a hidrosztatikai dőlésmérők statikus és dinamikus tulajdonságait leíró függvényeket vezetjük le a műszerek fizikai működési elve alapján. Mivel a műszerek pontosságára nézve a hőmérséklet hatása jelentős, ezért a hőmérséklet hatását is részletesen elemezzük.

Kulcsszavak: hidrosztatikai dőlésmérő, folyadékszint, nyomáskülönbség, differenciálegyenlet, átviteli függvény

1 Bevezetés

A hidrosztatikai szintezés az egyik legrégibb geodéziai mérési módszer. Már az ókorban alkalmaztak folyadékhorizontot építmények alapsíkjának kitűzésére. A Kheopsz piramis építésénél, pl. sziklába vésett és vízzel telt horony szolgált az alap első kőrétegének iránysíkjaként. Az itt elért pontosságot mutatja, hogy a 400 egyiptomi könyök (kereken 230 m) oldalhosszúságú piramisnál az alap átlójában a magasságkülönbség csak 1.3 cm és egészen a csúcsig nem haladja meg a 2 cm-t.

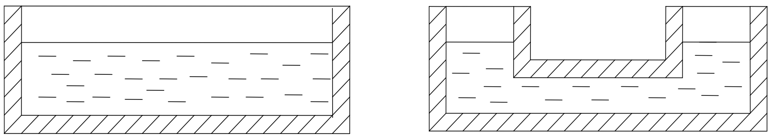
Napjainkban a geodéziában a hidrosztatikai műszereket szintezésre - az egyéb korszerűbb módszerek miatt - nem használják. Ezeket a műszereket inkább ipari létesítmények és azok környezetének folyamatos deformáció és mozgásvizsgálatára használják, mivel számos előnyös tulajdonsággal rendelkeznek. A hidrosztatikai szintezőket többnyire ipari objektumok dőlésének monitorozására alkalmazzák, ezért célszerűbb a hidrosztatikai dőlésmérő elnevezés. Ipari alkalmazásokon kívül, különleges felépítésű, pl. lézeres folyadékszint érzékelővel ellátott hidrosztatikai dőlésmérőket alkalmaznak, pl. a földi árapály regisztrálására is (Kääriäinen 1979).

A hidrosztatikai dőlésmérők működésének leírása és a mérési pontosságot befolyásoló hibahatások tárgyalása a szakirodalomban megtalálható (Thierbach 1979, Militzer et al. 1971, Dames 1989, Emter et al. 1989, Hurst és Bilham 1986, Agnew 1986, Meier és Ingesand 1996). Ezek a leírások nem egységesek, sőt ellentmondásokat tartalmaznak és különösen a hibahatások, főleg a hőmérséklet hatásának tárgyalása tekintetében nem alkalmazhatók korszerű, elektronikus mérőátalakítókkal felszerelt műszerek esetében. Ezért a hidrosztatikai dőlésmérők fejlesztésének és azok gyakorlati alkalmazásának – a zillertali völgyzárógát (Chmelina 1993) és az ybbsi vízierőmű épületének mozgásvizsgálata, valamint nyomáskülönbség mérésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérő kifejlesztése a tullni Duna-híd deformációjának folyamatos mérésére (Kuhn 1998) – tapasztalatai alapján szükségessé vált az elméleti működést leíró differenciálegyenletek továbbfejlesztése, amelyekből a gyakorlatban alkalmazható rendszerleíró függvények levezethetők. E tanulmány az alábbiakban a jelenleg elterjedt hidrosztatikai dőlésmérők működését és elméletét mutatja be.

[*]*MTA GGKI, 9400 Sopron, Csatkai u. 6-8.*
E-mail: mentes@ggki.hu

2 Hidrosztatikai dőlésmérők elve

A hidrosztatikai dőlésmérők működése azon alapszik, hogy a szabad folyadék felszíne mindig merőleges a helyi függővonalra (1a. ábra), ezáltal egy szintfelületet tűz ki, ha a nehézségi erőn kívül más erő nem hat rá. Ez akkor is érvényes, ha folyadékot tartalmazó edényeket csővel kötünk össze (1b. ábra). Ez utóbbi elv használható fel hidrosztatikai szintezésre és ezen az elven működnek a geodinamikában és az ipari létesítmények mozgásvizsgálatára használatos hosszúbázisú hidrosztatikai dőlésmérők és süllyedésmérők is.

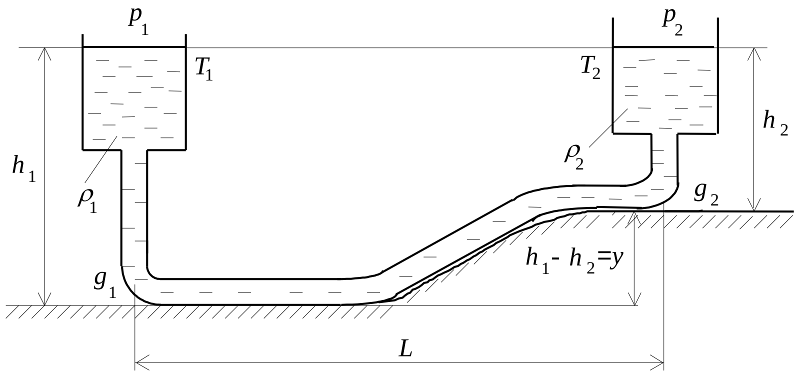


1. ábra. Hidrosztatikai dőlésmérők elve: folyadékhorizont (a), közlekedőedény (b)

A 2. ábra a közlekedőedények elvén alapuló hidrosztatikai szintezőműszer, ill. a hidrosztatikai dőlésmérő elvét mutatja. A két különböző helyen – egymástól néhány métertől, néhány száz méterig terjedő távolságban és különböző magasságban – lévő, folyadékkal töltött edényt cső köti össze, amelyben a folyadék szabadon áramolhat. Mérnökgeodéziai deformációméréseknél az edényekben a vízoszlopok h_1 és h_2 magassága közel azonos, eltérésük nem nagyobb egy méternél. Ez azt jelenti, hogy a mérőrendszerben előforduló nyomásértékektől és azok változásától nem függ a folyadék sűrűsége, továbbá, ha a műszer hőmérséklete állandó és ezért a folyadék sűrűsége sem változik, akkor a hidrosztatikai dőlésmérők működését a Bernoulli-egyenlet alábbi, egyszerű alakja írja le:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g_1 h_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g_2 (h_2 + y) + p_2 , \tag{1}$$

ahol ρ a folyadék sűrűsége, v a folyadék áramlási sebessége, h_1 és h_2 a folyadékoszlopok magassága, y az edényekhez tartozó vízoszlopok magasságkülönbsége, p_1 és p_2 a folyadékoszlopokra ható légnyomás és g a nehézségi gyorsulás.



2. ábra. A hidrosztatikai elven működő szintezés- ill. dőlésmérés elve

Szintezés, ill. süllyedésmérés esetében a folyadékoszlopok h_1 és h_2 magasságainak leolvasása a folyadék nyugalmi helyzetében történik, ezért a folyadék sebessége a mérésben nem játszik szerepet. Dőlésmérés esetében mind a geodinamikában és a környezeti mozgások vizsgálatánál, mind pedig a mérnökgeodéziai mérések (ipari létesítmények, épületek, hidak, gátak, stb. mozgásvizsgálata) esetében az edények függőleges irányú elmozdulása nagyon kicsi és a mozgások frekvenciája is nagyon alacsony, ezért a folyadék sebessége ezeknél a méréseknél is elhanyagolható ($v \cong 0$). A Bernoulli-egyenlet ekkor a következőképpen módosul:

$$\rho g_1 h_1 + p_1 = \rho g_2 (h_2 + y) + p_2 . \qquad (2)$$

A hidrosztatikai dőlésmérők elsődleges hibaforrásai a Bernoulli-egyenletből állapíthatók meg. Szintezéskor a feladat az $y = h_1 - h_2$ magasságkülönbség, dőlés- ill. süllyedésmérés esetében, pedig e különbség változásának a meghatározása. A (2) képletből látható, hogy h_1 és h_2 értéke függ az adott helyen a nehézségi gyorsulás és a folyadékoszlopra ható légnyomás értékétől, valamint az alkalmazott folyadék sűrűségétől, amely a hőmérséklet függvénye. Ez azt jelenti, hogy a folyadékfelszínek nincsenek azonos szintfelületen. Ezért a fenti paraméterek hatását a mérés kiértékelése során figyelembe kell venni vagy hatásukat a műszer kialakításával kell csökkenteni, ill. kiküszöbölni.

Korábban, amikor több kilométer hosszúságú csöveket használtak szintezésre, pl. szárazföld és sziget közti szintkülönbség meghatározására, a nehézségi gyorsulás különbözőségét nem lehetett figyelmen kívül hagyni. Ugyancsak gondolni kell a nehézségi gyorsulás hatására törésvonalak mozgásának megfigyelésére alkalmazott több 100 méteres – esetleg több kilométeres – csövek esetében is. Az ipari deformációmérési gyakorlatban szokásos néhányszor 10 m hosszúságú összekötő csöveknél a nehézségi gyorsulás értéke a mérési helyeken azonosnak tekinthető, ezért ez a hibahatás elhanyagolható.

A mérőhelyeken levő különböző légnyomás, ill. a légnyomásváltozás által okozott hiba a mérőedények légmentes lezárásával és az edényeket összekötő légnyomás-kiegyenlítő csővel küszöbölhető ki (3. ábra), ezért deformációmérő műszereknél – különösen különböző helyiségekben elhelyezett mérőedények esetében – a levegőcsövet mindenkor be kell építeni. Ekkor a (2) egyenletből a légnyomás kiesik.

A nehézségi gyorsulással és a sűrűséggel egyszerűsítve az edények referencia magasságainak különbsége az edényekben levő folyadékszintek különbségéből határozható meg:

$$y = h_1 - h_2 \qquad (3)$$

Sajnos a gyakorlatban a folyadék ρ sűrűsége a hőmérséklettől függ. A műszer különböző részei más-más hőmérsékleten lehetnek. A műszer mentén a hőmérséklet változásának mérése nagyszámú hőérzékelő beépítésével sem lenne tökéletesen megoldható, ezért a hidrosztatikai dőlésmérők igen nehezen kiküszöbölhető mérési hibáját az alkalmazott folyadék ρ sűrűségének hőmérséklettől való függése okozza. A hőmérsékleti hiba kiküszöbölésére általános módszer nincs. Minden mérési feladat esetében egyedi modellt kell kidolgozni a hőmérséklet által okozott mérési hibák csökkentésére.

A hidrosztatikai szintezőkben leggyakrabban alkalmazott folyadék a desztillált víz, azonban gyakran van szükség, különböző műtárgyak, ipari objektumok süllyedés és deformáció-vizsgálatánál a víz fagyáspontja (0 °C) alatti mérésekre. Ebben az esetben a víz fagyáspontját glykol hozzáadásával csökkenthetjük. Más folyadékok alkalmazása is lehetséges, pl.: higany, etilén, alkohol, stb. Ezek használatát speciális mérési feladatok, műszerkialakítási szempontok indokolhatják. A folyadék megválasztásának alapvető szempontja, hogy a működési hőmérséklettartományban folyadékként viselkedjen, ne legyen agresszív, azaz a műszer alkatrészeit – összekötő csöveket, mérőedényeket, folyadékszint-érzékelőket – ne károsítsa, továbbá ne párologjon erősen, mivel a folyadékban a buborékképződés mérési hibát okoz. A műszer összeszerelésénél is gondosan kell ügyelni arra, hogy az összekötő csövekben, ill. a műszer egyéb részeiben (edényekben, érzékelőkben, stb.) ne maradjanak buborékok, mivel azok a folyadék hidrosztatikai nyomásának változása esetén méreteiket változtatják. Emiatt a folyadékoszlop magasságának változása nem egyezik meg a mérőedény magasságának változásával, ami jelentős mérési hibát okozhat.

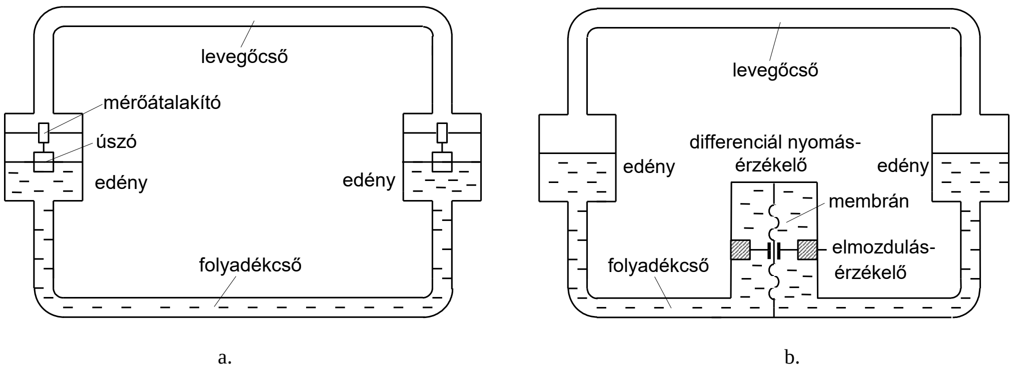
A hidrosztatikai dőlésmérők pontosságát a folyadék felületi feszültsége jelentősen befolyásolhatja. Skálás leolvasású műszerek esetében rontja a leolvasási pontosságot, úszós folyadékszint-érzékelés esetében, pedig gátolja az úszó szabad mozgását. Ezt a hibaforrást különösen a nagypontosságú – 0.1 mm-nél jobb felbontóképességű – műszerek alkalmazása, ill. tervezése során kell figyelembe vennünk. Hatása csak a konkrét műszer felépítésének ismeretében vehető figyelembe és pontos nagysága ekkor is csak méréssel (kalibrálással) határozható meg. A felületi feszültség hatása a műszer megfelelő konstrukciójával csökkenthető:

1. nagyátmérőjű mérőedények alkalmazása,
2. azonos átmérőjű mérőedények,
3. a folyadékszint-érzékelő úszó és a mérőedény fala közötti nagy távolság.

A felületi feszültség által okozott hiba nagyságát növeli:

1. a mérőedények, valamint az úszók (úszós érzékelő esetén) eltérő nedvesedése,
2. a folyadék felszínének, valamint a mérőedények és az úszó felületének elpiszkolódása.

Korszerű hidrosztatikai dőlésmérők esetében a folyadékszint mérése kétféle módon történik. Az első esetben közvetlenül mérjük az edényekben a folyadékszintet, míg a másik esetben a folyadékoszlop magasságát annak hidrosztatikai nyomásából határozzuk meg. Ennek megfelelően a hidrosztatikai dőlésmérők egyik része a közlekedőedények elvén működik (3a. ábra). A műszer két edényében a folyadékszintek magassága mindig akkora, hogy a folyadékoszlopok hidrosztatikai egyensúlyban legyenek. Ha az egyik edény magassága növekszik, akkor ebből addig áramlik folyadék a másik edénybe, amíg a hidrosztatikai egyensúly be nem áll. Az edények magasságának változása a folyadékszintnek az edényhez képesti méréséből határozható meg. A hidrosztatikai dőlésmérők másik csoportjában a folyadékoszlopok magassága a folyadékoszlopok hidrosztatikai nyomásának mérésével állapítható meg. A folyadékszintek különbsége, pedig közvetlenül a nyomáskülönbség méréséből számítható. A műszer elvét a 3b. ábra mutatja. A folyadék nem áramolhat szabadon a két edény között, mert a két edényt az összekötő csőben elhelyezett nyomásmérő membránja elválasztja egymástól. Ha a két edény magassága, azaz hidrosztatikai nyomása nem egyenlő, akkor a membrán rugalmas ereje egyenlíti ki azokat. A két rendszer működésének ez a különbözősége a frekvenciaátviteli tulajdonságokban nyilvánul meg a legszembetűnőbben. Mivel a folyadék áramlását az első rendszerben az összekötő cső ellenállása akadályozza, ezért a műszer felső határfrekvenciája lényegesen alacsonyabb, mint a nyomásmérős rendszeré, amelyben nincs folyadékáramlás és emiatt nincs áramlási veszteség sem.



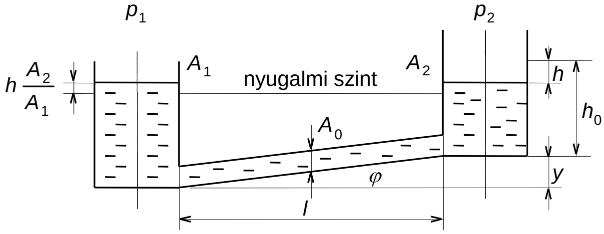
3. ábra. Folyadékszint érzékelésén (a) és folyadékoszlopok hidrosztatikai nyomáskülönbségének (b) mérésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérő

3 Hidrosztatikai dőlésmérők működésének matematikai leírása

A hidrosztatikai dőlésmérők jelenlegi alkalmazásai – ipari létesítmények deformáció és mozgásvizsgálata – során rendkívül fontos a műszer jelátviteli tulajdonságainak ismerete, amely a korábbi szintezési alkalmazások során nem volt lényeges. A jelátviteli tulajdonságokat megadó függvények a mérőműszer fizikai működését leíró differenciálegyenletből vezethetők le (Mentes 1989).

3.1 Folyadékszint érzékelésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérők

A dőlésmérő differenciálegyenletének felírása során a folyadék áramlását stacionáriusnak és laminárisnak, a folyadékot összenyomhatatlannak tételezzük fel, továbbá elhanyagoljuk a felületi feszültséget. Ez az egyszerűsítés a gyakorlati tapasztalatok alapján megtehető.



4. ábra. Folyadékszint érzékelésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérő

Legyen a 4. ábrán látható, adott méretű közlekedő edények alapján működő dőlésmérő A_2 keresztmetszetű edényének elmozdulása az l hosszúságú bázisvonalon történő φ dőlés következtében y. Ekkor az egyensúlyi folyadékszinthez képest az A_2 keresztmetszetű edényben a folyadék h értékkel süllyed, az A_1 keresztmetszetű edényben pedig a két edény keresztmetszetének arányában emelkedik, ha az edények felett a légnyomást azonosnak ($p_1 = p_2 = p$) tételezzük fel. A folyadék gyorsulása az A_2 keresztmetszetű edényben $\ddot{h}$, az összekötőcsőben $\frac{A_2}{A_0}\ddot{h}$, és az A_1 keresztmetszetű edényben pedig $\frac{A_2}{A_1}\ddot{h}$. A dőlésmérő különböző keresztmetszetű részeiben elmozduló tömegek és az adott keresztmetszetre átszámított folyadékgyorsulások szorzata:

$$\rho\left[h_0 A_1 \frac{A_2}{A_1}\ddot{h} + h_0 A_2 \ddot{h} + A_0 l \frac{A_2}{A_0}\ddot{h}\right] = \rho\left[2h_0 + l\right]A_2\ddot{h}\,. \tag{4}$$

A folyadék mozgását gerjesztő külső erő:

$$F = (y-h)A_2\rho g - \frac{A_2}{A_1}hA_2\rho g - \ddot{h}\frac{A_2}{A_0}lA_2\rho\,, \tag{5}$$

ahol az első két tag az A_2 keresztmetszetű edény felemelkedése miatt létrejött hidrosztatikai erő és a harmadik tag a vízszintes összekötőcsőben levő folyadék gyorsításához szükséges nyomáskülönbségből számított erő.

A keresztmetszet-változásoknál fellépő veszteségeket (pl. Borda-féle veszteség) reprezentáló erők, valamint a csővezetékek íveinél, könyökeinél fellépő impulzuserők a hidrosztatikai dőlésmérőkben a gyakorlatban előforduló kis áramlási sebességek miatt elhanyagolhatók. Továbbá elhanyagoljuk a felületi feszültségek hatását is. A folyadék mozgását korlátozó súrlódási erő az A_0 keresztmetszetű összekötő csőben, ha η a folyadék dinamikai viszkozitása (Budó 1968, Szabó 1973):

$$\frac{8\pi\eta l A_2^2}{A_0^2}\dot{h}\,, \tag{6}$$

ha ideálisan viszkózus folyadékot tételezünk fel és az összekötő csöveknél sokkal nagyobb keresztmetszetű edényekben keletkező veszteségeket elhanyagoljuk.

Az (5) kitérítő erőt egyenlővé téve a (4) tehetelenségi és a (6) súrlódási erővel, valamint az edények y magasságkülönbségét tartalmazó tagot kifejezve megkapjuk a dőlésmérő differenciálegyenletét:

$$\rho\left[2h_0 + l + \frac{A_2}{A_0} l\right] A_2 \ddot{h} + \frac{8\pi\eta l A_2^2}{A_0^2}\dot{h} + \left(1 + \frac{A_2}{A_1}\right) A_2 \rho g h = A_2 \rho g y \, . \tag{7}$$

A megvalósított hidrosztatikai dőlésmérők esetében az edények keresztmetszete megegyezik: $A_1 = A_2 = A$. Az y elmozdulást a gyakorlatban kicsi φ dőlésszöggel felírva: $y = \varphi\, l$, valamint a (7) egyenletben az egyszerűsítéseket elvégezve és $\ddot{h}$ együtthatójával végigosztva a differenciálegyenlet a következő alakú lesz:

$$\ddot{h} + \frac{8\pi\eta l A}{\rho A_0^2\left[2h_0 + \left(1 + \frac{A}{A_0}\right) l\right]}\dot{h} + \frac{2g}{2h_0 + \left(1 + \frac{A}{A_0}\right) l} h = \frac{g l}{2h_0 + \left(1 + \frac{A}{A_0}\right) l}\varphi \, , \tag{8}$$

ahol h a folyadék elmozdulása $\dot{h}$ a folyadék sebessége és $\ddot{h}$ = a folyadék gyorsulása az A keresztmetszetű edényben, ρ a folyadék sűrűsége, g a nehézségi gyorsulás, valamint η a folyadék dinamikai viszkozitása.

A (8) differenciálegyenletből kifejezhető a hidrosztatikai dőlésmérő statikus érzékenysége, ha a folyadékot nyugalomban levőnek vesszük ($\dot{h}$ =0 és $\ddot{h}$ =0):

$$E = \frac{h}{\varphi} = \frac{l}{2} \, . \tag{9}$$

A h együtthatója a folyadék sajátlengésének körfrekvenciáját adja meg (Mentes 1989)

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{2h_0 + \left(1 + \frac{A}{A_0}\right) l}} \, , \tag{10}$$

míg a dőlésmérő csillapítása a $\dot{h}$ együtthatójának a fele:

$$\beta = \frac{4\pi\eta l}{\rho A_0\left[2h_0 + \left(1 + \frac{A}{A_0}\right) l\right]} \, . \tag{11}$$

A (8) differenciálegyenletet

$$s^2 h(s) + 2s\beta h(s) + \omega_0^2 h(s) = \omega_0^2 \frac{l}{2}\varphi(s) \tag{12}$$

Laplace-transzformáltjából $s = j\omega$ helyettesítéssel megkapható a folyadékszint érzékelésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérő frekvenciaátviteli függvénye:

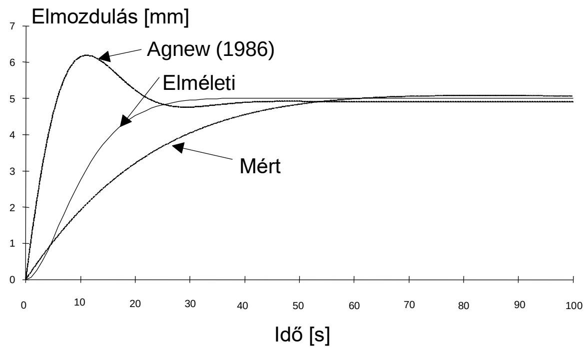
$$W(j\omega) = \frac{h(j\omega)}{\varphi(j\omega)} = \frac{l}{2}\frac{1}{1 + \frac{2\beta}{\omega_0} j \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \, . \tag{13}$$

A (12) egyenletből számítható (Mentes 1989, 1999) a hidrosztatikai dőlésmérő egységugrás bemenőjelere adott kimenőjele az ún. átmeneti függvénye:

$$v(t)=\frac{l}{2}\left[1-e^{-\beta t}\left(\cos\omega_\beta t+\frac{\beta}{\omega_\beta}\sin\omega_\beta t\right)\right], \tag{14}$$

ahol $\omega_\beta=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$.

Az átmeneti függvény mérése az alábbi módon végezhető el. A hidrosztatikai dőlésmérő egyik edényét egy adott értékkel hirtelen megemelve regisztráljuk a kimeneti jelet. Természetesen az emelés ideje nem nulla, de ez a gyakorlatban elhanyagolható hibát okoz a lassú beállási idejű műszerek esetében. A kapott görbéből a műszer összes paramétere a gyakorlati igényeknek megfelelően meghatározható, ezért az átmeneti függvény ismerete a hidrosztatikai dőlésmérő kalibrálása szempontjából nagyon fontos. Az 5. ábra egy 5 m hosszú, 1 cm csőátmérőjű és 10 cm edényátmérőjű hidrosztatikai dőlésmérő méréssel felvett és a (14) képlettel számított elméleti átmeneti függvényét mutatja. Az ábrában feltüntettük az Agnew (1986) által megadott differenciálegyenletből levezetett átmeneti függvényt is. Jól látható, hogy a (7) differenciálegyenlet a műszer működésének pontosabb leírását adja. A mért és elméleti görbék eltérése a differenciálegyenlet felírása során tett elhanyagolások, valamint a mérési hibák (pl. az emelés ideje nem nulla) miatt van. Az eltérés nem nagy, ezért a (7) differenciálegyenlet a gyakorlati igényeknek megfelelő pontossággal írja le a műszer működését. Az 5. ábrából az is látható, hogy a folyadékszint-érzékelésen alapuló műszerek gyors változások regisztrálására nem alkalmasak az igen hosszú beállási idő miatt, amely 100 méter hosszúságú csövek esetében elérheti a 20-30 percet is. Ezért ezeket a műszereket hosszúidejű deformációk mérésére célszerű alkalmazni, mivel – különösen az iparban mindenütt jelenlevő – „nagyfrekvenciás" zavaró jeleket, pl. híd deformációjának mérése esetében a forgalmi terhelések által okozott deformációkat kiszűri. Ezáltal zavartalanabbul vizsgálhatók, pl. a hőmérsékletváltozás miatt keletkező hosszúidejű deformációk.



5. ábra. Hidrosztatikai dőlésmérő átmeneti függvénye

3.2 Folyadékoszlopok hidrosztatikai nyomáskülönbségének mérésén alapuló dőlésmérők

A nyomáskülönbség mérésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérők (3b. ábra) működése alapvetően eltér a folyadékszint mérésén alapuló műszer működésétől, mivel a differenciál-nyomásmérő membránja a folyadék áramlását megakadályozza. A korszerű nyomásmérőkben a membrán felülete kicsi, elmozdulása a teljes mérési tartományban elhanyagolható, ezáltal a folyadék $\dot{h}$ sebessége és $\ddot{h}$ gyorsulása a gyakorlatban nullának vehető. A műszer működését a 6. ábra alapján érthetjük meg. Ha az egyik edény magasságát $h=y$ értékkel megváltoztatjuk, akkor

$$\Delta p=\rho g y \quad \text{ill.} \quad \Delta p=\rho g l\varphi \tag{15}$$

nyomásváltozás keletkezik, amely a folyadékban hangsebességgel terjed tova. Ezért a műszer dinamikus működését az egydimenziós hullámegyenlet segítségével írhatjuk le (Dames 1989):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial l^2} . \tag{16}$$

A folyadékban továbbterjedő nyomáshullám sebessége, ha elhanyagoljuk az összekötő cső hatását:

$$c = \sqrt{\frac{E_f}{\rho}} , \tag{17}$$

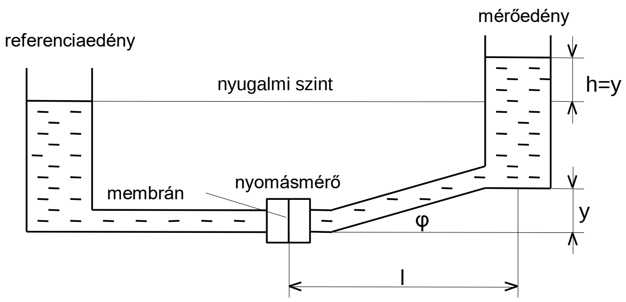
ahol ρ a folyadék sűrűsége és E_f a folyadék rugalmassági modulusa. Víz esetében a modulus $E_f \approx 2{,}1 \cdot 10^9 \ Pa$. Az összekötő cső hatása a geodéziai deformációmérési gyakorlatban elhanyagolható az igen kicsi nyomásváltozások miatt. Különleges mérési esetekben (nagy nyomásváltozással járó deformáció) a cső hatását is figyelembe kell venni! Ekkor E_f helyett az E_r redukált rugalmassági modulussal kell számolni, amely az alábbi képlettel (Lajos 2004) határozható meg:

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1}{E_f} + \frac{d}{\delta E_a} , \tag{18}$$

ahol d a cső átmérője, δ a cső falvastagsága és E_a a cső anyagának rugalmassági modulusa. Bonyolultabb esetekben, pl. a cső hosszirányú megfogása, vagy talajba ágyazása esetén (geodinamikai mérések) az E_r meghatározása bonyolultabb képlettel lehetséges (Halász et al. 2002).

A gyakorlatban a (16) egyenlet megoldására nincs szükség. A nyomáshullám folyadékbeli c sebességéből és a csőhosszból a terjedés ideje meghatározható. E műszerekkel az ipari létesítményeknél maximálisan fellépő, néhányszor 10 Hz frekvenciájú deformációk is vizsgálhatók. A gyakorlati tapasztalatok alapján (Kuhn 1998) a dinamikus beállási tulajdonságokat csak a nyomáskülönbségérzékelő és a hozzá csatlakozó elektronika határozza meg. A műszer átmeneti függvényét méréssel célszerű meghatározni. A műszer statikus érzékenységét a (15) összefüggések valamelyikéből határozhatjuk meg. Dőlésmérés esetén:

$$E = \frac{\Delta p}{\varphi} = g \rho l . \tag{19}$$

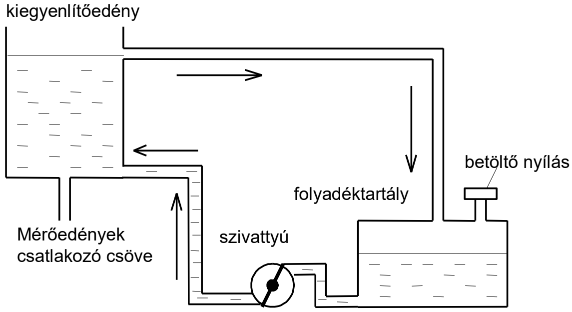


6. ábra. Nyomáskülönbség mérésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérő

A nyomáskülönbség mérésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérők legnagyobb előnye, hogy nagy magasságkülönbségű pontok egymáshoz viszonyított magasságváltozása is mérhető velük, mivel a nyomásmérő membránja miatt a folyadék az alacsonyabb edényen keresztül nem tud kifolyni a rendszerből. A fentiek alapján megállapítható, hogy a hidrosztatikai nyomáskülönbség mérésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérők alkalmazása ott célszerű, ahol gyors magasságváltozásokat (max. néhányszor 10 Hz) kell mérni, ill. a mérendő pontok magasságkülönbsége nagy, pl. hidak középső és szélső pontjai között. A hidrosztatikai nyomáskülönbség mérésén alapuló műszerekkel az ipari deformáció-méréseknél elérhető pontosság 0.1 mm (Kuhn 1998). Különleges esetekben, pl. a földi árapály regisztrálására ennél sokkal nagyobb pontosságú műszerek is készíthetők, ekkor azonban a regisztrálási hely megfelelő hőmérsékletstabilitásáról is gondoskodni kell.

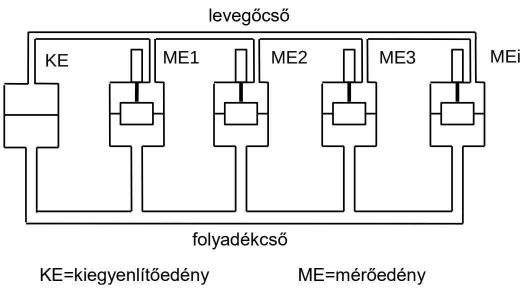
4 Hidrosztatikai mérőrendszerek

A gyakorlatban, pl. ipari létesítmények esetében gyakran merül fel olyan igény, hogy a létesítmény több pontjának magasságváltozását egyidejűleg kell megfigyelni. Ebben az esetben több mérőedényt kell alkalmazni egy rendszerben. A folyadékszint érzékelésén alapuló hidrosztatikai szintezők esetében mindenegyes pont magasságváltozása folyadékszint változást okoz az összes többi edényben is. Ekkor az adott pont magasságváltozásának meghatározása nehézségekbe ütközik, mivel nem lehet eldönteni, hogy melyik pont, ill. pontok magasságának megváltozása okozta egy adott edényben a folyadékszint megváltozását. Ezért többedényes rendszereknél mindig referenciaedényt kell alkalmazni, amelyet az adott objektum legstabilabb pontján kell elhelyezni. A folyadékszint érzékelésén alapuló hidrosztatikai szintezők esetében a referenciaedényt kiegyenlítő edénynek is nevezzük, amely túlfolyóval rendelkezik és a folyadék folyamatos utánpótlását egy szivattyú biztosítja (7. ábra).

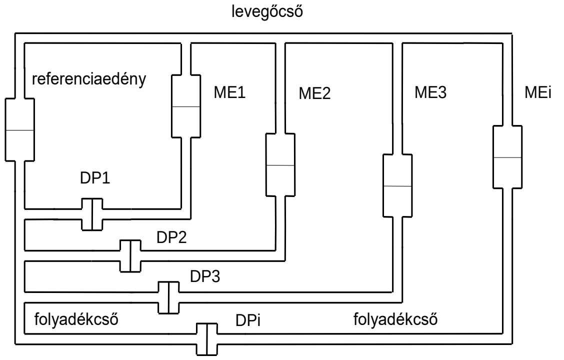


7. ábra. Kiegyenlítő-edény felépítése

A 8. ábra a folyadékszint érzékelésén alapuló hidrosztatikai szintezőrendszer, a 9. ábra, pedig a nyomáskülönbség mérésén alapuló mérőrendszer felépítését mutatja. A mérnökgeodéziában a folyadékszint mérésére induktív, ultrahang vagy CCD érzékelős mérőátalakítókat lehet alkalmazni, amelyek az edényekben elhelyezkedő úszók elmozdulását mérik az edényhez képest. Differenciál nyomásmérőként olyan érzékelők is kaphatók, amelyek egy igen széles nyomástartomány kis részében igen nagy felbontóképességgel képesek mérni. Ez a nagypontosságú tartomány a mérési tartományban tetszőleges helyre tolható. Ez lehetővé teszi, hogy a mérőedények között a magasságkülönbség – szemben a folyadékszint mérésén alapuló műszerekkel – igen nagy (1-10 m) lehet. Ezek a nyomásmérők közvetlenül számítógéppel vezérelhetők.



8. ábra. Több mérőedényből álló folyadékszint-érzékelésen alapuló hidrosztatikai mérőrendszer felépítése



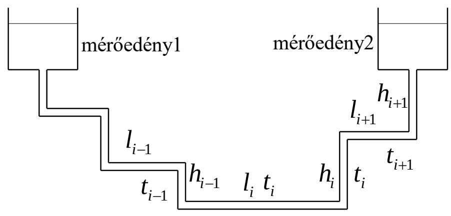
9. ábra. Több mérőedényből álló, folyadékoszlopok nyomáskülönbségének mérésén alapuló hidrosztatikai mérőrendszer. MEi = mérőedény, DPi = nyomáskülönbség érzékelő

5 Hidrosztatikai dőlésmérők hőmérsékletfüggésének kompenzálása

A hidrosztatikai dőlésmérők esetében a legnagyobb mérési hibát és egyúttal a legtöbb problémát a hőmérséklet megváltozása okozza. A hőmérsékletváltozás hatására egyidejűleg megváltozik a folyadék sűrűsége és térfogata is. Ez a kétféle hatás nem választható szét. Beavan és Bilham (1977) matematikailag részletesen tárgyalják a hőmérséklet hatását. A gyakorlati korrekciókhoz az általuk megadott formulák azonban nem alkalmasak, mert méréssel meghatározhatatlan kettős integrált tartalmaznak. Ezért a dőlésmérők megvalósítására olyan konstrukciót javasolnak, amely a hőmérséklet hatását csökkenti. Ugyancsak a hőmérsékleti hatások kompenzálására Huggett et al. (1976) két egymással termikus kontaktusban levő különálló dőlésmérőt javasoltak, amelyekben különböző folyadék van. A mérnökgeodéziában az eddigi megoldások közül egyik sem alkalmas a hőmérsékleti problémák megoldására, ezért mindkét hidrosztatikai dőlésmérő típusra olyan hőmérsékleti modellt kellett kifejleszteni, amellyel a gyakorlatban a hőmérséklet hatása megfelelő pontossággal kompenzálható. A modelleket kétedényes dőlésmérőkre mutatjuk be. Többedényes mérőrendszerek esetében az itt bemutatott elvek alkalmazhatók.

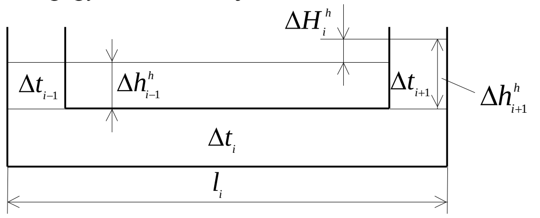
5.1 Folyadékszint érzékelésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérők hőmérsékleti modellje

A hőmérsékleti modellt az alapján állíthatjuk fel, hogy a műszer mentén a hőmérséklet változása a két edényben a folyadékszintek különbségének változását okozza és a folyadék mindig hidrosztatikai egyensúlyban van. A hőmérséklet eloszlása a műszer mentén nem ismert, a hőmérsékletet csak néhány pontban mérjük. A hőmérséklet az összekötő cső mentén folytonosan változik. Osszuk fel az összekötő csövet olyan szakaszokra, amelyekben a hőmérséklet a gyakorlatban megfelelő pontossággal azonosnak tételezhető fel és ismert (10. ábra).



10. ábra. A hidrosztatikai dőlésmérő összekötő csövének felosztása ismert t_i hőmérsékletű szakaszokra

Az egyes szakaszok vízszintes összetevője l_i hosszúságú, függőleges összetevője, pedig h_i magasságú. Az egyes vízszintes és függőleges szakaszokban külön-külön kiszámoljuk a hőmérsékletváltozás miatt az edényekben keletkező szintváltozásokat, majd ezeket összegezzük, hogy megkapjuk a teljes műszer mentén változó hőmérséklet miatt keletkező eredő szintváltozást, vagyis a hőmérsékleti hibát. Ehhez tételezzük fel, hogy az egyes részekben a hőmérséklet megváltozása Δt_i, a szomszédos szakaszokban, pedig: Δt_{i-1} és Δt_{i+1}. A folyadék termikus térfogatváltozása az l_i hosszúságú csőben Δh_{i-1}^h és Δh_{i+1}^h magasságváltozásokat okoz a vízszintes szakasz végeinél (a h felső index jelzi, hogy a vízszintes szakaszban történt hőtágulás miatti magasságváltozásról van szó). A 11. ábra az l_i hosszúságú vízszintes szakaszt mutatja a végeihez képzelt függőleges résszel, amelyekben a folyadékszint változás történik. Ezekben a képzelt függőleges csövekben a hőmérsékletváltozást a szomszédos szakaszokéval megegyezőnek tekintjük.



11. ábra. Az összekötő cső egy l_i hosszúságú vízszintes szakasza a hőmérsékleti hiba számításához

A folyadék térfogatváltozása:

$$\left(\Delta h_{i-1}^h + \Delta h_{i+1}^h\right) A_0 = A_0 l_i \alpha_F \Delta t_i \, , \tag{20}$$

ahol α_F a folyadék köbös hőtágulási együtthatója.
A kitágult folyadék hidrosztatikai egyensúlyban van, azaz:

$$\Delta h_{i-1}^h \left(\rho_i + \Delta\rho_{i-1}\right) = \Delta h_{i+1}^h \left(\rho_i + \Delta\rho_{i+1}\right). \tag{21}$$

Kifejezve a $\Delta\rho_{i-1}$ és $\Delta\rho_{i+1}$ sűrűségváltozásokat α_F, Δt_{i-1}, és Δt_{i+1} segítségével:

$$\Delta h_{i-1}^h \left(\rho_i - \rho_i \frac{\alpha_F \Delta t_{i-1}}{1 + \alpha_F \Delta t_{i-1}}\right) = \Delta h_{i+1}^h \left(\rho_i - \rho_i \frac{\alpha_F \Delta t_{i+1}}{1 + \alpha_F \Delta t_{i+1}}\right). \tag{22}$$

A (21) és (22) egyenletekből számíthatjuk a vízszintes csőszakaszokban történő térfogatváltozás miatti magasságváltozást:

$$\Delta H_h = \sum_{i=1}^{n} \left(\Delta h_{i+1}^h - \Delta h_{i-1}^h\right) = \sum_{i=1}^{n} l_i \alpha_F \Delta t_i \frac{\alpha_F \left(\Delta t_{i+1} - \Delta t_{i-1}\right)}{2 + \alpha_F \left(\Delta t_{i-1} + \Delta t_{i+1}\right)}. \tag{23}$$

A függőleges szakaszokban a folyadék a műszer legalacsonyabb pontjára vonatkoztatva mindig hidrosztatikai egyensúlyban van, mert a folyadékoszlopok magassága a sűrűségváltozással fordítottan arányos. Ha a legalacsonyabban fekvő ponttól balra p és tőle jobbra r függőleges oszlop van, akkor a hidrosztatikai egyensúly a következő összefüggéssel írható fel:

$$\Delta H_v = \alpha_F \left(\sum_{j=1}^{p} h_j^v \Delta t_j - \sum_{k=1}^{r} h_k^v \Delta t_k\right), \qquad p + r = n \, . \tag{24}$$

A képletben a v index jelzi, hogy a vertikális csőkomponensekben a hőtágulás miatt létrejövő magasságkülönbség-változásról van szó.

Az edényekben a különböző mértékű hőmérsékletváltozások okozta szintkülönbség-változás:

$$\Delta H_r = \alpha_F \left(h_{r2} \Delta t_{r2} - h_{r1} \Delta t_{r1}\right) \tag{25}$$

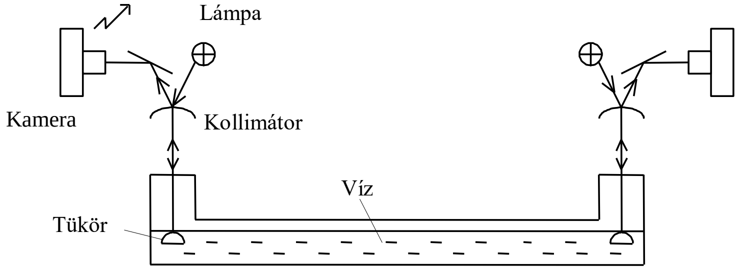
A (23), (24) és (25) képletekkel megadott magasságkülönbség-változások összege adja a folyadékszint érzékelésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérő hőmérsékleti hibáját. Mivel az összekötő csőben létrejövő folyadékszint változás is az edényekben jelentkezik, ezért az A_0 keresztmetszetű csőben létrejövő szintváltozást át kell számítani az A keresztmetszetű edényre. Az átszámítás figyelembevételével a hőmérsékleti hiba:

$$\Delta H_T = \alpha_F \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{A_0}{A} l_i \Delta t_i \frac{\alpha_F \left(\Delta t_{i+1} - \Delta t_{i-1} \right)}{2 + \alpha_F \left(\Delta t_{i-1} + \Delta t_{i+1} \right)} + \frac{A_0}{A} \left(\sum_{j=1}^{p} h_j^v \Delta t_j - \sum_{k=1}^{r} h_k^v \Delta t_k \right) + \left(h_{r2} \Delta t_{r2} - h_{r1} \Delta t_{r1} \right) \right). \quad (26)$$

Ebben az összefüggésben az összes mennyiség ismert, ill. a rendszeres időközönként mért hőmérsékletekből a hőmérsékletváltozások számíthatók és a hőmérséklet hatása kompenzálható. Ha figyelembe vesszük az összekötő cső α_T köbös hőtágulási együtthatóját is, akkor a (26) képletbe α_F helyett mindenütt $\alpha_F - \alpha_T$ -t kell írni. Ebben az esetben a függőleges oszlopokban a hidrosztatikai egyensúly számításához a (24) egyenlethez még hozzá kell venni az alábbi egyenletet is:

$$\sum_{j=1}^{p} h_j^v \rho_j = \sum_{k=1}^{r} h_k^v \rho_k \; . \quad (27)$$

A (24) és (27) egyenletekből a függőleges csövekben a hőmérséklet megváltozása miatt bekövetkező folyadékszint-változás nem fejezhető ki explicite, ezért ha az összekötő cső hőtágulása nem hanyagolható el, akkor más módon kell gondoskodni a hőmérséklet hatásának csökkentéséről. Ebben az esetben az összekötő csövet szigorúan vízszintes és függőleges darabokból kell összeállítani és a függőleges részeket, pl. kis hőtágulású kvarcüveg csövekből kell készíteni. Ezzel a megoldással elkerülhető a Huggett et al. (1976) által javasolt bonyolult kétfolyadékos rendszer. A hőmérsékleti hiba csökkentése érdekében a folyadékszint érzékelésén alapuló dőlésmérőknél a függőleges csövek hosszát minden estben minimalizálni kell, azaz az edényeket közel azonos magasságban kell elhelyezni. A mérőedények átmérőjét, pedig sokkal nagyobbra kell választani, mint az összekötő csőét. Az előbbinél is sokkal jobb hőmérsékletstabilitás érhető el, ha az összekötő cső nincs teljesen feltöltve, ahogyan azt a 12. ábra mutatja. Ebben az esetben a hidrosztatikai dőlésmérőnek teljesen vízszintesnek kell lennie. A műszer két végpontján mért folyadékszintek különbségét képezve a hőmérsékleti hiba kiesik, ha a műszer teljes hosszában azonos a hőmérséklet. A 12. ábrán látható műszert árapály regisztrálására használják. A folyadékszintek mérése interferométerekkel történik.

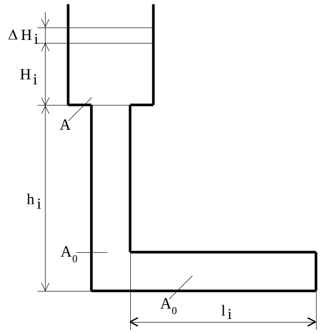


12. ábra. A Finnországban kifejlesztett, interferometrikus folyadékszint mérésen alapuló hidrosztatikai dőlésmérő (Kääriäinen 1979)

5.2 Nyomáskülönbség mérésén alapuló hidrosztatikai dőlésmérők hőmérsékleti modellje

A hőmérsékleti modell kidolgozásánál feltételezzük, hogy a differenciál nyomásmérő a műszer legalacsonyabb pontján helyezkedik el. Ez a gyakorlatban általában mindig így van. A hőmérsékletet az edényekben és az összekötő csövekben több helyen mérik, hasonlóan, mint a folyadékszint érzékelésén alapuló dőlésmérők esetében. A csövet a nyomásmérőtől balra m, attól jobbra, pedig n ismert és azonos hőmérsékletű szakaszra osztjuk. Minden részt felbontunk egy vízszintes és egy függőleges irányú összetevőre, ahogyan azt a 13. ábra mutatja. Az ábrába az $i.$-dik részhez berajzoltuk az edényt is, mivel a folyadék hőmérsékletváltozás miatti térfogatváltozása az edényben okoz folyadékszint emelkedést. A hőmérséklet hatását itt is külön számoljuk a vízszintes és függőleges csőszakaszokban. A hőmérsékleti hiba a folyadékszint változásának és a folyadék sűrűségének a függvénye:

$$\Delta p_T = \Delta p(\Delta H) + \Delta p(\Delta \rho) \tag{28}$$



13. ábra. Az összekötő cső felosztása azonos hőmérsékletű vízszintes és függőleges szakaszokra és a mérőedény

Az első lépésben elhanyagoljuk az edények és az összekötő csövek hőtágulását. A vízszintes szakaszban kitáguló folyadék is az edényben okoz folyadékszint változást, ezért azt a keresztmetszetek arányában át kell számolni az edényre. A vízszintes szakaszok által okozott nyomásváltozás:

$$\Delta p_h = \sum_{i=1}^{n} \frac{A_0}{A} l_i g \rho_i \alpha_F \Delta t_i \,. \tag{29}$$

A cső függőleges részeiben a hőmérsékletváltozás nem okozna nyomásváltozást, ha nem lenne edény. Ennek oka, hogy a folyadék kitágulásakor a csőben fennmarad a hidrosztatikai egyensúly, mivel a folyadékoszlop magasságnövekedését a csökkenő sűrűség ellensúlyozza. Edény esetén, mivel annak keresztmetszete sokkal nagyobb, mint az összekötő csőé a folyadékszint emelkedése kisebb, mint edény nélküli esetben, ezért az automatikus hőmérsékletkompenzáció nem áll fenn. Edényt azonban célszerű alkalmazni a folyadék párolgásából adódó hiba, valamint a vízszintes részekben történő hőmérsékleti hatások csökkentésére. Az összekötő cső függőleges részeiben okozott hőmérsékletváltozások miatt létrejövő nyomásváltozás:

$$\Delta p_v = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{A_0}{A} - 1 \right) h_i g \rho_i \alpha_F \Delta t_i \,, \tag{30}$$

A (29) és (30) összefüggések összegezésével megkapjuk a nyomásmérő egyik oldalán a hőmérsékletváltozás miatt bekövetkező nyomásváltozást. A másikoldali csövet m részre osztva, az előbbi esethez hasonlóan számíthatjuk a nyomásváltozást. A jobb és baloldali nyomásváltozások:

$$\Delta p_{Tj} = \Delta p_{vj} + \Delta p_{hj} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{A_0}{A} h_i + \frac{A_0}{A} l_i - h_i \right) g \rho_i \alpha_F \Delta t_i \,, \tag{31}$$

$$\Delta p_{Tb} = \Delta p_{vb} + \Delta p_{hb} = \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{A_0}{A} h_j + \frac{A_0}{A} l_j - h_j \right) g \rho_j \alpha_F \Delta t_j \,, \tag{32}$$

ahol A_0 az összekötő csövek, A az edények keresztmetszete, h_i a vertikális csőszakaszok, l_i a vízszintes csőszakaszok hossza, g a nehézségi gyorsulás, ρ a folyadék sűrűsége, α_F a folyadék köbös hőtágulási együtthatója és Δt_i a hőmérséklet megváltozása az összekötőcső i.-dik szakaszában.

A nyomáskülönbség változása (31) és (32) különbségéből számítható:

$$\Delta p_T = \Delta p_{Tj} - \Delta p_{Tb} \,. \tag{33}$$

Az összekötő cső anyagának hőtágulása figyelembe vehető, ha α_F helyébe $\alpha_F - \alpha_T$ -t írunk. A levezetés során az edények, ill. az edényekben levő folyadékok hőtágulását elhanyagoltuk, mivel itt a folyadékszint sokkal kisebb, mint az összekötő cső más függőleges szakaszainak a hossza, továbbá az edények állandó keresztmetszete miatt a hőmérsékletváltozás az edényekben nem okoz nyomásváltozást (növekvő folyadékoszlop magasság, csökkenő sűrűség).

A (31) és (32) összefüggésekben minden mennyiség ismert, ill. mérhető, ezért nincs szükség különleges és drága műszeres megoldásokra a hőmérsékleti hatás csökkentésére, ahogyan azt Beaven és Bilham (1977) javasolták.

6 Összefoglalás

A hidrosztatikai dőlésmérők egyes típusainak fizikai működését leíró összefüggések felvilágosítást adnak arról, hogy az egyes műszertípusok milyen feladatokra alkalmazhatók. Ezeknek a műszereknek az egyik előnye a mechanikai dőlésmérőkkel szemben a hosszú bázis, amely nagy dőlésérzékenységet biztosít ipari és környezeti deformációk mérése esetében. A nyomáskülönbség mérésével működő műszerek alkalmasak nagyfrekvenciás (néhányszor 10 Hz nagyságrendű) rezgések megfigyelésére is, míg a folyadékszint különbség mérésén alapuló műszerek nagy beállási idejük miatt zajos, ipari rezgéses környezetben is lehetővé teszik lassú dőlésváltozások nagypontosságú megfigyelését. A hidrosztatikus mérőrendszerek hátránya a hőmérsékletfüggés, amely csak egyedileg felállított termikus modell segítségével kompenzálható.

A levezetett összefüggések, amelyek – a vizsgálatok szerint – a gyakorlati igényeknek megfelelő pontossággal írják le a hidrosztatikai dőlésmérők működését, egyrészt megkönnyítik egy adott feladatra a megfelelő műszer kiválasztását, másrészt, pedig lehetővé teszik a műszerek paramétereinek laboratóriumi, vagy a mérés helyén történő meghatározását.

A hidrosztatikai dőlésmérők nemcsak az ipari és környezeti deformációk mérésére, hanem geodinamikai deformációk, pl. a földi árapály-jelenség (Emter et al. 1989, Kääriäinen 1979), vagy tektonikai mozgások (Hurst és Bilham 1986) regisztrálására is kiválóan alkalmasak, mivel érzékenységük a műszer hosszával arányos. Hosszú, állandó hőmérsékletű, földalatti vágatokban több száz méter hosszúságú műszerek is működtethetők.

Köszönetnyilvánítás. Ez a tanulmány a K046264 számú OTKA pályázat támogatásával készült.

Hivatkozások

Agnew DC (1986): Strainmeters and Tiltmeters. Reviews of Geophysics, 24, 579-624.

Beavan J, Bilham R (1977): Thermally Induced Errors in Fluid Tube Tiltmeters. Journal of Geophysical Research, 82; 36, 5699-5704.

Budó Á (1968): Kísérleti fizika I. Tankönyvkiadó, Budapest, 517.

Chmelina K (1993): Genauigkeitsuntersuchung des hydrostatischen Meßsystems von Interfels und Erprobung im Entwässerungsstollen der Talsperre Zillergründl. Diplomamunka, Institut für Landesvermessung und Ingenieurgeodäsie, Abteilung Ingenieurgeodäsie der Technischen Universität Wien.

Dames W (1989): Ein hydrostatisches Vielstellenmeßsystem mit veränderlichem Meßbereich für die kontinuierliche Überwachung von Höhenänderungen. Doktori disszertáció, Fakultät für Bergbau, Hüttenwesen und Geowissenschaften der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen.

Emter D, Zürn W, Mälzer H (1989): Underground Measurements at Tidal Sensitivity with a Long Baseline Differential Fluid Pressure Tiltmeter. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe B, Angewandte Geodäsie, Heft Nr. 288. Verlag der BAdW in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlages-Buchhandlung, München.

Halász G, Kristóf G, Kullmann L (2002): Áramlás csőhálózatokban. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 153.

Huggett GR, Slatter LE, Pavlis G (1976): Precision levelling with a two-fluid tiltmeter, Geophys. Res. Lett., 3, 754-756.

Hurst K, Bilham R (1986): Hydrostatic levels in precision geodesy and crustal deformation measurement. Journal of Geophysical Research, 91, 9202-9216.

Kääriäinen J (1979): Observing the earth tide with a long water-tube tiltmeter. Ann. Acad. Sci. Fenn. Helsinki.

Kuhn M (1998): Deformationsmessungen mit Differenzdruckaufnehmern an höhenmäßig gekrümmten Bauwerken. Doctor Dissertation, Institut für Landesvermessung und Ingenieurgeodäsie, Abteilung Ingenieurgeodäsie der Technischen Universität Wien, 76.

Lajos T (2004): Az áramlástan alapjai. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 600.

Meier E, Ingensand H (1996): Ein neuartiges hydrostatisches Meßsystem für permanente Deformationsmessungen. XII. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Graz, 9.-14. September. A8/1-A8/12.

Mentes Gy (1989): Determination of transfer functions of horizontal pendulums on the basis of laboratory measurements, Marees Terrestres Bulletin d'Informations, Bruxelles, 104, 7319-7329.

Mentes Gy (1997): Folyamatos mérési módszerek geodinamikai, környezeti és ipari deformációk megfigyelésére. MTA doktori értekezés, Sopron (Magyar Tudományos Akadémia), 173.

Mentes Gy (1999): Hydrostatic Tiltmeters in Local Geodynamical Measurements. Acta Geod. Geoph. Hung, 34; 1-2, 67-79.

Militzer H, Hiller G, Burghardt G (1971): Schlauchwaage, Theorie und Methodik moderner Hydrostatischer Nivellements. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig.

Szabó I (1973): Áramlástan, Műszaki hőtan. BME egyetemi jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, 247.

Thierbach H (1979): Hydrostatische Meßsysteme. H. Wichmann Verlag, Karlsruhe.

NÉHÁNY HAZAI RENGÉS HIPOCENTRUM-MEGHATÁROZÁSÁNAK PONTOSÍTÁSA A PANNON-MEDENCÉBEN TALÁLHATÓ VASTAG ÜLEDÉKES RÉTEGEK SPECIÁLIS SEBESSÉGVISZONYAINAK FIGYELEMBEVÉTELÉVEL

*Gribovszki Katalin**

Hypocenter relocation of some different earthquakes occurred in Hungary taking into consideration the special velocity model of deep sediments situated in the Pannonian Basin *– This paper shows the relocation of the earthquakes occurred on 29th September 1996 at the surroundings of Füzesgyarmat village, on 17th June 1997 at the surroundings of Csorvás village and on 11th February 2002 Mezőnyárád village. For the relocation calculations the HYPOINVERSE-2000 (Klein 2002) program was used. This program can take into account both the special velocity structure of deep sedimentary basins and the general crustal velocity model of the Pannonian Basin. The results of the calculations show that the macroseismic and the calculated microseismic epicenters have come closer to each other.*

Keywords: hypocenter relocation, HYPOINVERSE-2000

A cikk 1996. szeptember 29-én Füzesgyarmat környezetében, 1997. június 17-én Csorvás közelében és 2002. február 11-én Mezőnyárád epicentrummal keletkezett rengések műszeres regisztrátumokból meghatározott hipocentrumainak pontosításáról számol be. A hipocentrum-relokalizációhoz a HYPOINVERSE-2000 programot használtam fel. A Magyarországi Földrengések Évkönyveiben használt HYPO-71 programmal szemben a HYPOINVERSE-2000 képes figyelembe venni az általánosan az ország területére alkalmazott kéregsebesség-értékek mellett a harmadidőszaki-medencealjzat feletti mély, üledékes medencék speciális sebességviszonyait is. A számítások eredményei azt mutatják, hogy a makroszeizmikusan meghatározott epicentrumok és a műszeres regisztrátumok alapján kiszámított hipocentrumok felszíni vetületei közeledtek egymáshoz.

Kulcsszavak: hipocentrum-meghatározás, HYPOINVERSE-2000

1 Bevezetés

1995-től kezdődően 10 db új, rövidperiódusú szeizmográffal felszerelt állomásból álló Paksi Mikroszeizmikus Megfigyelőhálózattal (PMMH) bővült a hazai, korábban 3-4 állomást tartalmazó, szeizmológiai hálózat. Az új, kibővített hálózat létrejöttének eredményeképpen az ország középső területén korábban soha nem látott pontossággal lehet a kis magnitúdójú rengések helyét meghatározni. Az új hálózat segítségével az egész ország területére vonatkozóan is javult a hipocentrumok helymeghatározása. Továbbra is voltak azonban olyan események, legfőképpen a hazai hálózat peremterületein, amikor a műszeres regisztrátumok alapján automatikusan számított helymeghatározás némi korrekcióra szorult.

A Magyarországi Földrengések Évkönyvei (Tóth et al. 1996 – 2005) (továbbiakban MFÉ) tartalmazzák a műszeres regisztrálás eredményeit, az azokból számított fészekparamétereket, és a lakosság által is érzékelt rengéseknél a makroszeizmikusan meghatározott epicentrumokat is. (A műszeres regisztrátumok alapján kiszámított hipocentrumok felszíni vetületeit a továbbiakban mikroszeizmikus epicentrumoknak nevezem.) Néhány esetben előfordult, hogy a műszeresen meghatározott fészek felszíni vetülete több 10 km-rel eltért a makroszeizmikus epicentrum helyétől. Ennek okai a következőkkel magyarázhatók.

A különböző állomások P és S hullámbeérkezési idejéből számított HYPO-71 programmal végzett fészekparaméter-meghatározások, amelyeket a Magyarországi Földrengések Évkönyveiben

*MTA GGKI, 9400 Sopron, Csatkai u. 6-8.
E-mail: kgribovs@ggki.hu*

közreadott számításoknál alkalmaznak, túlságosan általános, laterálisan homogén kéregsebesség-modellt használ fel az ország teljes területére, amely nem veszi figyelembe a Pannon-medencében található mély medencék üledékeinek ettől a modelltől való jelentős mértékű eltérését. Különös tekintettel jönnek itt szóba azokon az állomásokon tapasztalt hullám-beérkezési értékek, amelyek alatt vastag üledékrétegek találhatók. Az üledékkel töltött, kisebb *Vp* sebességgel jellemezhető, néhány km mély medencék felett lévő szeizmológiai állomások esetén szükséges lenne a beérkezési idők korrekciójának alkalmazása. Ezekben az esetekben a rengések lokalizálására felhasznált általános felső kéregmodell (0-20 km mélységig Vp = 5.6 km/s) már nem megfelelő, hiszen a földrengéshullámok által harántolt rétegek a laza medencében nem ekkora sebességgel, hanem megközelítőleg 3.4 km/s-os — sőt akár ennél kisebb — átlagsebességgel haladnak (Mészáros és Zilahi-Sebess 1998, 1999, 2001). Különösen a közeli, kis fészekmélységű földrengések esetén a rugalmas hullámok terjedési sebessége akár az egész hullámút során nem haladja meg a 3-4 km/s értéket. Egy 10 km-es hullámúton a valós és a modellbeli *Pg* hullámnak az időkülönbsége (10/5.6 = 1.79 s; 10/3.4 = 2.86 s) akár 1.1 s is lehet, ami 5-6 km-es hibát okozhat a rengések lokalizálásában. A pontos helymeghatározáshoz tehát ismerni és alkalmazni kellene minden mély, üledékes medence esetén az ott jellemző, speciális sebességviszonyokat.

A makroszeizmikus és mikroszeizmikus epicentrum-meghatározás különbsége adódhat abból is, hogy a rengést csak egy irányban elhelyezkedő, távoli állomások érzékelik esetleg csak pontatlanul megállapítható beérkezési időpontokkal. Erre mutatnak példát a 2002. és 2003. évi északkelet-magyarországi rengések, melyek esetében a rengéseket nem regisztrálták közeli állomások, és az állomások a rengésektől nyugati irányban helyezkedtek el. Ezeknek a rengéseknek a helymeghatározásánál minden esetben több, mint 15 km távolságra estek a mikroszeizmikus és a makroszeizmikus epicentrumok egymástól, annak ellenére, hogy a mikroszeizmikus meghatározások hibái nem voltak elfogadhatatlanul nagyok. Ilyen esetekben feltehető a kérdés, hogy a kétféle (makro- és mikro-) helymeghatározásban adódó eltérés valóban csak annak a következménye, hogy a legjobban megrázott terület nem esik minden esetben a hipocentrum fölé (helyi laza üledék hatása miatt)? Vagy a mikroszeizmikus helymeghatározás valamilyen oknál fogva nem tükrözi, — vagy az alkalmazott modellparaméterek és az állomáshálózat geometriája miatt nem is tükrözheti — kellőképpen a hipocentrum valós helyét?

Természetesen nem szabad figyelmen kívül hagynunk azt a tényt sem, hogy a makroszeizmikus módszerrel meghatározott epicentrumok helye, a módszer hibáiból adódóan, nem minden esetben megbízható. A meghízhatóság többek között nagymértékben függ a beérkezett, rendelkezésre álló földrengéskérdőívek számától.

Mindezekből következően különösen az ország keleti, észak-keleti felében továbbá a mély üledékes medencéink felett kipattanó rengések esetén szükséges, hogy a helymeghatározásoknál laterálisan heterogén kéregsebesség-modellt alkalmazzunk. Laterálisan heterogén modellel történő számításokra alkalmas a HYPOINVERSE-2000 program (Klein 2002), ezt használtam a rengések helymeghatározásának pontosításához.

A cikkben 4 különböző esemény esetén fogom részletesen bemutatni a számításokat, az alkalmazott kéregmodellt és az eredményeket. A rengések a következők voltak: Füzesgyarmat, 1996. szeptember 29.; Csorvás, 1997. június 17. (2 db) és Mezőnyárád, 2002. február 11. .

2 Füzesgyarmat, 1996. szeptember 29.

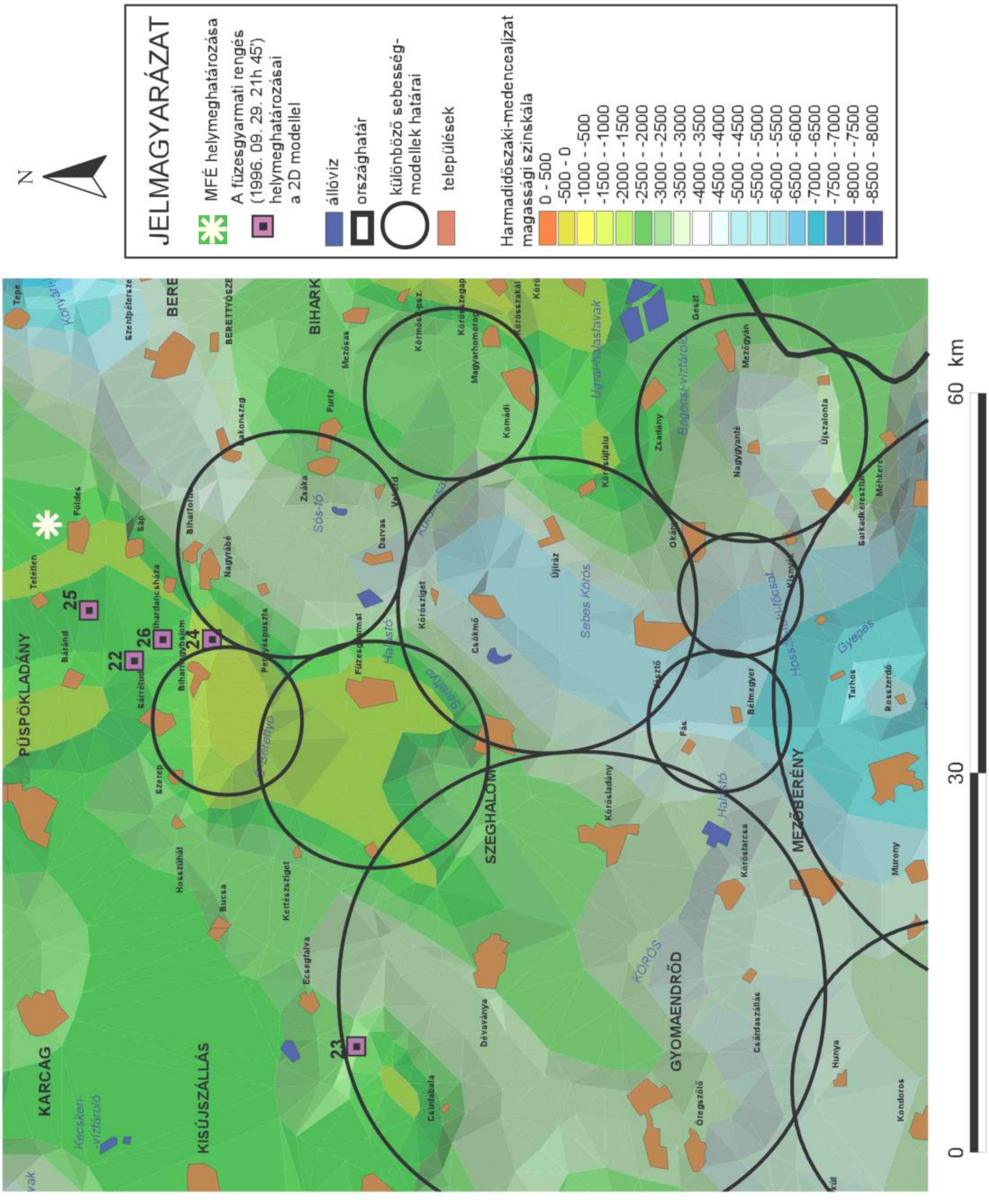
Füzesgyarmat környezetében 1996. szeptember 29-én és 30-án a MFÉ szerint 7 különböző rengést regisztráltak a szeizmológiai hálózattal, melyek közül a 29-én 21h 45’-kor kipattant rengést (1. ábra) a lakosság is érezte.

A MFÉ-ben található mikroszeizmikus helymeghatározások hibái mind a 7 rengésnél nagyok voltak, ebből következőleg bizonytalannak tekinthetők a műszeres helymeghatározások eredményei.

Feltételezhetően közel egy fészekből pattantak ki a rengések. A feltételezést arra alapozom, hogy a közeli GYL (Gyula) állomáson a P és S hullámok beérkezési időkülönbségei mindegyik rengésnél néhány tizedmásodperces eltéréssel azonos értékeket mutatnak.

A makroszeizmikus eredményekből — a rengést sehol máshol nem érezték csak Füzesgyarmaton — feltételezhető, hogy a hipocentrum igen sekély mélységben Füzesgyarmat környezetében lehetett.

A rengések valószínűleg indukáltak. Ismert, hogy a közelben több millió m^3 kőolajat bányásztak ki. Érdekes megfigyelés az is, hogy a helyi lakosok által is érzett rengés keletkezése után a Szeizmológiai Főosztály munkatársai a műszerekkel kivonultak a helyszínre, hogy a rengések pontos helyét bemérjék. A helyszínre érkezést követően a rengések megszűntek (Szeidovitz Győző személyes közlése alapján).



1. ábra. A füzesgyarmati 1996. 09. 29. 21h 45'-kor keletkezett rengés helymeghatározásai

Mivel a makroszeizmikus és a mikroszeizmikus epicentrum-helymeghatározásokban 20 km körüli különbségek mutatkoznak, ezért érdemesnek tartottam a mikroszeizmikus helymeghatározást elvégezni a HYPOINVERSE-2000 program felhasználásával is.

Az üledéksebességet is figyelembe vevő modellek geometriája látható az 1. ábrán. A modell elkészítéséhez a következő adatokat használtam fel:

A sebességmodellek felső 2000 m-ében az 1507, 1501 és az 1804-es számú fúrásokban (Szabó és Páncsics 1994) mért intervallum-sebességértékekből számított átlagsebességeket használtam fel. A modellek 3000 és 4000 m közötti sebességének megállapításához Szabó és Páncsics (1994) „Medenceüledékek karotázs mérésekből származó sűrűség és sebességadatai a Pannon-medencében" című táblázatának adott mélységre vonatkozó értékeiből számított átlagsebességet használtam. 4000 és 6000 m között pedig ugyanezen táblázatból készített regressziós egyenesből számított 4000 és 6000 m közé eső sebességek átlagértékeit alkalmaztam. A GYL állomás alatt található kéregmodell mélység – *Vp* adatait mutatja be a 1. táblázat.

1. táblázat. A GYL állomás alatt található kéregmodell mélység - *Vp* adatai

mélység (m)	*Vp* (km/s)
0 – 1 000	2.0
1 000 – 2 000	3.0
2 000 – 3 000	3.8
3 000 – 4 000	4.9
4 000 – 5 000	5.1
5 000 – 6 000	5.3
6 000 – 20 000	5.6
20 000 – 31 000	6.57
31 000 –	8.02

Az 1. ábrán látható körlap geometriával jellemzett, az alapkőzettől eltérő sebességű modellek sebesség-mélység függvényei az 1. táblázatban közölt modell adataival azonosak egészen az adott körlap közepén található harmadidőszaki-medencealjzat mélységéig, utána 6000 m-ig 5.3 km/s, majd az alkalmazott kéregsebesség-modell azonos a MFÉ-ben alkalmazott modell értékeivel (Mónus 1995). A számítások során mindegyik az alapkőzettől eltérő, körlap geometriával jellemzett sebességmodell köré 5, 3, vagy 1 km szélességű átmeneti bufferzónát képeztem, amely átmeneti bufferzónában a program a két, helyileg szomszédos modell illetve az általános alapkőzet-modell sebességértékeinek átlagával számol.

Az 1996. 09. 29. 21h 45'-kor keletkezett rengés HYPOINVERSE-2000 programmal és különböző számítási paraméterek alkalmazásával végzett helymeghatározási eredményei a 1. ábrán láthatóak. A számítások számszerű epicentrum-eredményeit és hibáit a 2. táblázat tartalmazza, az egyes futtatások paraméter-beállításait és az oszloprövidítések jelentéseit a táblázat alatti bekezdésben közlöm. Összehasonlításképpen a táblázat legalsó sorában szerepeltetem a MFÉ helymeghatározásának paramétereit is. (A MFÉ-eiben szereplő helymeghatározásoknál az S hullámbeérkezéseket is felhasználják, és alkalmazzák a 100 és 350 km közötti, távolsággal lineárisan csökkenő súlyozást is [Mónus Péter személyes közlése alapján].)

A 2. táblázat adatai alapján megállapítható, hogy a HYPOINVERSE-2000 programmal végzett futtatások hibái (RMS, ERH, ERZ) – kivéve a 23. futtatás eredményét – a MFÉ-ben szereplőkhöz képest javultak. A MFÉ meghatározásaihoz képest a HYPOINVERSE-zel meghatározott epicentrumok a makroszeizmikus megfigyelésekhez közeledtek 7-15 km-t, azaz a makro- és mikroszeizmikus helymeghatározás közötti korábbi 26 km-es különbség 11-19 km-re csökkent.

Érdemes megemlíteni azt, hogy 2000. 03. 02-án is keletkezett egy rengés Füzesgyarmat térségében, melynek helyét a makroszeizmikus adatok alapján Füzesgyarmat és Biharnagybajom közé lehetne megállapítani. Ez az eredmény jó egyezést mutat az 1996-os füzesgyarmati rengések HYPOINVERSE-zel meghatározott helyével.

2. táblázat. A HYPOINVERSE-2000-rel végzett programfuttatások eredményei a füzesgyarmati 1996. 09. 29. 21h 45'-kor keletkezett rengésre vonatkozóan

Sorszám	ϕ (°□□ ')	λ (° □□')	mélység (km)	RMS	ERH (km)	ERZ (km)
22.	47 15	21 15	0.59	0.74	5.10	1.7
23.	47 07	20 53	0.02	3.40	9.40	3.8
24.	47 12	21 16	11.30	0.32	8.89	7.6
25.	47 16	21 18	2.30	0.74	4.60	4.5
26.	47 14	21 16	2.03	0.66	4.60	5.0
MFÉ	47 18	21 23	2.00	1.86	15.0	12.3

RMS (root mean square error of time residuals in seconds): a földrengéshullámok beérkezési és a számított futási időinek különbségeiből képzett négyzetes középhiba másodpercben; ERH: az epicentrum-meghatározás horizontális középhibája; ERZ: az epicentrum-meghatározás vertikális középhibája vagy másképpen a fészekmélység-meghatározás középhibája.

22.: A beérkezési adatokat úgy súlyoztam, hogy az emergent beérkezések 0.5 súllyal szerepeltek. Emergent beérkezéseknek nevezzük azokat a hullám beérkezéseket, amelyek nem rendelkeznek határozott, hirtelen csúccsal.

23.: A beérkezési adatokat a távolság szerint súlyoztam 80 km-től 200 km-ig található állomásokra vonatkozóan a távolság növekedésével Gauss görbe szerint csökkenő súlyokkal.

24.: A beérkezési adatokat úgy súlyoztam, hogy az emergent beérkezések 0.5 súllyal szerepeltek, és a távolság szerinti súlyozást is alkalmaztam, amelyet a 80 km-től 200 km-ig található állomásokra vonatkozóan állítottam be a távolság növekedésével Gauss görbe szerint csökkenő súlyokkal.

25.: A beérkezési adatokat úgy súlyoztam, hogy az emergent beérkezések 0.5 súllyal szerepeltek, és távolság szerinti súlyozást is alkalmaztam, amelyet a 100 km-től 350 km-ig található állomásokra vonatkozóan állítottam be (a távolság növekedésével Gauss görbe szerint csökkenő súlyokkal), továbbá a nagy reziduálú (1<rez) beérkezéseket csak 0.2 súllyal vettem figyelembe.

26.: A számítás beállítási paraméterei azonosak az előzőével kivéve, hogy a GYL emergent S hullámbeérkezése is teljes súllyal (1) szerepel.

3 Csorvás, 1997. június 17.

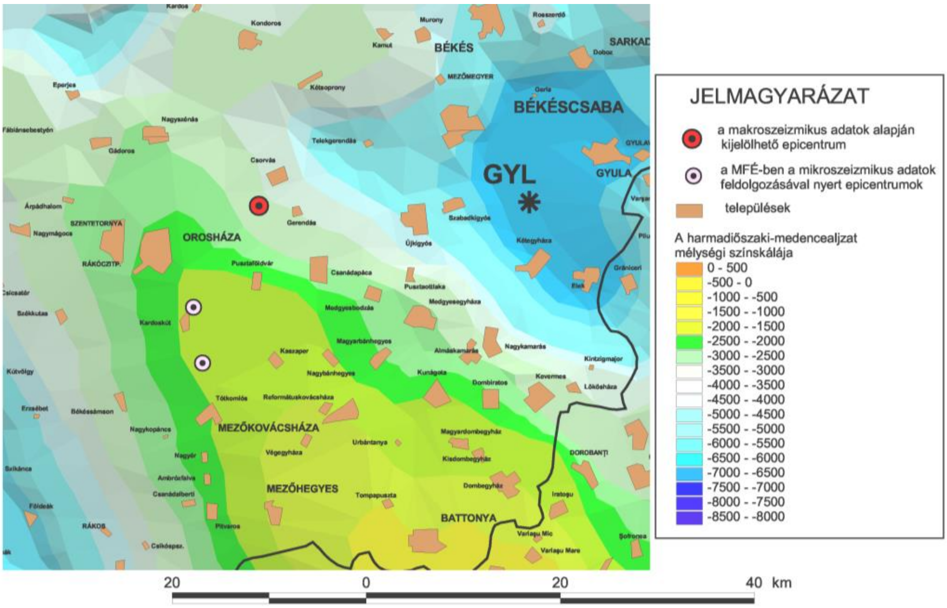
Ezen a napon két különböző rengést regisztráltak, amelyeknél a mikroszeizmikus meghatározás leírásában a rengés helyeként Csorvás település szerepelt epicentrumként. A rengések közül az elsőt a lakosság is érezte. A makroszeizmikus jelentések szerint három szomszédos településen (Csorvás, Gerendás és Orosháza) lehetett érezni a rengést, illetve létezik néhány az előzőeknek ellentmondó adat is, mely szerint Békésen szintén voltak, akik érzékelték. A makroszeizmika alapján feltételezhető, hogy a rengés Csorvás, Gerendás és Orosháza háromszögében pattanhatott ki, Csorváshoz és Gerendáshoz közelebb (2. ábra).

A mikroszeizmikus helymeghatározás Csorvás, Gerendás és Orosháza háromszögtől 12 km-re, a háromszög Csorváshoz közelebbi részétől pedig kb. 17 km-re helyezi a lakosság által is érzett (makroszeizmikus) epicentrumot (a 2. ábrán az Orosházától távolabbi mikroszeizmikus epicentrumról van szó). Mivel jelen esetben a MFÉ-ben megadott mikroszeizmikus helymeghatározás horizontális hibája 5.2 km-es (azaz jóval kisebb, mint amilyen távol az említett háromszögtől az epicentrum elhelyezkedik), ezért feltehető a kérdés, hogy az alkalmazott modellparaméterek és az állomáshálózat geometriája okozzák-e a kétféle (makro- és mikro-) helymeghatározás ilyen mértékű eltérését.

A MFÉ-ben szereplő mikroszeizmikus helymeghatározások hibái a következő tényezőkből adódhatnak:

– GYL állomás vastag, laza üledéken (6500 m) helyezkedik el, ezen rengések során gyakorlatilag a hullám végig az üledékben halad, melynek sebessége eltér a modellszámításban alkalmazott átlagostól;
– nincsenek közeli állomások a GYL-en kívül, és az erősebb első rengésnél a magas zajszint miatt a beérkezések kiolvasása is bizonytalanabb;
– az állomások mindegyike — GYL kivételével — Ny-i irányban, szűk térrészben helyezkedik el.

Az előzőekben kifejtett probléma részletes vizsgálatához nemcsak a mélységgel, hanem a hely függvényében is változó sebességű (2D) modellszámításokat végeztem a csorvási 1997. 06. 17-i rengések helymeghatározásának pontosítása céljából a HYPOINVERSE-2000 program felhasználásával. A 3. ábrán látható körlap geometriával jellemzett területeken alkalmaztam az ottani üledékek tulajdonságait tükröző sebességmodelleket (részletesebb leírás található az alkalmazott sebességmodellről az 1996. 09. 29-es füzesgyarmati rengéseknél). A 3. ábrán látható körlap geometriával jellemzett, az alapkőzettől eltérő sebességű modellek sebesség-mélység függvényei az 1. táblázatban közölt modellel azonosak egészen addig a mélységig, ameddig a kör közepéhez tartozó harmadidőszaki-medencealjzat mélységértékét el nem érjük, utána 6000 m-ig 5.3 km/s, majd a kéregsebesség-modell azonos az MFÉ-ben alkalmazott modell (Mónus 1995) értékeivel. A számítások során mindegyik, az alapkőzettől eltérő, körlap geometriával jellemzett sebességmodell köré 5-3 km szélesség közötti átmeneti bufferzónát képeztem. A programfuttatások eredményeit a 3. ábrán és a 3. táblázatban mutatom be.



2. ábra. Az 1997-es csorvási rengések

3. táblázat. A HYPOINVERSE-2000-rel végzett programfuttatások eredményei a csorvási rengésekre vonatkozóan

Sor-szám	esemény időpontja	ϕ [° ']	λ [° ']	mélység [km]	RMS	ERH [km]	ERZ [km]
1a.	13:33	46 31	20 43	8.66	0.40	2.70	1.1
1b.	17:03	46 31	20 43	10.22	0.00	6.40	2.3
2.	**13:33**	**46 24**	**20 44**	**6.07**	**0.19**	**3.00**	**1.3**
3.	***13:33***	***46 32***	***20 43***	***8.39***	***0.10***	***5.70***	***0.9***
4.	13:33	46 33	20 42	4.00	0.59	3.70	31.6
5.	13:33	46 34	20 41	1.00	0.74	3.90	31.6
6.	13:33	46 30	20 43	8.00	0.40	2.85	1.2
7.	13:33	46 40	20 43	4.86	0.13	2.30	1.0
8.	13:33	46 35	20 43	9.00	0.10	2.60	0.8
11a.	17:03	46 36	20 41	7.13	0.46	4.30	1.5
11b.	***17:03***	***46 36***	***20 41***	***8.23***	***0.23***	***4.50***	***1.2***
12.	**17:03**	**46 19**	**20 45**	**0.03**	**0.57**	**8.40**	**27.1**
16.	17:03	46 27	20 43	6.01	0.37	3.73	1.42
MFÉ	13:33	46 27	20 43	10.00	0.78	5.20	2.2

MFÉ	17:03	46 30	20 43	8.00	1.09	8.30	3.8

A táblázatban megadott sorszámok megtalálhatóak a 3. ábrán az epicentrumok mellett is. Az esemény időpontja oszloppal különböztettem meg egymástól a MFÉ-ben szereplő két különböző, 1997. 06. 17-én keletkezett csorvási rengést. Az azonosan jelölt sorok az azonos paraméter-beállítású futtatásokat jelölik.

1a.: Az MFÉ szerint 13:33-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem a számítást, súlyozások nélkül.

1b.: Helyileg ugyanide esik azon számítás által meghatározott epicentrum, amit az MFÉ szerint 17:03-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem távolság szerinti súlyozás alkalmazásával a 30 km-től 150 km-ig található állomásokra vonatkozóan a távolság növekedésével Gauss görbe szerint csökkenő súlyokkal.

2.: Az MFÉ szerint 13:33-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem a számítást, az S hullámok figyelembevétele nélkül.

3.: Az MFÉ szerint 13:33-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem a számítást távolság szerinti súlyozás alkalmazásával a 40 km-től 200 km-ig található állomásokra vonatkozóan a távolság növekedésével Gauss görbe szerint csökkenő súlyokkal.

4.: Az MFÉ szerint 13:33-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem a számítást, súlyozások nélkül, de 4 km mélységben fixálva a fészekmélységet.

5.: Az MFÉ szerint 13:33-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem a számítást, súlyozások nélkül, de 1 km mélységben fixálva a fészekmélységet.

6.: Az MFÉ szerint 13:33-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem a számítást úgy, hogy az S hullámok 0.5 súllyal szerepeltek.

7.: Az MFÉ szerint 13:33-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem a számítást úgy, hogy az S hullámok 0.5 súllyal szerepeltek és csak a PKS6, PKS7, PKSM és GYL állomások beérkezési időit vettem figyelembe.

8.: Az MFÉ szerint 13:33-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem a számítást úgy, hogy az S hullámok 0.5 súllyal szerepeltek és csak a PKS6, PKS7, PKS2 és GYL állomások beérkezési időit vettem figyelembe.

11a.: Az MFÉ szerint 17:03-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem a számítást, súlyozások nélkül,

11b.: illetve ugyanerre a helyre tette a program a távolság szerinti súlyozással végzett futtatás eredményét, amely súlyozást a 40 km-től 200 km-ig található állomásokra vonatkozóan állítottam be a távolság növekedésével Gauss görbe szerint csökkenő súlyokkal.

12.: Az MFÉ szerint 17:03-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem a számítást, az S hullámok figyelembevétele nélkül.

16.: Az MFÉ szerint 17:03-kor keletkezett rengés beérkezési időivel végeztem a számítást úgy, hogy az S hullámok 0.5 súllyal szerepeltek.

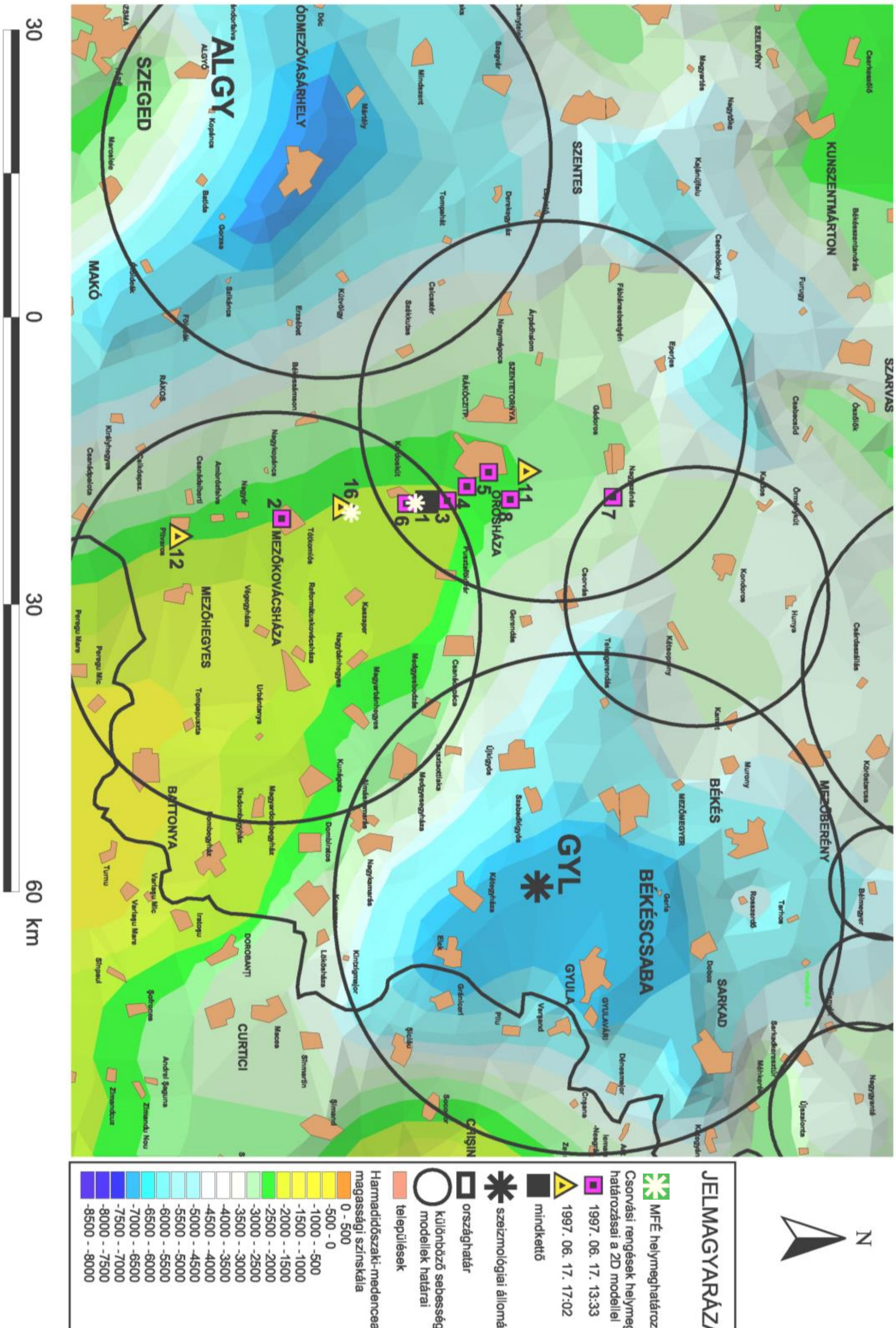
3. táblázat adatai alapján megállapítható, hogy a HYPOINVERSE-2000 programmal végzett futtatások hibái (RMS, ERH, ERZ) – a fixált mélységű számítások (4. és 5.) és a 12. számítás kivételével – javultak. A középhibák még abban az esetben is feleződtek (mindhárom típusú hiba esetén), ha semmiféle súlyozást, hullámbeérkezésiadat-kiválogatást nem alkalmaztam a futtatások során (1. és 11a.). Az MFÉ meghatározásaihoz képest a HYPOINVERSE-zel kiszámított epicentrumok – az S hullámbeérkezéseket figyelmen kívül hagyó, vagy fele súllyal figyelembe vevő futtatások kivételével – északabbra kerültek.

Elmondható, hogy az S hullámbeérkezések kisebb súllyal történő figyelembevétele, illetve kihagyása a helymeghatározásokból nem jelentette azok javulását (2., 6. és 12., 16.), ha pedig figyelembe vesszük a makroszeizmikus érzékelés helyétől való távolságot is, akkor megállapítható, hogy a helymeghatározások minden esetben távolodtak attól.

(Érdekes, hogy a 6. és 16. számú, azonos paraméter-beállításokkal elvégzett futtatások epicentrumai egybeesnek a MFÉ-ben található epicentrumokkal, azonban felcserélt sorrendben.)

A HYPOINVERSE-2000 programmal végzett helymeghatározások közül azok horizontális hibáit is figyelembe véve az 1b., 3., 4., 5., 8., 11a., 11b. számú futtatások eredményeinek van közös része a makroszeizmikus érzékelés háromszögével.

4. és 5. számú futtatásoknál — ahol fixáltam a mélységet — nagyon megnőtt az RMS és a helymeghatározás mélységi középhibája, ezért ezek a helymeghatározások nem fogadhatóak el, ennek alapján is leszögezhető, hogy a beérkezési adatok nem támasztják alá azt, hogy a rengés sekély mélységben keletkezett.



3. ábra. Az 1997. 06. 17-i csorvási rengések helymeghatározásai 2D modell alkalmazásával

A rengések nem kerültek közelebb Gerendás és Csorvás irányához, ennek oka lehet az, hogy a rengéseket érzékelő állomások GYL kivételével az epicentrumoktól nagy távolságban azoktól nyugatra találhatóak egymástól mindössze kb. 55° legnagyobb szögre a 13:33-as rengés esetén, és kb. 40° legnagyobb szögre a 17:03-as rengésnél (és ezt a második rengést kevesebb állomás is érzékelte).

A paraméterek változtatására a 17:03-as rengés helymeghatározási eredményei érzékenyebbek voltak. Ennek egyik oka lehet, hogy az S hullámok beérkezései több esetben voltak nehezebben kimérhetőek (emergent), mint a 13:33-as rengésnél, és természetesen az, hogy a rengést kevesebb állomás regisztrálta.

A különböző paraméterekkel elvégzett hipocentrum-számítások több epicentrumot szolgáltattak. Kérdés, hogy ezek közül melyik fogadható el a leginkább. Ennek kiválasztása a következő szempontok figyelembevételével történt. A 4., 5., és 12. számú számításokat a magas középhibaértékek miatt nem lehet elfogadni. A 7. és 8. futtatások hibái alacsonyak, – és a 8. pontosan a kívánt háromszögbe esik – de mivel a rendelkezésre álló adatok erős szubjektív kiválogatása útján jöttek létre, így ezek elfogadása szintén hiba lenne. (PKS6, PKS7, PKSM és GYL állomások kiválogatása nem volt feltétlenül szubjektív, mivel ezeken az állomásokon a beérkezésekkor viszonylag jó volt a jel/zaj arány.)

Mindezekből következőleg véleményem szerint a távolság szerinti súlyozással kapott eredmények vehetők leginkább figyelembe (3. és 11b.) a kis középhibaértékekből és az előbbi megfontolásokból következőleg. Ezek a számítások próbálják kompenzálni azt, hogy GYL állomáson kívül az összes többi állomás nagy távolságban, egymáshoz képest kis szögben Ny-ra helyezkedik el. Továbbá az alacsony helymeghatározási hibákon túl elmondható még, hogy ezek az epicentrumok közel vannak a makroszeizmikus érzékelés háromszögéhez, és a számításoknál kapott horizontális hiba alapján a rengések lehettek magában a háromszögben is, sőt a két rengés akár közel azonos helyen is keletkezhetett.

A Csorvási rengésekkel kapcsolatban összefoglalásképpen megállapítható, hogy a műszeres regisztrálás beérkezési idői ebben az esetben nem mondanak ellent a makroszeizmikus észlelésnek.

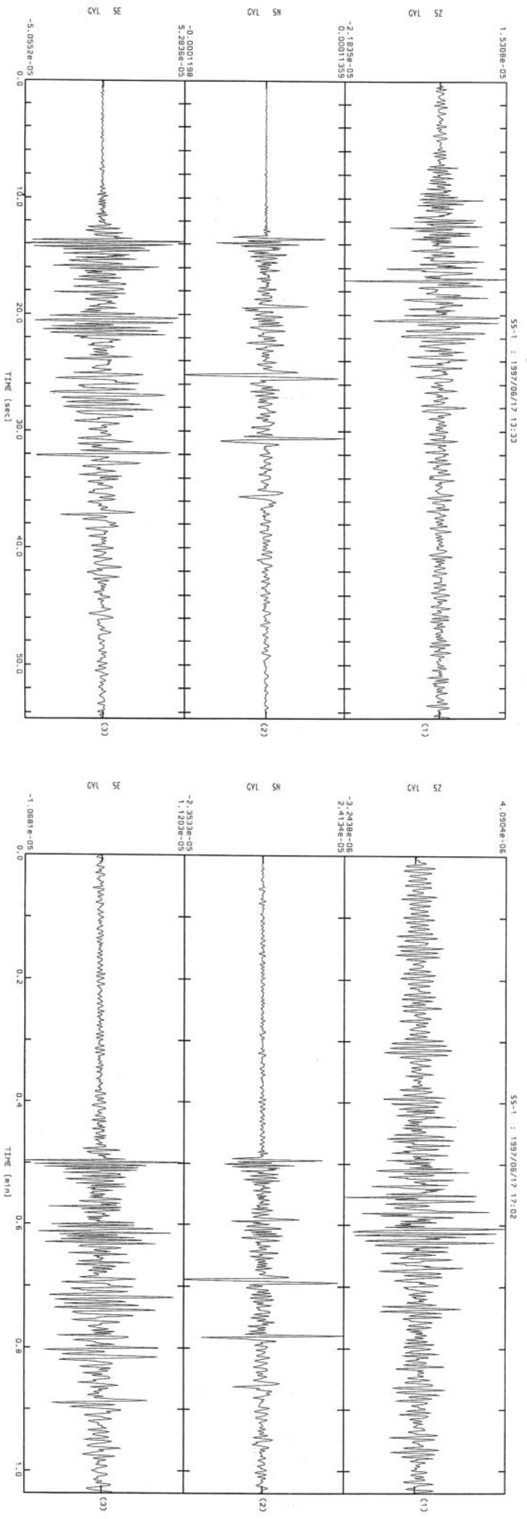
Mivel GYL állomáson az S és P hullámok beérkezési idejének különbségére ugyanazok az értékek adódtak mindkét csorvási rengés esetén, és mivel a szeizmogramok alakja a horizontális komponensek esetén teljesen megegyezik, ezért feltételezhető, hogy a két rengés azonos, vagy egymáshoz nagyon közeli fészekben pattant ki (4. ábra) [Szeidovitz Győző személyes közlése alapján].

3 Mezőnyárád, 2002. február 11.

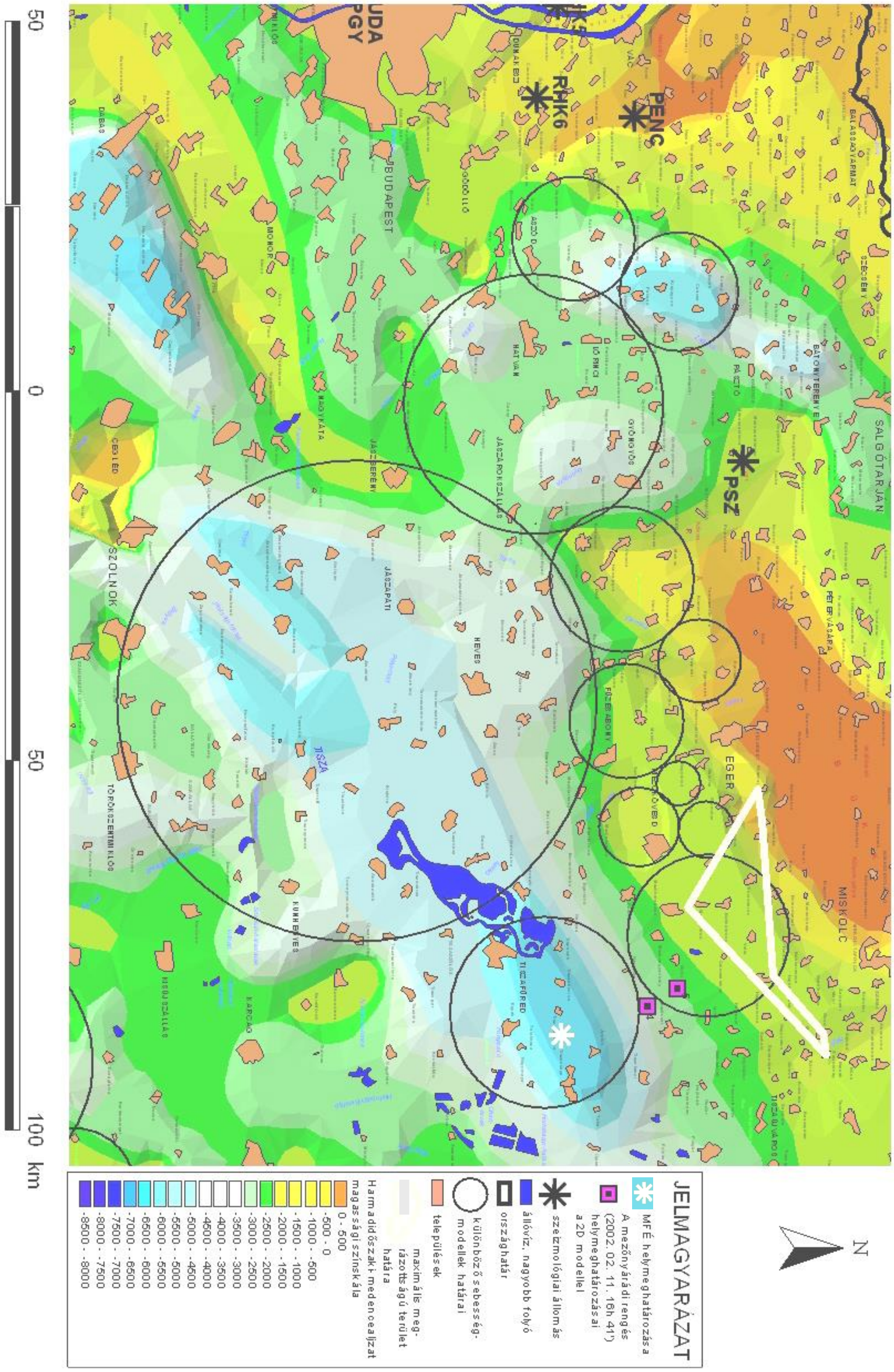
A címbeli időpontban kipattant mezőnyárádi rengés makroszeizmikus helymeghatározásának izoszeiztái elnyúlt vonalszerűek, a 4.5-5.0-ös izoszeizták körülbelüli közepe Cserépfalu és Mezőnyárád települések közé esik. A mikroszeizmikus meghatározás középhibái nagyok, ami magyarázható azzal, hogy nem voltak közeli jó beérkezések, az epicentrális terület sajnos a hazai hálózaton kívül volt. A két különböző típusú helymeghatározás szolgáltatta epicentrumok 32 km távolságra találhatóak egymástól.

A rengés műszeres helymeghatározását megvizsgáltam a HYPOINVERSE-2000 program felhasználásával. Az 1405. és 1407. számú fúrásokban mért sebességekből (Szabó és Páncsics 1994) a felső 2000 m-re számított sebességek átlaga azonos lett a korábbi füzesgyarmati értékekkel (lásd 1. táblázat). A 2500 m-nél mélyebb rétegekben nem mértek sebességeket a rengés helyéhez közeli fúrásokban, ezért ezekre a mélységekre vonatkozóan is az 1. táblázatban közölt értékekkel végeztem a számítást.

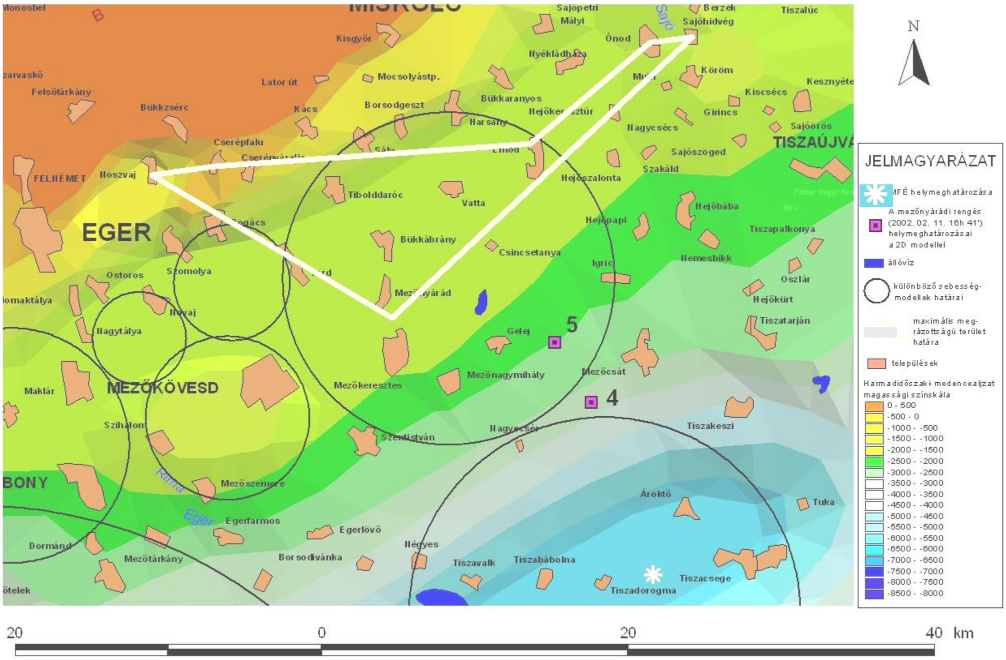
A HYPOINVERSE-2000 programmal végzett helymeghatározások eredményei a 6. ábrán láthatóak, a számítások hibáit pedig a 4. táblázat tartalmazza. A számításhoz felhasznált általános alapkőzet-modelltől eltérő sebességű, körrel jellemzett geometriájú területeket az 5. ábra mutatja be.



4. ábra. Az 1997. 06. 17-i csorvási rengések szeizmogramjai



5. ábra. A 2002. 02. 11-i mezőnyárádi rengés helymeghatározásánál alkalmazott körlap geometriával jellemzett sebesség-modellek helye



6. ábra. A 2002. 02. 11-i mezőnyárádi rengés helymeghatározásai és a maximális megrázottságú terület határa

4. táblázat. A HYPOINVERSE-2000-rel végzett programfuttatások eredményei a 2002. 02. 11-i mezőnyárádi rengésre vonatkozóan

Sor-szám	ϕ ° '	λ ° '	mélység [km]	RMS	ERH [km]	ERZ [km]
4.	47 47	20 51	0.96	0.46	2.50	22.2
5.	47 49	20 49	10.61	0.73	2.00	1.8
MFÉ	47 41	20 55	0.40	1.13	8.30	8.9

A táblázatban megadott sorszámok megtalálhatóak az 5. ábrán az epicentrumok mellett is

4.: A számítást távolság szerinti súlyozás alkalmazásával végeztem a 100 km-től 350 km-ig található állomásokra vonatkozóan a távolság növekedésével Gauss görbe szerint csökkenő súlyokkal és az S hullámok beérkezéseit nem vettem figyelembe a helymeghatározásnál.

5.: A számítást távolság szerinti súlyozás alkalmazásával végeztem a 100 km-től 350 km-ig található állomásokra vonatkozóan a távolság növekedésével Gauss görbe szerint csökkenő súlyokkal.

A 4. táblázatból és a 6. ábrából az látható, hogy az üledékek kisebb hullámterjedési sebességeinek figyelembevételével a mikroszeizmikus helymeghatározások epicentrumai nagymértékben közeledtek a makroszeizmikus epicentrumhoz (32 km helyett 14 km lett a kétféle helymeghatározás különbsége), és a helymeghatározás hibái is lényegesen javultak.

3 Összefoglalás

A cikkben szereplő rengések helymeghatározásainak újraszámítása azt mutatja, hogy — 1996 és 2002 közötti időszak hazai állomáshálózatának adottságai mellett — célszerű azokban az esetekben, amikor a földrengés által gerjesztett hullámok laza rétegeket harántolnak, nem az 5.6 km/s-os *P* hullámsebességgel számolni, hanem a laza rétegekre jellemző, lényegesen kisebb *Vp* és *Vs* értékeket érdemes figyelembe venni. Továbbá nem fogadható el a sebességek arányára az 1.78-es arányszám sem (amit sajnos az általunk használt HYPOINVERSE-2000 program sem tudott figyelembe venni).

Megállapítható, hogy a vizsgált példák esetén a Pannon-medencében található mély, üledékes medencék speciális hullámsebességi tulajdonságait figyelembe vevő hipocentrummeghatározásokkal csökkent a helymeghatározások hibája és közeledtek egymáshoz a makroszeizmikus és a műszeres regisztrátumokból meghatározott epicentrumok.

Köszönetnyilvánítás. Ezúton szeretném kifejezni köszönetemet Bus Zoltánnak és Mónus Péternek, az MTA GGKI Szeizmológiai Főosztályán dolgozó munkatársaimnak a hipocentrummeghatározásokban nyújtott segítségükért. Továbbá egykori PhD. témavezetőmnek, Szeidovitz Győzőnek, aki felhívta a figyelmemet a makro és mikroszeizmikus epicentrumokban tapasztalható távolságeltérésekre és megosztotta velem ezzel a problémával kapcsolatos gondolatait.

Hivatkozások

Klein FW (2002): User's Guide to HYPOINVERSE-2000, a Fortran Program to Solve for Earthquake Locations and Magnitudes. U. S. Geological Survey, 123.

Mészáros F, Zilahi-Sebess L (1998): Magyarország földrengés-veszélyeztetettsége II. Jelentés az 1998. évi feladatok megvalósításáról, Mélyfúrások sebesség és sűrűségadatainak feldolgozása. ELGI jelentés.

Mészáros F, Zilahi-Sebess L (1999): Magyarország földrengés-veszélyeztetettsége II. Jelentés az 1999. évi feladatok megvalósításáról, Mélyfúrások sebesség és sűrűségadatainak feldolgozása. ELGI jelentés.

Mészáros F, Zilahi-Sebess L (2001): Compaction of sediments with great thickness in the Pannonian Basin. Geophysical Transactions, 44; 1, 21-48.

Mónus P (1995): Travel time curves and crustal velocity model for the Pannonian Basin. Technical Report MTA GGKI Szeizmológiai Főosztály Archívuma, 12 old.

Szabó Z, Páncsics Z (1994): A Pannon medence kőzetfizikai paraméterei. I-III. kötet, ELGI, Budapest.

Tóth L, Mónus P, Zsíros T, Kiszely M, Kosztyu Z, Czifra T (1996-2005 adott év): Magyar Földrengések Évkönyve (Hungarian Earthquake Bulletin). MTA GGKI és Georisk Kft., Budapest.

Geomatikai Közlemények X., 2007

FÖLDCSUSZAMLÁS-KOCKÁZAT VIZSGÁLATA FUZZY ÉS NEURO-FUZZY RENDSZEREK SEGÍTSÉGÉVEL

*Újvári Gábor**

Investigation of landslide risk with the help of fuzzy and neuro-fuzzy inference systems – *The present paper introduce the solution of landslide risk classification of high walls along the River Danube with the help of fuzzy and neuro-fuzzy inference systems. The study reviews those agents, which are the most important factors in the triggering of movements. It presents two discrete, fuzzy and neuro-fuzzy approaches of the problem emphasizing four agents as input data. It demonstrates that we can build up a well functioning decision system on the basis of appropriate, representative data. The further development of the introduced systems is needed/necessary to the more accurate and correct modelling.*

Keywords: landslide risk, Fuzzy Inference System (FIS), Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS)

Jelen tanulmány a Duna-menti magaspartok földcsuszamlás-kockázati besorolásának fuzzy és neuro-fuzzy következtetési rendszerek segítségével történő megoldását mutatja be. A dolgozat számba veszi azon hatótényezőket, amelyek a mozgások kiváltódása szempontjából a legfontosabbak. Ezek közül négy tényezőt, mint input adatot kiemelve a probléma két különálló, fuzzy és neuro-fuzzy megközelítését mutatja be, illetve bizonyítja, hogy megfelelő, reprezentatív adatok felhasználásával felépíthető egy jól működő döntési rendszer. Természetesen a tanulmányban bemutatott rendszerek további fejlesztése szükséges a minél pontosabb modellezéshez.

Kulcsszavak: földcsuszamlás-kockázat, fuzzy következtetési rendszer, adaptív neuro-fuzzy következtetési rendszer

1 Bevezetés

A földcsuszamlások a lejtőt felépítő tömegek anyagának egy csúszópálya mentén történő gyors elmozdulását jelentik, ahol a mozgást a növekvő nyíróerők vagy épp a nyírószilárdság csökkenése váltják ki. Hazánk a csuszamlások előfordulását tekintve viszonylag veszélyeztetett országnak számít, ugyanis az adott folyamat az ország több régiójában, egymástól igen különböző viszonyok között is megjelenik. Szabó (2001) szerint Magyarország csuszamlások szempontjából legkockázatosabb területei az alábbiak:

a) A laza harmadidőszaki dombságok területe (Zalai-dombság, Tolnai-hegyhát, Külső-Somogy, Zselic, Baranyai-hegyhát).
b) A folyó és tó peremi magaspartok övezete (Duna, Rába, Hernád, Balaton, Fertő-tó).
c) A vulkáni hegységek területe (Visegrádi-hegység, Börzsöny, Mátra, Balaton-felvidék

A fentiek között természetesen nem szerepelnek, de igen fontos figyelembe venni az emberi tevékenység hatására mesterséges terepalakzatokon kialakuló csuszamlásokat. Ilyenek például a bányászati tevékenység által létrejövő külszíni fejtések, meddőhányók lejtői, ahol az adott jelenség szintén előfordul.

A mozgások igen sok esetben lakott területeket érintenek, ahol a települési infrastruktúra, a legkülönbözőbb építmények, épületek, mindenek előtt pedig az ott lakók élete kerülhet közvetlen veszélybe. Nem lakott, vagy épp kevésbé lakott területeken a vonalas infrastruktúra elemei (utak, víz-, villany- és gázvezetékek) szenvedhetnek komoly károkat. Mindezek tehát indokolttá teszik a fölcsuszamlás-kockázat becslését, hogy a legveszélyeztetettebb területeken fel tudjanak készülni a probléma kezelésére, a szükséges megelőző intézkedések elvégzésére.

*MTA GGKI, 9400 Sopron, Csatkai u. 6-8.
E-mail: ujvari@ggki.hu

Jelen tanulmány alapvető célja annak bemutatása, hogy a különböző kockázati tényezők, mint bemeneti adatok elemzése, értékelése, a kockázat becslésének döntési mechanizmusa miként valósítható meg fuzzy és neuro-fuzzy döntési rendszerek segítségével.

2 Kockázati tényezők, mint lehetséges input adatok

A földcsuszamlás-kockázat becslés fuzzy és neuro-fuzzy rendszerekkel történő megoldásához szükségünk van olyan bementi adatokra, amelyek alapvetően meghatározzák és befolyásolják egy adott terület mozgásait illetve azok kiváltódásában szerepet játszanak. Az alábbiakban – a problémát egy jól behatárolt területre szűkítve – a Duna-menti magaspartok mozgásait kiváltó tényezők kerülnek bemutatásra.

2.1 Geológiai tényezők

Korábbi vizsgálatok (Horváth et al. 1976, Scheuer 1979, Kleb et al. 2001) adatai alapján ismert, hogy ha egy dunai magaspart tisztán negyedidőszaki üledékekből épül fel és a pannon rétegek nagyobb mélységekben helyezkednek el, akkor az adott magaspart állékonyabb lesz. Mozgások kiváltódása szempontjából jóval kedvezőbb helyzet, ha nyomás alatti rétegvizet tározó, kis nyíróellenállású homokrétegek települnek a pannon összletben, amelyek a Duna medrének szintjében vagy a felett fordulnak elő. A negyedidőszaki rétegekben, a löszökben települő paleotalajok tovább növelik a mozgások megjelenésének lehetőségét, ugyanis ezen rétegekben a csúszópályák kialakulásának esélye magasabb.

A partfalak állékonyságát az azokat felépítő kőzetek fizikai paraméterei alapvetően meghatározzák, amelyek a mozgások litológiai feltételeit jelentik. A kőzet kohéziójának (c) és belső súrlódási szögének (φ) csökkenésével a lejtő instabillá válhat. Az anyag konzisztenciaviszonyai víz felvételével is megváltozhatnak, ami tehát a mozgások kiváltódásához jelentősen hozzájárulhatnak.

A geológiai tényezők között külön ki kell emelni a geokémiai viszonyok szerepét. A visszaduzzasztott talaj- és rétegvizek és azok áramlása illetve a leszivárgó csapadékvíz megváltoztatja az üledékek geokémiai viszonyait és kőzetfizikai tulajdonságait. Így például a löszben a talajvíz a szemcsék karbonátcementációjára van hatással, ugyanis a karbonáttartalmat kioldja, emellett pedig az áramló víz a legfinomabb szemcséket magával ragadja, így szuffóziót okozva rogyásokhoz vezethet. Az üledékek ásványi összetétele (pl. eltérő duzzadó és vízmegkötő képességű agyagásványok kialakulása) is megváltozhat (Hillert 1979) ezen folyamatok során, amely szintén hatással lehet a kőzetfizikai tulajdonságokra (súrlódási szög, kohézió vagy konzisztencia érték, porozitás), ezeken keresztül az állékonyságra, csúszólapok kialakulására.

2.2 Szeizmo-tektonikai viszonyok

A csuszamlások kialakulása szempontjából fontos tényezőként kell számba venni, hogy az adott terület tektonikailag mennyire aktív. Vannak-e a közelben törésvonalak és ezek mennyire aktívak avagy passzívak, milyen a terület földrengés-veszélyeztetettsége, történelmi távlatokban regisztrálták-e nagyobb intenzitású rengéseket a térségben vagy épp a vizsgált terület közvetlen közelében. A tektonikai mozgások akár a felszín magasságának megváltozása által is fontos szerepet játszhat a mozgások kiváltásában (Szabó 2001).

2.3 Geomorfológiai viszonyok

Földcsuszamlások kialakulásához vezethet, ha a lejtőviszonyok bizonyos tulajdonságai, a lejtőszög és a lejtő magassága megváltoznak. Ezek jelentik a mozgások domborzati feltételeit. A lejtőszög-növekedés alapvetően völgybevágódások révén és a völgyeket formáló folyóvíz laterális eróziója következtében fellépő partfal pusztulás révén jöhet létre. A lejtők magasságának megváltozása pedig a fentebb említett tektonikus mozgások hatására történik, amelyek emelkedésben és süllyedésben is megnyilvánulhatnak.

2.4 Hidrológiai, vízföldtani adottságok

A magaspartok mozgásában jelentős a szerepe a vízföldtani adottságoknak, amelyet a geológiai és geomorfológiai viszonyok és a Duna határoznak meg.

A térség fő erózióbázisa, a Duna szerepe eróziós tevékenysége és vízszint ingadozása révén is jelentős. A megfigyelések szerint nagyméretű mozgások főként ott jönnek létre, ahol a Duna a magaspartot hosszú szakaszon pusztítja, erodálja. Ebben a sodorvonal partközeli, intenzív medermélyítő tevékenységének van nagy jelentősége, mert az erőteljes anyagelhordás a fennálló egyensúlyi helyzetet megbontja (Karácsonyi et al. 1972). A Duna építő, akkumuláló munkája – mialatt kavicsos-iszapos-homokos agyagot rak le – kedvező irányban befolyásolja az állékonyságot. Tehát a Duna eróziója elősegíti suvadások kialakulását, akkumulációja pedig növeli az érintett partfal stabilitását.

A szakirodalom számottevő tényezőként említi a Duna közel 8-10 m-es vízszintingadozását a csuszamlásos mozgások létrejöttében. A tavaszi-nyári áradások alkalmával a magaspart alján kilépő forrásokat a folyó elönti (Karácsonyi et al. 1972), ennek következtében a források visszaduzzadnak és a talajvízszint lokálisan megemelkedik. A magas vízállás további következménye, hogy az megemeli a rétegvizek piezometrikus szintjét a víztartó homokrétegekben, amely folyamat a korábbi vizsgálatok megállapításai szerint jelentős szerepet játszik a mozgások kiváltásában (Horváth et al. 1976). Bizonyos kutatók (Domján 1952) éppen a víztartó rétegben létrejött vízszintemelkedésből eredő nyomásnövekedéssel magyarázzák a csúszólap helyének kialakulását és a mozgás megindulását.

A napi Duna vízállási adatok alapján Horváth és Scheuer (1976) szerint egyértelműen bizonyítható, hogy a partrogyások olyan időszakokra esnek, amikor hirtelen több méteres vízszint csökkenések következtek be. A magas dunavízállások után bekövetkezett mozgások keletkezése több tényezőre vezethető vissza:

- Magas vízállásnál fokozott az eróziós tevékenység, amely csökkenti a magaspartot alátámasztó földtömeg mennyiségét.
- Az apadó vízszint miatt csökken a magaspart lábát megtámasztó víznyomás.
- A rohamos apadás miatt megnövekszik a folyó felé a talajvíz és rétegvíz áramlási nyomása, ami kifelé nyomja a magaspartot és az előterében települt anyagot.
- A vízszint csökkenés egy további hatása, hogy annak során a pannóniai homokrétegekből a Duna felé kiáramló rétegvíz homokszemcséket ragadhat magával, ami csökkenti a magaspart lába alatt elhelyezkedő homokréteg tömörségét és ez által nyírószilárdságát is.

2.5 A klíma és a csapadék szerepe

Korábbi kutatások alapján megállapításra került, hogy a földcsuszamlások erősen korrelálnak a csapadékos időszakokkal, eseményekkel. Szabó (2003) szerint a nem túl gyakori nedves telek (extrém téli csapadék) okozzák új földcsuszamlások kialakulását és a régi, hosszabb száraz időszak folyamán stabilizálódott csuszamlások reaktiválódását. Bizonyos esetekben azonban akár a magas őszi (pl. októberi) csapadék is kiválthat tél végi-tavaszi mozgásokat, a nyári csapadék azonban alárendelt szerepű.

Juhász (1999) ezzel szemben nem hangsúlyozza az évszakok szerepét, véleménye szerint a nagy intenzitású, szezonális ill. havi kiugró csapadékok szerepe a fontos a csuszamlások kiváltódásában.

A mozgási folyamat diszkontinuus térben és időben, amely nagyléptékben (makro skálán) összefüggésben van a klimatikus változásokkal, azaz arid-humid kilengésekkel, közepes léptékben (mezo skálán) a klíma szezonális humiditásával, tehát nedves időszakokkal, kis léptékben (mikro skálán) pedig extrém klimatikus eseményekkel, mint például váratlanul jelentős, kiadós csapadékmennyiségekkel (Szabó 2003). Tehát a magaspartokat időben eltérő földcsuszamlások átöröklött és recens formái jellemzik. A partok dinamikus fejlődését Juhász (1999) szerint a rövidebb-hosszabb időintervallumú száraz és csapadékos klímaperiódusok váltakozásai és az átlagos csapadékot meghaladó ciklusok határozzák meg.

2.6 Biológiai tényező

A növényzeti borítottságnak igen komoly szerepe van a lejtők anyagának megkötése szempontjából. A növényzettel ritkán benőtt lejtő csuszamlás veszélyesebb, mint a sűrű növényzettel benőtt lejtő. Ez utóbbi esetén a növények gyökerei jelentős mértékben megkötik a lejtő anyagát és a csapadékvizek areális és lineáris eróziója is kevésbé érvényesül. A gyökerek kőzetrepesztő hatása ugyanakkor nagy, ami esetleg a fokozott aprózódásban nyilvánul meg, nagyobb tömegű növények, így a fák pedig a lejtőre nehezedő nyomást növelik. Összességében azonban a növényzet, megkötő szerepe révén pozitívan befolyásolja a lejtő stabilitását.

2.7 Antropogén tényezők

Az emberi tevékenység pozitív és negatív hatású egyaránt lehet a földcsuszamlás veszélyessége szempontjából (Scheuer 1979).

- Pozitív (célja a mozgások kiváltásának megakadályozása, pl. partrendezés, vízelvezetés, csatornázás, folyószabályozás, növénytelepítés, stb.).
- Negatív (beavatkozásaival elősegíti a mozgások kialakulását, pl. mederkotrás, szennyvíz szikkasztók, megoldatlan felszíni vízelvezetés, szemétlerakás, növényzet kiirtása, stb.).

3 Kimeneti adatok, avagy a veszélyeztetettségi skála

A földcsuszamlás-kockázat vizsgálatának eredménye maga a veszélyeztetettség mértéke. A lejtő vagy partfal veszélyességét különböző fokozatokkal lehet kifejezni, amely rendszer nyilvánvalóan sok szempontból árnyalható, mégis alapvetően azonban az alábbi kategóriák vagy magaspart-típusok különböztethetők meg:

- Nem mozgásveszélyes vagy stabil magaspart
- Enyhén mozgásveszélyes magaspart
- Közepesen mozgásveszélyes magaspart
- Erősen vagy intenzíven mozgásveszélyes magaspart

4 Fuzzy halmazok és fuzzy logika

A fuzzy halmazok illetve a fuzzy logika ötlete Lotfi A. Zadeh matematikustól származik (Zadeh 1965). Szerinte az emberi gondolkodásmód sokkal jobban modellezhető olyan fogalmakkal, amelyeknek nincsenek éles határaik, ahol az átmenet egy tulajdonság megléte és nemléte között folytonos vagy homályos (angolul: fuzzy). A fuzzy halmazokkal tehát a pontatlan vagy bizonytalan információkat, adatokat vagy rugalmasan kezelhető határfeltételeket is matematikai formába lehet önteni, azokat kvantitatíve kezelni (Bárdossy és Fodor 2004).

Legyen $X \neq \emptyset$ egy tetszőleges halmaz. Az X alaphalmazon értelmezett A fuzzy halmaz, mint rendezett párok halmaza

$$A = \{x, \mu A(x) | \, x \varepsilon X\} , \qquad (1)$$

amelyet „X feletti fuzzy halmaznak” nevezünk. Az adott halmazhoz való hozzátartozás fokát, a bele nem tartozás (0) és a teljes körű tagság (1) közötti fokozatok megadására szolgáló, bármely 0 és 1 közötti értékkel rendelkező ún. tagsági függvény $(\mu_A(x))$ adja meg.

A tagsági függvény formális definíciója:

$\mu_A(x) : X \rightarrow [0.1]$ úgy, hogy ha

$\mu_A(x) = 1$: az x definit módon A-ba tartozik,

$\mu_A(x) = 0$: az x definit módon nem tartozik A-ba,

$\mu_A(x_1) > \mu_A(x_2)$: az x_1 jobban beletartozik A-ba, mint az x_2 .

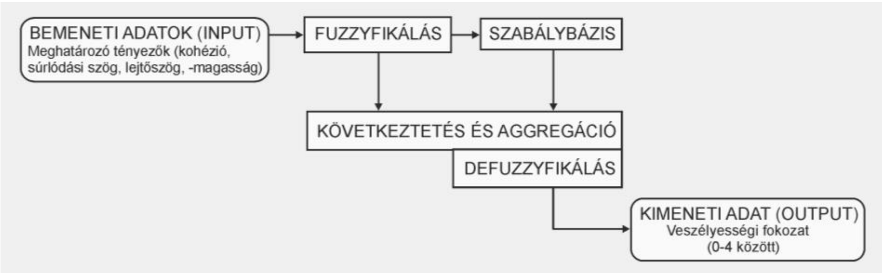
Úgy is lehet mondani, hogy a $\mu_A(x)$ azt mutatja meg, hogy az adott $x \in X$ elem mennyire rendelkezik az A halmaz által leírt tulajdonsággal (Fullér Róbert kutatási eredményei 1989-1997 http://www.abo.fi/~rfuller/hab.pdf).

A fuzzy halmazok tehát olyan tulajdonságok leírására szolgálnak, amelyeket nem lehet karakterizálni a klasszikus eleme ($\in$) relációval, azaz a kétértékű logika (igen/nem) segítségével. Ilyen módon tehát kiválóan alkalmazhatók a tulajdonképpen halmazoknak tekinthető veszélyeztetettségi kategóriák leírására, amely halmazok között nyilvánvalóan nincs éles határ. A fuzzy döntési rendszerben megadott bemeneti adatok értékelésével történik a kimeneti adat „létrehozása”, ami a négy veszélyeztetettségi kategória valamelyikéhez való hozzátartozást fogja jelenteni. A döntési mechanizmusban tehát szigorú matematikai lépések során dől el, hogy a bemeneti értékek alapján az adott magaspart melyik halmaz – azaz veszélyeztetettségi kategória – által leírt tulajdonsághoz áll a legközelebb.

5 Egy fuzzy következtetési rendszer és a magaspartok veszélyeztetettségi besorolása

A fuzzy következtetés a fentiek szerint tehát egy olyan folyamat, amelyben adott bemeneti (input) értékekből a fuzzy logika mentén kimeneti (output) értéket képezünk. Alapvetően két fuzzy következtetési rendszert ismerünk, a Mamdani-típusú és a Takagi-Sugeno-típusú rendszereket (Demicco et al. 2004). Az előző típus széles körben használatos és a fölcsuszamlás-kockázati kategorizálásra is alkalmas, tehát a következőkben a Mamdani-típusú fuzzy következtetési rendszer kerül bemutatásra (1. ábra). Ezt a MATLAB® nevű magasszintű programnyelv és interaktív környezet Fuzzy Logic Toolbox-a (Matlab 2004) segítségével fejlesztettem ki.

A jelen rendszerhez négy input adatot rendeltem, így a kohézió, a belső súrlódási szög, a lejtőszög és a lejtőmagasság értékeit.



1. ábra. Fuzzy következtetési rendszer (FIS) modellje

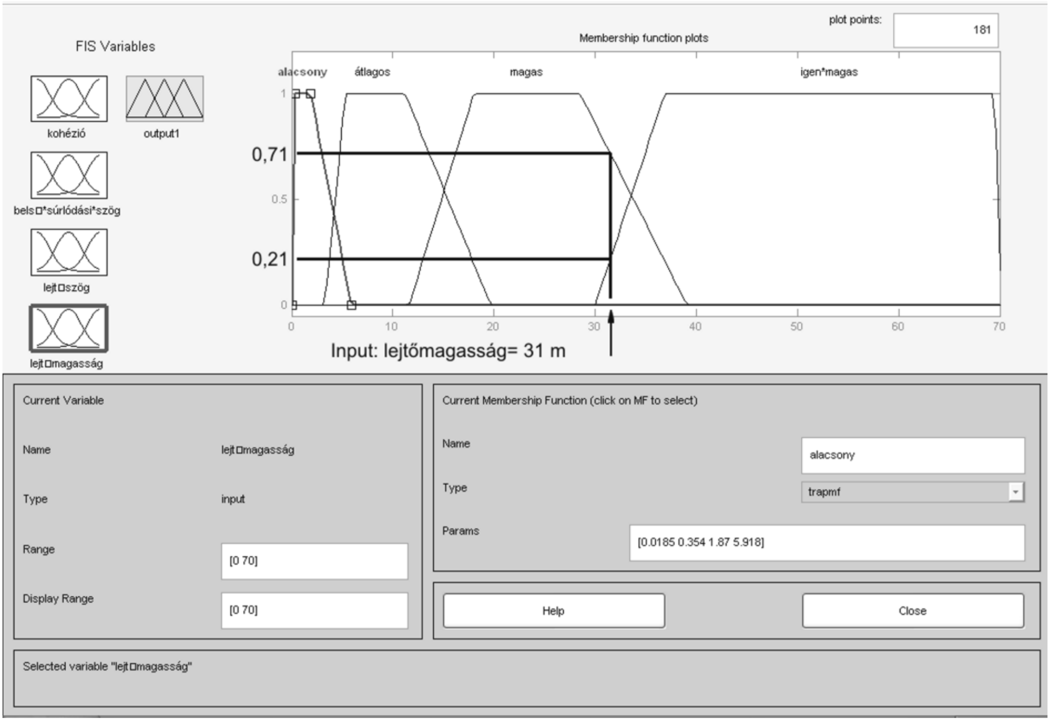
A fuzzy következtetési folyamat öt alapvető lépésre bontható:

- Az inputváltozók fuzzyfikálása.
- Fuzzy operátorok alkalmazása.
- Következtetés vagy implikáció (HA-AKKOR szabályok) alkalmazása.
- A konklúziók egyesítése, aggregációja.
- Defuzzyfikálás.

5.1 Az inputváltozók fuzzyfikálása

Az adott lépésben az egyes bemeneti értékek (x_1, x_2,…, x_n) fuzzy halmazokhoz való tartozásának (0 és 1 közötti tagsági értékének) meghatározása történik, tagsági függvények alkalmazásával. Bizonyos kiválasztott kőzetfizikai és geomorfológiai paraméter értékek jellemeznek egy adott lejtőt vagy magaspartot illetve közvetetten annak veszélyességét.

Például a partfal magassága az egyes veszélyességi kategóriákban különböző, de egymást átfedő tartományokba esik. Tehát egy adott lejtőmagasság lesz az input érték. Ezen úgynevezett éles érték alapján a fuzzyfikálás során állapítjuk meg, hogy 0 és 1 között milyen mértékben tartozik az egyes – adott esetben – magassági tartományokhoz, azaz egy fuzzy vagy fuzzyfikált értéket ($\mu(x_1)$, $\mu(x_2)$,…, $\mu(x_n)$) nyerünk. Legyen a partfal magassága 31 méter, ekkor az adott magaspart alacsony és átlagos kategóriáknál 0 hozzátartozási értékkel rendelkezik, az igen magas kategóriánál 0.21, míg a magas kategóriánál 0.71-el (2. ábra). Tehát az adott lejtő a magas kategóriába sorolható leginkább, ami nyilván azonnal utal annak veszélyességére is. Természetesen nem egy inputértéket vizsgálunk, tehát nem csupán a partfalmagassággal adjuk meg illetve jellemezzük az egyes veszélyeztetettségi fokokat/tartományokat, hanem többel, pontosan néggyel, így a fentiekben említett kohézió, belső súrlódási szög, lejtőmagasság és lejtőszög értékeivel együttesen.



2. ábra. Inputváltozó (lejtőmagasság) fuzzyfikálása aszimmentrikus trapéz alakú tagsági függvényekkel
Az x-tengelyen a lejtőmagasság értékei, az y-tengelyen a hozzátartozás foka jelenik meg. A négy magassági kategória hozzátartozási értékei: $\mu_{alacsony}(x)$=0; $\mu_{átlagos}(x)$=0; $\mu_{magas}(x)$=0.71; $\mu_{igen\ magas}(x)$=0.21

A fuzzyfikálás során használt tagsági függvények megállapítása részben a négy input paraméterre vonatkozó irodalmi adatok (Szabó 1993), részben terepi megfigyelések alapján történt. Az inputváltozók fuzzyfikálása trapéz alakú tagsági függvényekkel történt, amelyeket az

$$f_{trapéz}(x;a,b,c,d)=\left\{\begin{array}{ll}0, & x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a\le x\le b\\ 1, & b\le x\le c\\ \dfrac{d-x}{d-c}, & c\le x\le d\\ 0, & d\le x\end{array}\right\}, \qquad (2)$$

vagy még kompaktabb módon az

$$f_{trapéz}(x; a,b,c,d) = max\left(min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}, \right) 0 \right) \tag{3}$$

paraméterek írnak le (Matlab 2004). Az a és d paraméterek adják meg a trapéz „lábait", a b és c paraméterek pedig a „vállait". Ábrázolva azt látjuk, hogy az a és d paraméterek mindig a 0 tagsági értéknek megfelelő helyen vagy vonalon lesznek, a b és c paraméterek pedig az 1 tagsági értéknek megfelelő vonalon. A trapéz az esetek többségében nyilvánvalóan nem szimmetrikus alakú.

5.2 Fuzzy operátorok alkalmazása

A fuzzy logikai következtetési séma felépítéséhez, definiálnunk kell a logikai operátorokat. A klasszikus halmazelmélet és a logika közti kapcsolat analógiájára a VAGY operátor megegyezik az unió, az ÉS a metszet, a NEGÁCIÓ pedig a komplementer operátorral:

$$\begin{aligned} \mu A \cup B(x) &= MAX(\mu A(x), \mu B(x)) \\ \mu A \cap B(x) &= MIN(\mu A(x), \mu B(x)) \ . \\ \mu - A(x) &= 1 - \mu A(x) \end{aligned} \tag{4}$$

A fuzzyfikálás során több tagsági érték jön létre. A fuzzy operátorok alkalmazásával ezekből egyetlen igaz értéket állít elő a rendszer. Jelen esetben csupán az ÉS operátor alkalmazására volt szükség, amint az a következő pontban leírt szabályoknál bemutatásra kerül.

5.3 Következtetés vagy implikáció (ha-akkor szabályok) alkalmazása

Az implikáció ($A \Rightarrow B$) input értéke az előtagból a logikai operátorok alkalmazásával nyert igaz érték, az output pedig egy (vagy több) fuzzy halmaz.
Egy logikus szabályból egy logikus következtetés származik.

Implikáció:	*HA* $x=A$ *AKKOR* $y=B$
Tény:	$x=A_1$
Következtetés:	$y=B_1$

A rendszer egyszerűségére való törekevés miatt a szabálybázis mindösszesen 6 szabálysorból áll, amelyek természetesen pontosíthatók, bővíthetők, súlyozhatók. Egy szabálysor a hat közül:

HA *Input₁(kohézió)=„alacsony"* **ÉS** *Input₂(belső súrlódási szög)=„kicsi"* **ÉS** *Input₃(lejtőszög)=„igen nagy"* **ÉS** *Input₄(lejtőmagasság)=„igen magas",* **AKKOR** *Output=„erősen mozgásveszélyes"*

Az implikáció során tehát a jelen esetben tulajdonképpen a hat szabálysornak megfelelően konklúzióként hat fuzzy halmazt kapunk eredményül. Az ÉS alkalmazásával tehát a legszigorúbb szabálysort alkottuk meg és eszerint osztályoz a rendszer. Bizonyos esetekben tehát előfordulhat, hogy a következtetési rendszer nem ad kimeneti értéket.

5.4 A konklúziók egyesítése, aggregációja

Az egyesítés során az egyes szabályok által létrehozott fuzzy halmazok egyetlen aggregált fuzzy halmazzá ($\mu(y)$) kombinálása történik. Ez utóbbi aggregált vagy egyesített fuzzy halmaz tagsági értéke a szabályok illetve az implikáció által létrehozott fuzzy halmazok súlyozásából adódik.

5.5 Defuzzyfikálás

A defuzzyfikálással az előző lépésben nyert aggregált vagy egyesített fuzzy halmazból egyetlen reprezentatív, úgynevezett éles értéket (y) kapunk. Több metódus ismert ennek megoldására, azonban a jelen esetben a centroid kalkulációt (Center of Gravity, CoG) alkalmaztam, amely a legelterjedtebb operátor és a kétdimenziós függvény súlypontját adja értékül. A defuzzfikált érték (*y*) az alábbi formulával (5) számolható (Demicco et al. 2004):

$$y = \frac{\int_R xA(x)dx}{\int_R A(x)dx} , \tag{5}$$

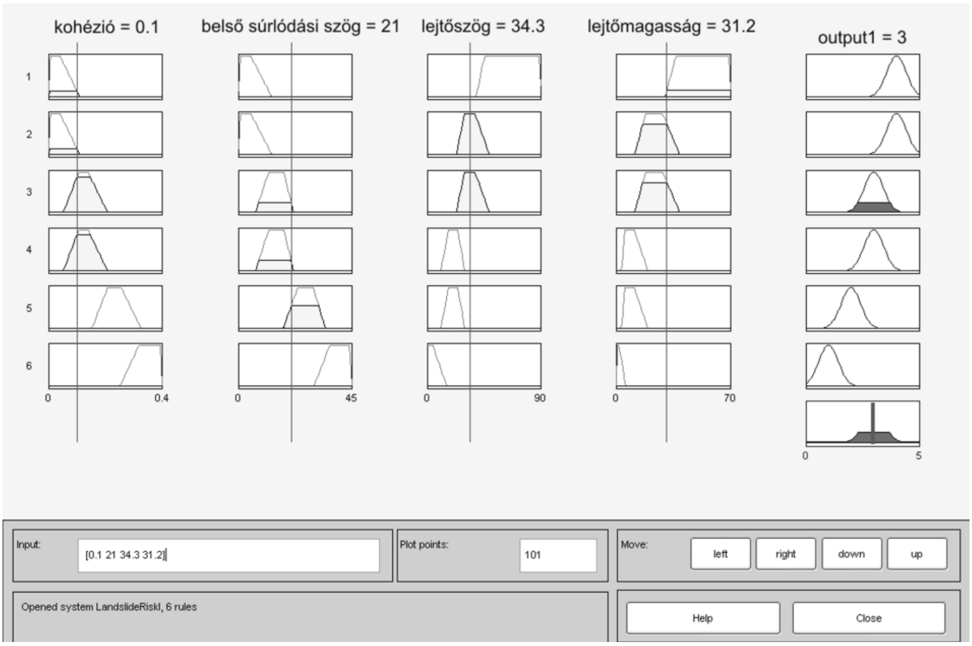
ahol:
X=R (*X* az alaphalmaz, melyet a valós számok halmazán értelmezünk),
A: egy az *X* alaphalmazon értelmezett fuzzy halmaz,
$A(x)=\mu_A(x)$: *x* hozzátartozási értéke az *A* fuzzy halmazhoz.

A defuzzifikált érték (y) vagy eredmény jelen esetben egy 0 és 4 közé eső szám, amely szélső értékeket a négy veszélyeztetettségi kategóriának (stabil, enyhén mozgásveszélyes, közepesen mozgásveszélyes és erősen mozgásveszélyes magaspart) megfelelően választottam (6. ábra). Az egyes kategóriákat leképező tagsági függvények úgynevezett Gauss-görbék vagy másként a normális eloszlás sűrűségfüggvényei, melyeket az alábbi formula ír le (Matlab 2004):

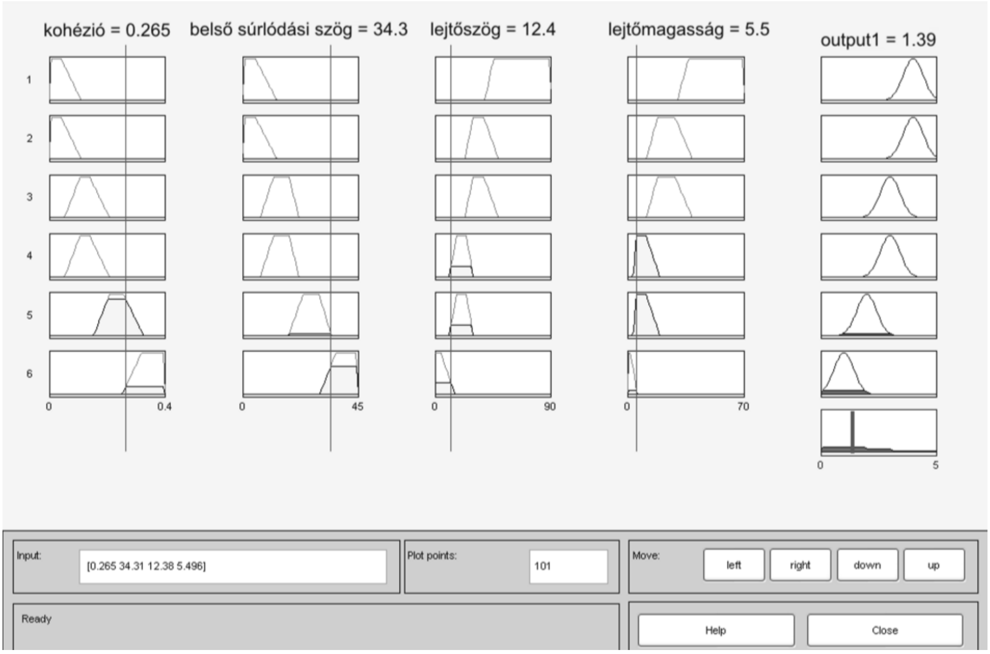
$$f_{Gauss}(x,\sigma,c) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2}} , \tag{6}$$

ahol:
σ= szórás vagy átlagos eltérés,
c= az eloszlás átlaga vagy várható értéke.

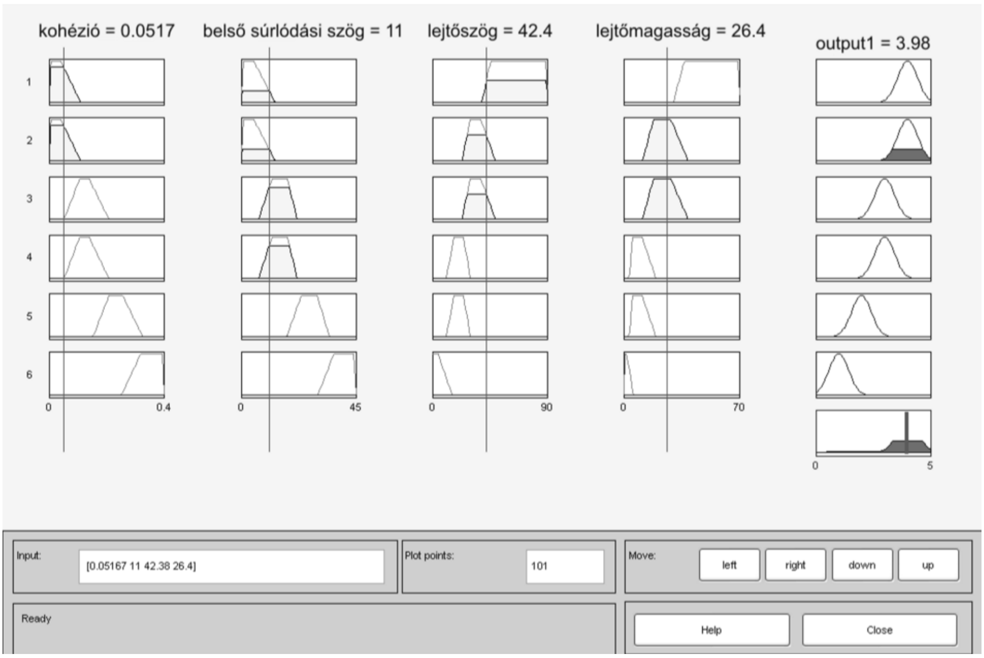
A rendszer működését a 3-5. ábrák mutatják be az input adatok három különböző értékcsoportjánál.



3. ábra. Példa egy magaspart földcsuszamlás-kockázati besorolására I
Jelen inputértékek mellett az adott partfal a fuzzy rendszer kimeneti adata (3) szerint közepesen mozgásveszélyesnek tekinthető



4. ábra. Példa egy magaspart földcsuszamlás-kockázati besorolására II
Adott inputértékek mellett a partfal a fuzzy rendszer kimeneti adata (1.39) szerint viszonylag stabilnak tekinthető



5. ábra. Példa egy magaspart földcsuszamlás-kockázati besorolására III
Jelen inputértékek mellett az adott partfal a fuzzy rendszer kimeneti adata (3.98) szerint erősen mozgásveszélyesnek tekinthető

6 A magaspartok osztályozása adaptív neuro-fuzzy következtetési rendszerrel

Az előzőektől némileg eltérő osztályozási megoldás valósítható meg neuro-fuzzy rendszerekkel (Fullér 2000) (ANFIS= Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System), amely két alapvető lehetőséget kínál.

Az első lehetőség, hogy a már létező, azaz korábban létrehozott és működő rendszerünket illetve annak tagsági függvényeit egy tanulási folyamat során pontosítjuk. Ekkor első lépésben a korábban bemutatott Mamdani-típusú fuzzy következtetési rendszerből egy Takagi-Sugeno rendszert kell létrehoznunk, majd ennek a rendszernek a finomítását végezhetjük el.

A második lehetőség, hogy ismert bemeneti és kimeneti adatpárok, mint tréningadatok felhasználásával maga a program hozza létre a fuzzy következtetési rendszert, a tanulási folyamat során a tagsági függvényeket, a szabálybázist és a mögöttes neurális hálót. Mindez teljesen objektív módon, külső beavatkozás nélkül, azaz a szubjektum teljes kizárásával történik. Ez azt jelenti, hogy a tagsági függvényeket és a szabályhalmazt sem egy tapasztalatokon, esetleg korábbi kutatásokon alapuló szakértői tudás alapján – mintegy önkényesen – hozunk létre, hanem azt maga a program végzi el. Ehhez természetesen a valóságot hűen tükröző, reprezentatív tréning adathalmazra van szükség.

A rendszer létrehozásának lépései:

1. Reprezentatív tréning adathalmaz létrehozása

A magaspartok veszélyességi besorolása tekintetében ez a négy input érték (kohézió, belső súrlódási szög, lejtőszög, lejtőmagasság) és a hozzájuk tartozó, úgynevezett elvárt output érték összekapcsolt párjait jelenti.

2. Következtetési rendszer generálása

Az input-output adatok, a tagsági függvények számának és típusának megadását követően alapvetően kétféle eljárás, a „grid partitioning” illetve a „subtractive clustering” eljárások valamelyikével történik a FIS generálása (Matlab 2004). A jelen esetben az utóbbival valósult meg.

3. Tanulási folyamat

Az optimalizálás során a tagsági függvény paraméterek finomhangolása történik a „backpropagation” vagy a „hybrid” (a backpropagation és legkisebb négyzetek módszerének kombinációja) eljárással (Matlab 2004). A folyamat célja, hogy a mögöttes neurális struktúra minél pontosabban interpretálja az input/output „térképet”. A tagsági függvényekhez tartozó paraméterek tehát meg fognak változni a tanulási folyamat során, amely paraméterszámítást illetve -beállítást a gradiens vektor segíti elő. Ez annak mértéke, hogy a fuzzy következtetési rendszer mennyire modellezi jól az input/output adatokat a paraméterek egy adott halmazára. Az optimalizálási eljárás célja a modellezéshez kapcsolódó hiba csökkentése. A jelen rendszernél ez a hibrid módszerrel történt 100 időpontban (6. ábra).

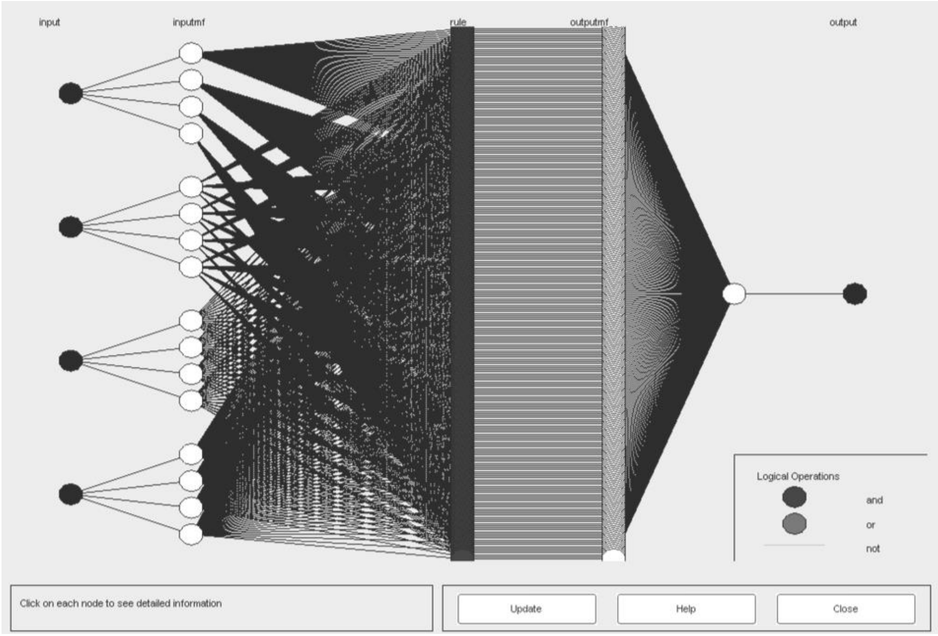
4. A fuzzy rendszer, a mögöttes neurális háló és a hitelesítés

A tanulási folyamatot követően létrejött a tagsági függvények legoptimálisabb beállítása, megtörtént a szabályhalmaz definiálása és a sokszor igen bonyolult kapcsolatokkal rendelkező neurális háló is felállt (7. és 8. ábra). Ez utóbbiban a bemeneti és kimeneti rétegek között három rejtett réteg található, így a bemeneti tagsági függvényeket reprezentáló neuronok csoportját tartalmazó réteg, a szabályhalmazt tartalmazó réteg és a kimeneti tagsági függvényeket rejtő réteg. Közöttük figyelhető meg a kapcsolati háló. A hitelesítés során olyan ellenőrző adatokat kell végigfuttatni (és ezzel tesztelni) a rendszeren, amelyek szintén reprezentatívak és hűen tükrözik egy adott magaspart csuszamlás veszélyeztetettségét.

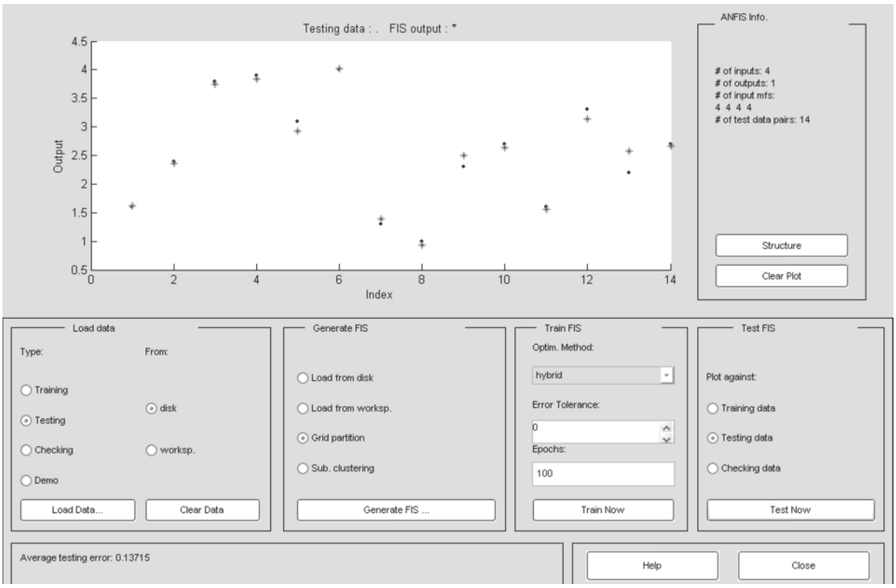
Amint a 8. ábra is mutatja, az adott rendszernél a neurális háló és a szabályhalmaz (több mint 100 szabálysorral) is igen bonyolult képet mutat, a rendszer azonban a tesztek során a 14 elvárt kimeneti érték közül 10 esetén szinte tökéletesen egyező, a többi 4-nél az elvárttól kis mértékben eltérő eredményt hozott (9. ábra). Eszerint tehát egy körültekintően felállított rendszer képes lehet modellezni a magaspartok csuszamlás veszélyességét.

6. ábra. Adaptív neuro-fuzzy következtetési rendszer (ANFIS) tanulási folyamata
Az optimalizálási eljárás a hibrid módszerrel 100 epochban történ, a csillagok a hibaszintet jelölik

7. ábra. A tanulási folyamat során finomhangolt első számú input (kohézió) Gauss-típusú tagsági függvényei



8. ábra. Adaptív neuro-fuzzy következtetési rendszer neurális struktúrája
Az input és output közötti három rejtett réteg, illetve ezen belül a bemeneti tagsági függvényeknek, a szabályhalmaz elemeinek és a kimeneti tagsági függvényeknek megfelelő neuronok és a közöttük lévő súlyok, kapcsolatok figyelhetők meg



9. ábra. Elvárt és a neuro-fuzzy rendszer által számított kimeneti értékek
Pont jelöli az elvárt, csillag jelöli a számított értékeket. Bővebb magyarázat a szövegben

7 Összefoglalás

A jelen tanulmányban a Duna-menti magaspartok földcsuszamlásainak kiváltódása szempontjából fontos tényezők közül négyet kiemelve és azokat input adatokként kezelve fuzzy és neuro-fuzzy rendszerek segítségével került modellezésre a fölcsuszamlás veszélyeztetettséggel kapcsolatos döntési, osztályozási mechanizmus. Ennek során egyértelműen bebizonyosodott, hogy megfelelő, reprezentatív adatok felhasználásával felépíthető egy jól működő következtetési rendszer. Természetesen a tanulmányban bemutatott rendszerek további fejlesztése szükséges a minél pontosabb modellezéshez. Így elengedhetetlen többek között a tagsági függvények és a szabályhalmazok pontosítása, jól igazolt terepi adatok felhasználása és több input tényező bevonása. Ez utóbbit tekintve egy-egy nehezebben megfogható tényező (pl. geológiai és tektonikai viszonyok, stb.) „számszerűsítése” szinten egy-egy önálló fuzzy rendszerrel volna megoldható. Ebben az esetben például a geológiai viszonyokat értékelő fuzzy rendszer output/kimeneti adata lehetne a földcsuszamlás veszélyeztetettséget vizsgáló fuzzy vagy neuro-fuzzy rendszer geológiai input adata. Mindezen fejlesztésekhez szükséges terepi, geológiai, műszeres vizsgálatok jelenthetik a jövő feladatait a magaspartok földcsuszamlás-kockázati értékelésében.

Köszönetnyilvánítás. Köszönet illeti Dr. Mentes Gyulát, aki felhívta figyelmemet a fuzzy halmazok elméletére és Dr. Kalmár Jánost a fuzzy halmazokkal kapcsolatos néhány matematikai kérdés megvitatásáért.

Hivatkozások

Bárdossy Gy, Fodor J (2004): Evaluation of Uncertainties and Risks in Geology. New Mathematical Approaches for their Handling. Springer Verlag. Berlin, London, New York. 221 p.

Demicco RV, Klir GJ (2004): Fuzzy Logic in Geology. – Elsevier Academic Press.

Domján J (1952): Középdunai magaspartok csúszásai. Hidrológiai Közlöny 32, 416-422.

Fullér R. (2000): Introduction to Neuro-Fuzzy Systems. Advances in Soft Computing Series, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 289 p.

Hillert F (1979): Physikalische Chemie der Rutschungen in Schluff- und Tonböden. In: Veder, Ch. (Ed.): Rutschungen und ihre Sanierung. Springer Wien-New York, 187-219.

Horváth Zs, Scheuer Gy (1976): A dunaföldvári partrogyás mérnökgeológiai vizsgálata. Földtani Közlöny 106, 425-440.

Juhász Á (1999): A klimatikus hatások szerepe a magaspartok fejlődésében. Földtani Kutatás XXXVI. 3, 14-20.

Karácsonyi S, Scheuer Gy (1972): A dunai magaspartok építésföldtani problémái. Földtani Kutatás 15, 71-83.

Kleb B, Schweitzer F (2001): A Duna csuszamlásveszélyes magaspartjainak településkörnyezeti hatásvizsgálata. In: Ádám A, Meskó A (Eds.): Földtudományok és a földi folyamatok kockázati tényezői. Bp. MTA, 169-193.

Matlab (2004): Fuzzy Logic Toolbox User's Guide. – MATLAB 7.0, The MathLab Inc.

Scheuer Gy (1979): A dunai magaspartok mérnökgeológiai vizsgálata. Földtani Közlöny 109, 230-254.

Szabó J (1993): Tömegmozgások. In: Borsy Z (Ed.): Általános természetföldrajz. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 269-292.

Szabó J (2001): A csuszamlásos folyamatok szerepe a magyarországi felszínformák kialakulásában. In: Ádám A, Meskó A (Eds.): Földtudományok és a földi folyamatok kockázati tényezői. Bp. MTA, 143-168.

Szabó J (2003): The relationship between landslide activity and weather: examples from Hungary. Natural Hazards and Earth System Sciences 3, 43-52.

Zadeh LA (1965): Fuzzy sets. Information and Control 8; 3, 338-353.

A NEHÉZSÉGI ERŐTÉR IDŐBELI VÁLTOZÁSA A TALAJVÍZSZINT INGADOZÁSÁNAK HATÁSÁRA

Völgyesi Lajos, Csapó Géza**, Szabó Zoltán**, Tóth Gyula**

Time variations of gravity influenced by the groundwater fluctuation *– Gravity effects of different types of moving vadose and groundwater were investigated. The magnitude of the time variation of non-tidal part of gravity was evaluated for the complete area of the Great Hungarian Plain based on the groundwater fluctuation, which can reach a maximum of 60-70 μGal. Reliability of measurements on the Hungarian national gravimetric calibration line was investigated in this respect.*

Keywords: time variation of gravity, gravity effect of groundwater fluctuation, national gravimetric calibration line

Kutatásaink során a felszín közeli vizek mozgásának gravitációs hatását és a nehézségi erőtér időbeli változásának kapcsolatát vizsgáltuk. Meghatároztuk a nehézségi erőtérnek az Alföld teljes területére a talajvízszint ingadozása következtében várható változását, amely a vizsgálataink szerint akár a 60-70 μGal értéket is elérheti. Ennek tükrében megvizsgáltuk a magyarországi gravitációs kalibráló alapvonalon végzett mérések megbízhatóságát.

Kulcsszavak: nehézségi erőtér, időbeli változás, talajvízszint ingadozás, kalibráló alapvonal

1 Talajvízszint ingadozás hatása a kőzetek sűrűségének változására

Korábban kimutattuk, hogy a talajvízszint ingadozása a graviméteres mérési pontosságot meghaladó mértékben befolyásolhatja a nehézségi erő értékét (Csapó et al. 2003, Csapó ésVölgyesi 2005, Völgyesi et al. 2004, 2005). Ezt követően megpróbáltunk adatokat gyűjteni az ország különböző területeiről arra nézve, hogy a talajvíz megjelenése milyen mértékben befolyásolja a felszín közeli fiatal, laza üledékes képződmények sűrűségét.

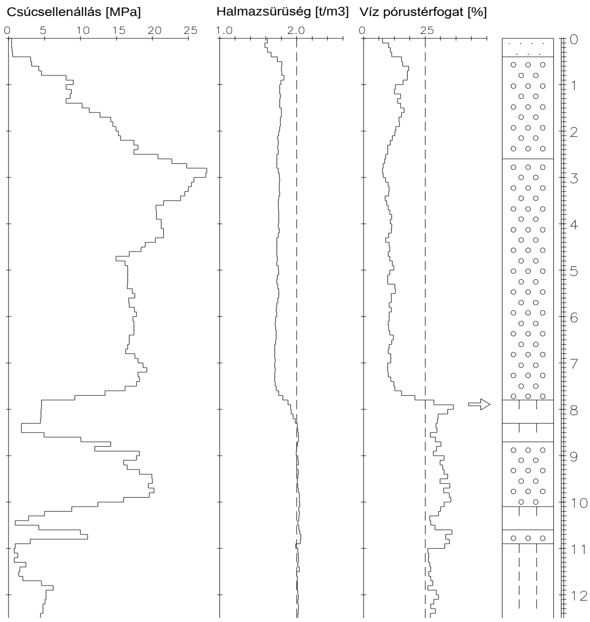
Vizsgálatainkhoz mérnökgeofizikai adatokat használtunk fel. A mérnökgeofizikai szondázás során a felszínhez rögzített hidraulikus berendezés segítségével 43 mm átmérőjű szondát nyomnak a felszín közeli képződményekbe. A behatolás mélysége a képződmények fizikai paramétereitől függően néhányszor 10 m. A szonda lehatolása során folyamatosan regisztrálják a harántolt képződmények nyomószilárdságára, agyagtartalmára és térfogatsúlyára vonatkozó paramétereket. Az 1. ábrán példaként ilyen szondázás görbéjét mutatjuk be (a jobb oldalon a mélység látható [m]-ben, a nyíl a talajvízszint mélységét jelzi). A szondák kis átmérője következtében az eredeti települési viszonyok csak elhanyagolható mértékben változnak meg, így a módszer a képződmények „in situ” vizsgálatára alkalmas. Esetünkben a térfogatsúly, vagy ahogy a gravitációs kutatásokban nevezzük, a sűrűségméréseknek van jelentősége. A sűrűség meghatározása γ–γ mérésekkel történik, amelyek során a *Compton-effektust* felhasználva egy sugárzásmérő szondához illesztett mesterséges forrás γ sugárzásának a harántolt rétegben történő szóródását regisztrálják. A szonda végére, a sugárzásmérő detektor alá, megfelelő aktivitású, általában Cs^{137} izotópot tartalmazó toldatot szerelnek. A sugárforrás és a detektor közötti közvetlen útvonalat ólom-árnyékolás zárja le. Így a sugárforrásból a detektorhoz csak kerülő úton, a környező térrészből (ez legfeljebb 30−40 cm sugarú gömb) az ott elhelyezkedő atomokkal ütköző, és azokon irányt változtató részecskék juthatnak. A szondákat ismert sűrűségű etalonokban végzett mérésekkel kalibrálják. A kalibráció segítségével a szondázás során mért sugárzási adatok közvetlenül sűrűség adatokká transzformálhatók. A mérőszonda eltávolítása után visszamaradó kis átmérőjű lyuk csak ritkán omlik össze azonnal, így legtöbb esetben, ha arra igény mutatkozik, a nyugalmi vízszint közvetlenül meghatározható.

* *Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános és Felsőgeodézia Tanszék*
Magyar Tudományos Akadémia Felsőgeodéziai és Geodinamikai Kutatócsoport
H-1521 Budapest, E-mail: volgyesi@eik.bme.hu, gtoth@sci.fgt.bme.hu
** *Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, H-1145 Budapest, Kolumbusz utca 17-23*
E-mail: csapo@elgi.hu

Szerencsére az elmúlt évek során az ország számos pontján végeztek különböző célokból mérnökgeofizikai szondázásokat. Ezek adatainak felhasználásával lehetőségünk nyílott megvizsgálni a talajvíz által a laza üledékekben okozott sűrűségváltozás nagyságának területi eloszlását. Vizsgálataink során az ország 24 különböző területén, főleg az Alföldön, összesen több mint 250 szondázás regisztrátumából meghatároztuk a talajvíz által okozott sűrűségnövekedés mértékét.

A 24 területből azon körzetekben, ahol 10-nél több szondázás állt rendelkezésünkre, meghatároztuk a területi átlagot. Az 1. táblázatban néhány jellegzetes érték látható.

Az Alföld területére vonatkozó 121 adat átlaga 300 ± 50 kg/m^3. A szokásos módon 1 m vastagságú Bouguer-lemezzel számolva ekkora sűrűségváltozás a nehézségi erő 12.6 ± 2 μGal változását okozza.



1. ábra. A mérnökgeofizikai szondázások jellegzetes eredménygörbéje. A jobb oldali skála a mélységet jelöli [m] egységben. A nyíl a talajvízszint mélységét mutatja

1. táblázat. A talajvíz által okozott sűrűségnövekedés mértéke

	$\Delta\rho$ [kg/m^3]
Kecskemét	260 ± 70
Dunaharaszti	340 ± 50
Szekszárd	210 ± 50
Püspökszilágyi	320 ± 90
Bonyhád	220 ± 50
Berhida	230 ± 110

2 A talajvízszint ingadozás gravitációs hatása

Miután áttekintettük a sűrűségváltozási viszonyokat, fordítsuk figyelmünket a talajvízszint ingadozásának vizsgálatára! 1950–55 között a Magyar Állami Földtani Intézet nagyszabású talajvíztérképezést végzett az ország síkvidéki részein (Rónai 1956). A térképezés során több mint 1 000 000 ásott talajvízkút és közel 16 000 fúrt kút adatait mérték meg és jegyezték fel. Az országos felmérés egyik legfontosabb feladata a talajvízszint felszín alatti mélységének meghatározása volt.

A vízszintmérések tavasztól őszig, a teljes terepi időszakban folytak, ezért az évszakos változásokat az adott területre eső, a VITUKI által folyamatosan észlelt kutak adatai alapján azonos időpontra kellett vonatkoztatni. Az 1 m évi szintingadozást mutató területeken ettől a korrekciótól eltekintettek.

Méréseik alapján az alábbi figyelemre méltó jelenségeket tapasztalták:

– a talajvíz szintje, lesimítottan ugyan, de követi a felszín domborzatát,
– lösszel fedett területeken a talajvíz általában mélyebben helyezkedik el, mint homokfelszín alatt,
– finomszemcsés üledékekben nagyobb a talajvíz járása, mint homokban,
– a talajvíz szintje állandóan ingadozik. Nyári nappalokon a párolgás miatt néhány cm-t süllyed, éjszaka kb. ugyanennyit emelkedik. Nagyobb változásokat (1–2 m-t) észleltek az évi menetben. Nyár elején a kutak vízszintje süllyedni kezd, általában ősszel éri el a mélypontot, majd emelkedik és késő tavasszal éri el legmagasabb állását,
– a magasabb talajvízállás évei nem esnek egybe a legcsapadékosabb évekkel.

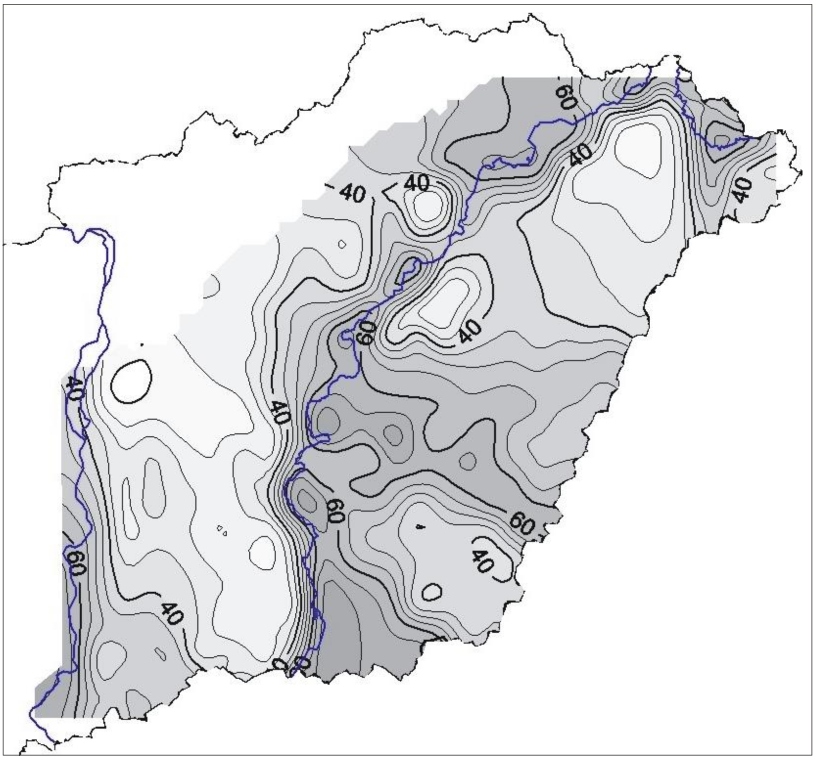
Ez utóbbi felveti a talajvíz utánpótlás kérdését. A tapasztalat szerint az Alföldön az évi átlagos csapadék alig elegendő a növényzet táplálására. A nyári csapadék nagy része elpárolog, még a hosszabb esős időszakok sem nedvesítik át 20–30 cm-nél mélyebben a talajt. Egyedül az őszi-téli csapadék jut le mélyebbre a felszín alá, de az átnedvesedés így is ritkán haladja meg az 1–1.5 m-t. Tehát az átnedvesedés alsó határa csak ott érintkezik a talajvíztükörrel, ahol annak felszíne nem haladja meg ezt a mélységet. Mindebből az következik, hogy a talajvíz utánpótlása nem közvetlenül a csapadékból származik. A vízutánpótlás a geológusok körében is sokat vitatott kérdés. Egyes elképzelések szerint a hegyekből lezúduló bőséges csapadékvíz a medenceperemi durva lejtőtörmeléken keresztül jut a felszín alá, majd szivárog az Alföld belseje felé. Mások szerint részben a kompakció (kőzettömörödés) által kiszorított mélybeli víz képezi a talajvíz utánpótlását. Valószínűleg mindkét lehetőségnek szerepe van a tényleges folyamatokban.

Néhány, folyamatosan regisztrált kút esetében a 2. táblázatban példaként bemutatjuk, hogy egy-egy éven belül miként változik a talajvízszint-ingadozás okozta gravitációs hatás. A táblázat első oszlopában a helyszín megjelölése alatt szerepel a megfigyelések időintervalluma. Minden kútnál kiválasztottuk a legnagyobb, illetve legkisebb évi ingadozást mutató sorozatot, ezek évszáma szerepel a második oszlopban. A hónapok neve alatt feltüntettük az adott hónap középvízállásának a legmagasabb vízállású hónaphoz, mint 0-hoz viszonyított gravitációs hatását μGal-ban. A számításoknál – mérnökgeofizikai szondázások hiányában – az Alföldre megállapított átlagos sűrűség növekedést alkalmaztuk. Az utolsó oszlopban a teljes észlelési intervallumban észlelt legnagyobb és legkisebb havi középvízállás különbségének megfelelő gravitációs hatás látható.

2. táblázat. Néhány talajvíz megfigyelő kútban az adott megfigyelési időszakban észlelt legnagyobb ill. legkisebb éves talajvízszint változásából számított gravitációs hatás μGal-ban

Helyszín	év	Jan.	Feb.	Már.	Ápr.	Máj.	Jún.	Júl.	Aug.	Sze.	Okt.	Nov.	Dec.	Max.
D.újváros	1979	12.9	5.3	1.3	0.3	0.0	6.8	10.3	14.7	18.2	19.7	19.4	17.5	48.9
1955-1995	1994	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
Érd	2000	3.0	2.3	3.5	0.0	7.0	14.5	20.0	23.4	26.4	27.5	25.9	23.8	46.6
1952-2000	1989	4.8	4.1	3.4	1.3	0.8	0.0	0.9	4.0	4.8	6.3	6.4	5.9	
Pécs	1957	1.0	0.0	1.1	4.1	5.9	8.4	10.8	16.7	23.4	24.0	10.4	2.1	28.3
1952-1985	1975	1.8	2.9	3.6	2.8	4.5	1.9	2.1	3.4	2.3	2.8	1.6	0.0	
Szécsény	2000	5.5	3.4	2.1	0.0	2.3	5.0	6.9	8.5	10.1	11.3	11.8	12.2	13.2
1968-2000	1998	2.9	2.6	3.0	2.6	0.5	0.3	0.9	2.6	2.3	1.9	0.5	0.0	

Rónai és munkatársai a folyamatosan regisztrált adatok alapján az Alföld területére megszerkesztették az 1933–1955 közötti időszakban észlelt legmagasabb és legalacsonyabb havi közép-vízállások különbségének térképet. A térképből leolvasható, hogy a nagyobb folyók közelében a szintváltozás elérte, sőt helyenként meg is haladta a 6 m-t. Ugyanakkor pl. a Nyírség, vagy a Duna-Tisza közének egyes részein a vízszint változás mértéke 2 m alatt maradt. Térképüket 10 km-es négyzetháló sarokpontjaiban történő kiolvasással digitalizáltuk. Az így kapott vízszint-változások és az Alföldre a fentiekben ismertetett módon megállapított sűrűségváltozás ismeretében meghatároztuk a négyzetháló sarokpontjaira a talajvíz-ingadozás okozta gravitációs hatást. Ennek értékei 20–70 μGal-t elérő változásokat mutatnak. Ezen adatrendszer alapján az Alföld területére megszerkesztettük a talajvíz ingadozás okozta maximális gravitációs változás 2. ábrán látható területi eloszlását. A térképről leolvasható, hogy az Alföld egyes területrészein mekkora gravitációs hatást okozhat a talajvízszint ingadozása.



2. ábra. Az 1933-53 között észlelt legnagyobb talajvízszint-változás gravitációs hatásának területi eloszlása az Alföldön μGal-ban

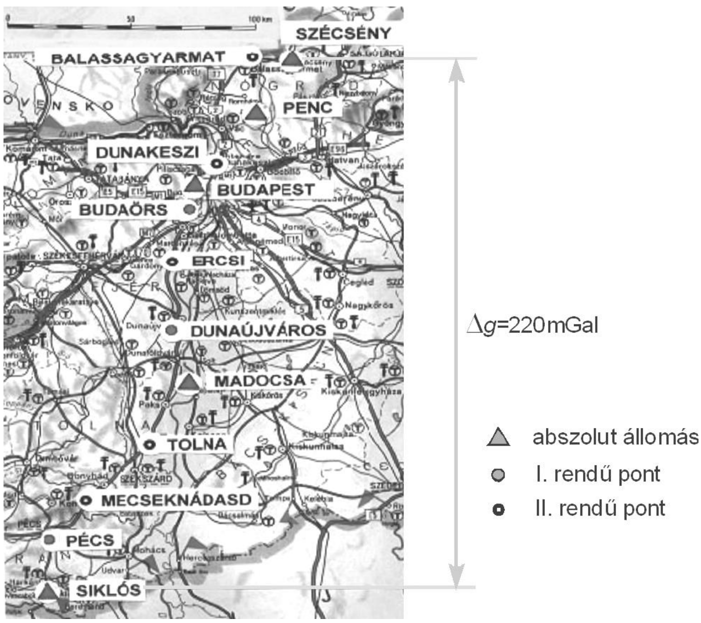
A térkép alapján arra gondolhatnánk, hogy a nehézségi erőtér nem árapály jellegű változását vizsgáló nagypontosságú méréseknél egyszerűen csak meg kell határozni a talajvízszint mindenkori állását, ebből a talajvíz által okozott sűrűségváltozás nagyságát, majd a megismételt méréseknél az adatokban beállt változások felhasználásával korrigálni az észlelt nehézségi adatokat. A helyzet a valóságban azonban nem ilyen egyszerű, mivel az Alföldre vonatkozó talajvíz térképe nem elégíti ki a talajvíz klasszikus fogalmát. Talajvíz alatt ugyanis az első vízzáró réteg fölötti porózus rétegben elhelyezkedő vizet értjük. Ez a víztartó réteg rendszerint a felszínig ér és felülről nem zárja le egy nyomást előidéző, vizet át nem eresztő réteg. *Rónai* és munkatársai vizsgálatai azonban azt mutatják, hogy az Alföld nagyobbik részén a kutakban feltárt víz nem felel meg ezeknek a követelményeknek. A felszínt sok helyen vizet át nem eresztő képződmények fedik és az ásott kutak is a felső vízzáró réteg alatti rétegvizet tárják fel. Az ilyen kutakban a nyugalmi vízszint a rétegnyomás miatt akár 1–2 m-rel magasabban helyezkedik el, mint a tényleges talajvízszint. A kútban észlelt szintingadozás tehát nem a talajvíz szintjének változása miatt, hanem a rétegben beálló nyomásváltozás következtében jön létre. A nyomásváltozásnak viszont nincs gravitációs hatása.

3 A csapadék hatása a gravitációs mérésekre

Ezek után érdemesnek találtuk megvizsgálni a csapadék hatását a gravitációs mérésekre. Az egyszerűsítő szabály szerint a csapadék 1/3 része elfolyik, 1/3 része elpárolog és 1/3 része beszivárog a talajba. A valóságban ezek az arányok nagymértékben függnek a csapadék intenzitásától, a domborzati viszonyoktól, a hőmérséklettől és a talaj vízáteresztő képességétől. Fentiek ellenére tételezzük fel, hogy egy 120 mm csapadékot hozó felhőszakadás következtében 40 mm csapadék beszivárog a talajba. Ennek gravitációs hatása $\approx$1.7 μGal. Természetesen télen a csendesebb esők és a hóolvadás miatt a csapadék nagyobb része szivároghat a talajba. Feltételezve, hogy az országosan 600 mm-nek tekinthető évi átlagos csapadékmennyiség fele hull az őszi-téli időszakban, és ennek fele, azaz mintegy 150 mm szivárog be a talajba, ennek gravitációs hatása $\approx$6.3 μGal lenne. Láthatjuk tehát, hogy a talajvíz járásától függetlenül a beszivárgó csapadék is okozhat néhány μGal értékű gravitációs változást.

4 A nehézségi erőtér időbeli változása a magyarországi kalibráló alapvonalon

Érdekes következtetések vonhatók le az eddigiek ismeretében a magyarországi gravitációs kalibráló alapvonalon végzett mérésekkel kapcsolatosan. A mintegy 220 mGal nehézségi intervallumú Siklós-Szécsény közötti kalibráló alapvonalon végzett mérések közül az ELGI legtöbb mérési sorozatával rendelkező 1919 jelű LCR graviméterének eredményeit vizsgáltuk. A kalibráló méréseket több mint húsz éve végzik tapasztalt észlelők. A vizsgálatoknál feltételeztük, hogy a graviméter méretaránytényezője nem változott a mérések megbízhatóságát meghaladó mértékben a vizsgált időszakban. Ilyen hosszú időtávon már nem tekinthetünk el a nehézségi gyorsulás esetleges hosszúidejű változásaitól, az adott pont környezetének változó talajvízszintjéből származó hatástól és a vizsgált műszer tulajdonságainak (pl. a mérőrugó reológiai tulajdonságainak) esetleges változásaitól sem. Ezen hatásokat a mérési eredmények eltéréseibe tudtuk be.



3. ábra. A magyarországi gravitációs kalibráló alapvonal pontjai

Az alapvonal három különböző földtani szerkezet területén halad át, ami mind az esetleges kéregmozgások különböző mértéke, mind hidrogeológiai szempontok miatt érdekes lehet. Ezeknek a hatásoknak a modellezésére és szétválasztására vannak kísérletek a GGP (Global Geodynamics Project) keretében, de sajnos ezek a hatások helyfüggők. Több éves és folyamatos gravitációs, GPS, talajvízszint, talajnedvesség, stb. együttes mérése szükséges ezen hatások modellezésére (Amalvict et al, 2004; Crossley et al, 2004; Kroner et al, 2004; Llubes et al, 2004; Harnisch et al, 2006; Neumeyer et al, 2006). A mérési kapcsolatok eredményeit a 3. táblázatban foglaltuk össze.

Az alapvonalon a szomszédos pontok közötti méréseket általában a kora tavaszi, vagy/és a késő őszi hónapokban hajtottuk végre. A mérések feldolgozása során minden esetben a belső pontosság vizsgálatánál szokásos javításokat alkalmaztuk (Csapó 2006). Független mérési eredménynek valamely két szomszédos pont között az *A1-B1-A2-B2-A3* sorrendben végzett mérésből számítható 4 db Δg érték átlagát tekintjük. Az egyes kapcsolatokat valamennyi mérési ciklusban egyszer mértük, ismétlésre csak ún. durva hiba esetén került sor.

3. táblázat. A kalibráló alapvonal mérési eredményei 1984 és 2004 között (az értékek mGal-ban)

dátum	81-101.10	101.10-102	102-103	103-104	104-4100	4100-106	106-107.10	107.10-82	82-4224	4224-4223
1984.12	15.790	45.016	36.434	16.456	3.274	28.204	33.985	(1.666)	8.152	20.535
1985.04	15.821	45.056	36.449	16.453	3.287	28.214	33.983	1.703	8.171	20.549
1986.04	15.820	45.039	36.473	16.452	3.266	28.218	33.987	1.695	8.171	20.548
1986.10	15.797	45.027	36.471	16.461	3.282	28.212	33.987	1.685	8.161	20.550
1987.03	15.792	45.031	36.464	16.445	3.284	28.234	33.992	1.670	8.184	20.556
1987.10	15.820	45.029	36.471	16.505	3.299	28.205	33.978	1.667	8.146	20.570
1988.04	15.814	45.040	(36.432)	(16.526)	3.267	(28.148)	(33.939)	(1.666)	8.146	20.536
1989.03	15.814	45.040	(36.432)	(16.526)	3.266	28.221	33.969	1.673	8.162	20.536
1989.10	15.807	45.044	36.440	16.424	3.267	(28.148)	(33.939)	(1.666)	8.146	20.536
1990.11	15.838	45.029	36.484	16.463	3.280	28.220	33.971	1.686	8.144	20.531
1991.04	15.820	45.035	36.466	16.463	3.278	28.220	33.965	1.691	8.154	20.544
1991.10	15.826	45.026	36.475	16.449	3.278	28.225	33.940	1.690	8.163	20.554
1992.03	15.823	45.034	36.472	16.444	3.292	28.230	33.968	1.688	8.174	20.544
1992.10	15.838	45.033	36.459	16.459	3.289	28.221	33.954	1.673	8.178	20.534
1993.03	15.811	45.040	36.470	16.437	3.284	28.213	33.966	1.706	8.184	20.542
1993.10	15.824	45.028	36.473	16.439	3.265	28.243	33.966	1.691	8.174	20.517
1994.10	15.822	45.040	36.460	16.455	–	28.224	33.965	1.675	8.170	20.532
1995.05	15.825	45.027	36.449	–	–	28.251	33.996	1.722	8.187	20.533
1998.06	(15.769)	(44.973)	36.493	–	–	28.217	33.968	1.697	8.172	20.555
2000.08	15.796	45.016	36.478	16.443	–	28.230	33.962	1.697	8.166	–
2001.03	15.794	45.024	36.485	–	–	28.237	33.959	1.730	8.195	–
2002.02	15.793	45.044	36.471	–	–	28.221	33.957	1.683	8.159	–
2003.04	15.803	45.053	36.444	–	–	28.234	(33.936)	1.697	8.152	–
2004.04	–	–	36.449	–	–	28.226	33.948	(1.666)	–	–
a teljes adatsorok statisztikai adatai										
átlag	15.813	45.027	36.464	16.457	3.281	28.218	33.969	1.688	8.165	20.544
szórás	± 0.020	± 0.021	± 0.016	± 0.023	± 0.010	± 0.022	± 0.019	± 0.017	± 0.016	± 0.013
n	23	24	24	19	17	24	24	24	24	20
Δmax	0.092	0.083	0.061	0.102	0.034	0.103	0.067	0.064	0.074	0.053
statisztika a χ^2 próba eredménye alapján										
átlag	15.813	45.032	36.465	16.453	3.281	28.224	33.970	1.691	8.165	20.544
szórás	± 0.015	± 0.013	± 0.015	± 0.017	± 0.010	± 0.012	± 0.015	± 0.016	± 0.016	± 0.013
n	23	23	22	17	17	22	21	20	24	20
Δmax	0.071	0.063	0.059	0.081	0.034	0.047	0.056	0.063	0.074	0.053

A 3. táblázatban a mérések ideje (év, hónap) és az egyes kapcsolatok javításokkal ellátott és azonos, m = 1.0 méretaránytényezővel számított – kiegyenlítés előtti – mért Δg értékei szerepelnek előjel nélkül. A kapcsolatokat a pontok katalógusszámának feltüntetésével jelöltük (81=Siklós, 101.10=Pécs, 102=Mecseknádasd, 103=Tolna, 104=Madocsa, 4100=Dunaújváros, 106=Ercsi, 107.10=Budaőrs, 82=Budapest, 4224=Dunakeszi, 4223=Rétság). Kiszámítottuk a Δg mérési eredmények átlagát, szórását, feltüntettük az adott kapcsolaton végzett mérések *n* számát és meghatároztuk az egyes kapcsolatok húsz év alatt előforduló legnagyobb Δmax eltéréseit. A mérési eredményekre χ^2 próbával normalitás vizsgálatot végeztünk azokra a kapcsolatokra, amelyeknél az évek során $n \geq 15$ volt. A 0.997 konfidencia szinten (3σ) végzett próba valamennyi vizsgálatba vont mérést normális eloszlásúnak mutatta és még a 0.92 szinten is csupán néhány adatot vetett el (ezeket a 3. táblázatban zárójelbe tettük).

Megjegyezzük, hogy az egyes kapcsolatok húsz éves intervallumban végzett mérési eredményeinek helyenként 60-70 μGal-os eltéréseinek számos oka lehet, ezek közül a legfontosabbak:

- Mind a graviméter méretaránytényezője, mind a kalibráló alapvonal pontok hitelesnek tekintett nehézségi gyorsulási értékei változhattak (ill. változtak) a vizsgált hosszú idő alatt,
- Az egyes mérési ciklusokban más-más lehetett a felszínhez közeli talajvízszint állása, illetve a rétegek nedvességtartalma. Ezek meghatározására (mérésére) gazdasági okok miatt nem volt (és ma sincs) lehetőségünk, jóllehet nagypontosságú méréseknél ezektől a hatásoktól nem lehet eltekinteni,

Nem vettük figyelembe a graviméter mérőrendszerének periódikus hibáit, mert ezek közül az 1 és 3 mGal szerint periódikus hibákat csak a legutóbbi időben volt lehetőségünk meghatározni, a hosszabb periódusúakat pedig máig nem ismerjük.

A vizsgálatok eredményeiből az alábbi két fontos megállapítás tehető:

1. nincs korrelációs kapcsolat a mért mennyiség nagysága és a szórás között (a vizsgált mérési eredmények szórása a mérések számától függően ±0.010-0.023 mGal, átlagosan ±0.016 mGal),
2. nincs szoros összefüggés a mért mennyiségek nagysága és a húsz év alatt előforduló legnagyobb Δmax eltérések között sem.

Feltűnő viszont, hogy az egyes kapcsolatok Δmax értékei lényegesen nagyobbak, mint a hozzájuk tartozó szórások. Ez azt jelenti, hogy a nagyobb időtávlatokban ismételten mért kapcsolatok esetenként erősen eltérő Δg értékeit nem a graviméterek mérési megbízhatóságának romlása, hanem a mérések korábban említett külső körülményeinek és az erőtérnek a változásai befolyásolják. Ennek különösen az alaphálózatok szempontjából van nagy jelentősége, ugyanis ha egy országos alaphálózat mérési ideje több évet igényel és az időbeli változások nem egyenletesek a hálózattal lefedett területen, akkor a hálózat megbízhatósága – a kényszerértékek változatlanul tartása mellett – változik az egyes hálózatrészeken annak a függvényében, hogy ott milyen mértékű volt az erőtér időbeli változása. Ezek a változások igénylik – egyéb okok mellett – az országos hálózatok, illetve a kalibrációs alapvonalak főpontjainak 10-15 évenkénti újramérését.

Az újabb hálózatokban egyre több abszolút állomást (ún. nulladrendű hálózati pontokat) telepítenek. Ezek rendszeres újramérése lehetőséget nyújt a teljes hálózat stabilitásának ellenőrzéséhez, illetve a nehézségi erőtér lokális/regionális időbeli változásának tanulmányozásához is. Minél több abszolút állomás szerepel egy hálózatban, annál gazdaságosabb az alsóbbrendű hálózatrészek újramérése, mert behatárolhatók azok a területek, ahol a hálózati pontok nehézségi gyorsulás értékeinek változásai meghaladják a hálózati középhibát, illetve az átlagos ponthibát.

5 Összegezés

A magyarországi gravitációs kalibráló alapvonalon mintegy 20 évre visszatekintő nagypontosságú graviméteres mérések megbízhatóságára ±15-20 μGal érték adódott, miközben a mérések több hónappal későbbi megismétlésekor a kapott értékekben akár 80-100 μGal eltérés is tapasztalható volt. Vizsgálatainkból arra a következtetésre juthatunk, hogy a graviméteres mérések pontosságának már nem műszertechnikai korlátai vannak, hanem ezt elsősorban olyan külső körülmények, mint pl. a talajvízszint ingadozása vagy a talajnedvesség változása szabják meg.

Emiatt a nehézségi erő ±80-100 μGal-t meg nem haladó mértékű változásait még akkor is kellő kritikával kell fogadnunk, ha a változások azonos jelleget mutatnak. Tőlünk független külső tényezők ugyanis ekkora eltéréseket okozhatnak, amelyeknek meghatározása gyakorlatilag igen nehéz.

Megjegyzés: Kutatásaink a K60657 és a K46718 sz. OTKA támogatásával folynak.

Hivatkozások

Amalcict M, Hinderer J, Makinen J, Rosat S, Rogister Y (2004): Long-term and seasonal gravity changes at the Strasbourg station and thei relation to a crustal deformation and hydrology, Journal of Geodynamics 38, 343-353.

Csapó G, Szabó Z, Völgyesi L (2003): Changes of gravity influenced by water-level fluctuations… Reports on Geodesy Warsaw Univ. of Technology 64; 1, 143-153.

Csapó G, Völgyesi L (2005): Geodéziai és geofizikai módszerek együttes alkalmazása a nehézségi erőtér időbeli változásainak vizsgálatára, Geomatikai Közlemények VIII, 191-198.

Csapó G (2006): Accuracy Tests of LCR Model G gravimeters. Geophysical Transactions, Vol. 47.

Crossley D, Hinderer J, Boy JP (2004): Regional gravity variations in Europe from superconducting gravimeters, Journal of Geodynamics 38, 325-342.

Harnisch G, Harnisch M (2006): Hydrological influences in long gravimetric data series, Journal of Geodynamics 41, 276-287.

Kroner C, Jahr Th, Jentzch G (2004): Results from 44 months of observaions with a superconducting gravimeter at Moxa/Germany, Journal of Geodynamics 38, 263-280.

Llubes M, Florsch N, Hinderer J, Longuevergne L, Amalvict M (2004): Local hydrology, the Global Geodynamics Progect and CHAMP/GRACE perspective: some case studies, Journal of Geodynamics 38, 355-374.

Neumeyer J, Barthelmes F, Dierks O, Flechtner F, Harnisch M, Harnisch, G. Hinderer J, Imanishi Y, Kroner C, Meurers B, Petrovic S, Reigber Ch, Schmidt R, Schwintzer P, Sun HP, Virtanen H (2006): Combination of temporal gravity variations resulting from superconducting gravimeter (SG) recordings, GRACE satellite observations and global hydrology models, Journal of Geodesy, 79; 10-11, 573-585.

Rónai A (1956): A magyar medencék talajvize, az országos talajvíztérképező munka eredményei (1950-55). MÁFI évkönyve XLVI; 1, 245. Műszaki Kiadó, Budapest.

Völgyesi L, Szabó Z, Csapó G (2004): Relation between the geological conditions and vertical surface movements in the Pannonian basin, Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York; Series: IAG Symposia, 129, 358-363.

Völgyesi L, Csapó G, Szabó Z (2005): Relation between time variation of gravity and pannonian sediment thickness in the Carpathian basin., Reports on Geodesy, Warsaw University of Technology, 73; 2, 255-262.

VETÍTÉSEK A FÖLD FELSZÍNÉRŐL AZ ELLIPSZOIDRA

*Szűcs László**

Projections from the surface of the Earth to the ellipsoid *– This paper summarises the equations and compare the results of Helmert and Pizzetti projections in case of the traditional (horizontal distance and direction) and GPS measurements.*

Keywords: Helmert's and Pizzetti's projections, deflection of the vertical, projections, GPS

A tanulmány összefoglalja a földfelszíni pontok Helmert- és a Pizzetti-féle vetítésének számítási módját, valamint összehasonlítja a vetítések eredményét a hagyományos irány- és távmérések, valamint a GPS-mérések esetében.

Kulcsszavak: Helmert- és Pizzetti-féle vetítések, függővonal-elhajlás, vetítések, GPS

1 Bevezetés

Hazánkban a GPS-méréseket leggyakrabban a felmérés vagy kitűzés helyszínén, a geodéziai alaphálózat pontjainak sűrítésére alkalmazzák. Térbeli transzformációk esetén, amikor a GPS-szel meghatározott, WGS84 geodéziai dátumban értelmezett pontokat szélső pontossággal kívánjuk a HD72 geodéziai dátumba transzformálni, majd az EOV koordinátákat meghatározni, ismernünk kell, hogy milyen módon vetíthetjük a térbeli pontokat az ellipszoidra, vagy az ellipszoidi pontokból hogyan számíthatunk a transzformációs paraméterek meghatározásához térbeli derékszögű koordinátákat. Ezért mindenképpen meg kell vizsgálnunk a szakirodalomban található vetítési lehetőségeket, és azt is, hogyan alkalmazták ezeket a vízszintes alaphálózatunk (EOVA) számításakor, mivel a vízszintes felsőrendű alaphálózatunk számítási munkálatait az ellipszoidon végezték. Ehhez azonban a földfelszíni pontokat és méréseket az ellipszoidra kellett vetíteni. A következőkben áttekintjük a pontok, valamint az irány- és távmérések ellipszoidra átszámításának módszereit.

2 A földfelszíni és egyéb térbeli pontok vetítése az ellipszoidra

A földfelszíni pontok térbeli helyzetét többfajta koordinátával írhatjuk le. Ha olyan térbeli derékszögű koordináta-rendszert veszünk fel, amelynek Z tengelye párhuzamos a Föld forgástengelyének Földhöz viszonyított valamilyen megegyezéses helyzetével, X tengelye párhuzamos valamilyen megegyezéses kezdőmeridián síkjával, akkor a pontjaink helyzetét a térbeli derékszögű X-Y-Z koordinátáival jellemezhetjük, amelyek egyértelműen megadják a pontok egymáshoz viszonyított helyzetét. Ilyen koordináta-rendszerből több létezhet, attól függően, hogy a Z tengelye és XZ síkja merre mutat, és hol van a kezdőpont helye a térben. Ilyen koordináta-rendszerben adja a GPS-vevő a mért pontok koordinátáit.

Azonban a gyakorlati életben egészen a kőkorszaki ábrázolásokig visszatekintve, a földfelszíni pontok térbeli helyzetét két összetevőre bontották, ezek a pont „vízszintes" helyzetét és a magasságát leíró adatok. A vízszintes helyzetet a különböző földrajzi koordináta-rendszerekben (szintfelületi, ellipszoidi, gömbi), vagy vetületi síkkoordináta-rendszerekben értelmezzük. A magasság értelmezésére több magasságfogalom is kialakult.

Ezek alapján látható, hogy a földfelszíni pontokat valamilyen egyértelmű módon, az ellipszoidra kell vetítenünk, és meg kell határoznunk a térbeli pontok ellipszoid feletti magasságát is.

Ehhez először is egy ellipszoidot kell elhelyeznünk a térbeli derékszögű koordináta-rendszerbe, amelynek középpontja egybeesik a koordináta-rendszer origójával, kistengelye pedig a Z tengellyel. Erre az ellipszoidra kell vetítenünk a térbeli pontokat.

A vetítésnek két módszere is lehetséges. Helmert szerint a térbeli pont ellipszoidi megfelelője az az ellipszoidi pont, amelyhez tartozó ellipszoidi normális átmegy a térbeli ponton (1 ábra). Tehát ebben az esetben a vetítést ellipszoidi normálissal végezzük. A Helmert-féle vetítés tisztán geomet-

*SzIE, Ybl Miklós Építéstudományi Kar, 1146 Budapest, Thököly út 74.
E-mail: szucs.laszlo@ymmfk.szie.hu

riai alapokon nyugszik, nem kapcsolódik a Föld nehézségi erőteréhez. Ha különválasztottuk a vízszintes és a magassági koordinátákat, a térbeli pontot csak függőlegesen mozgatva, a vízszintes koordinátája nem változhat. A függőleges mozgatásnak a gyakorlati életben a ponton átmenő függővonal pontjai felelnek meg. Helmert-féle vetítésnél a vízszintes koordináták csak akkor maradnának változatlanok, ha a pontot az ellipszoidi normálison mozgatnánk, azaz az ellipszoidi normális egybeesne a függővonallal, ami egyenletes tömegeloszlású, forgástest alakú Földet feltételezve az egyenlítő és a pólusok kivételével még elméletileg sem történhetne meg. Így Helmert módszerével vetítve, a függővonalon mozgatott pontnak más-más ellipszoidi pont fog megfelelni, aminek következményeként változik a pont vízszintes koordinátája is. Pizzetti módszere ezt küszöböli ki, kapcsolódva a földi nehézségi erőtérhez, mivel a térbeli pontot a függővonallal vetíti az ellipszoidra (Homoródi 1966). Így elérhető, hogy azonos függővonalon lévő pontokhoz mindig ugyanaz a vízszintes koordináta tartozzék. Pizzetti módszerének közelítése, amikor a térbeli pontot a függővonallal a geoidra vetítjük és a geoidi pontot Helmert-féle vetítéssel vetítjük az ellipszoidra (Biró 1965). Figyelembe véve a geoidunduláció és a geoidi függővonal-elhajlás értékét, ez nem okoz a gyakorlatban észrevehető hibát.

A hagyományos hálózatméréseknél kezdetben csak Helmert-féle vetítést végeztek, de később kidolgozták a Pizzetti-féle vetítést megvalósító eljárásokat. A Helmert-féle módszerrel levetített ponthoz különböző javításokat vezettek be, melyek a függővonal ellipszoidi normálistól való eltérését figyelembe véve, a Pizzetti-féle vetítésnek megfelelő ellipszoidi helyzetet határoznak meg.

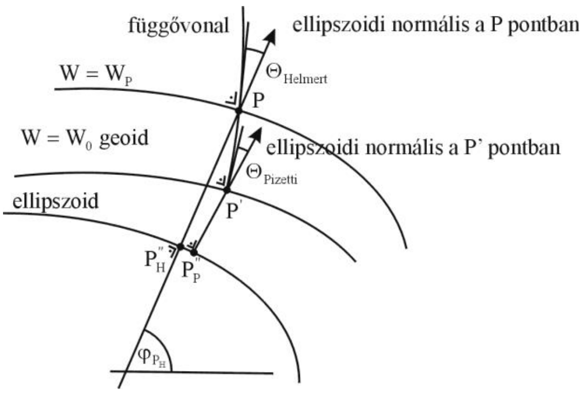
A GPS-méréseknél a térbeli pontokat Helmert-féle vetítéssel vetítjük a WGS84 ellipszoidra. Ez azt jelenti, hogy azonos függővonalon lévő különböző magasságú pontok ellipszoidi koordinátái egymástól kissé eltérnek. Ez a megoldás abból adódhat, hogy általában nem áll rendelkezésre a WGS84 geodéziai dátumhoz tartozó függővonal-elhajlás a GPS-szel mért pontokban, valamint az alkalmazások többségénél a két vetítés eltérése okozta helyzeti hiba elhanyagolható.

Vizsgáljuk meg, hogy mekkora a Helmert- és a Pizzetti-féle vetítés eltérése. Ehhez szükségünk van a függővonal-elhajlás értékére a vizsgált pontban. A szakirodalomban (pl. Homoródi 1966) az eltérésre a következő összefüggést találjuk (körívvel közelítve a függővonalat):

$$r = h \sin\frac{\Theta}{2} \approx \frac{h}{2}\Theta \ . \tag{1}$$

ahol h a vetítendő pont ellipszoid feletti magassága,
Θ a függővonal-elhajlás értéke a pontban.

Ez alapján, Magyarországon alföldi viszonylatban az eltérés néhány milliméter, de hegyvidéki területeken több centimétert is elérhet. Ezek az eredmények jó hasonlóságot mutatnak (Papp és Benedek 1998)-ban található eredményekkel.



1. ábra. A pontok Helmert- és Pizzetti-féle vetítése

3 Az iránymérések átszámítása az ellipszoidra

A hálózatok létesítésekor nem magukat a pontokat vetítjük az ellipszoidra, hanem a mérési eredményeket. A felsőrendű vízszintes alaphálózat terepen nyert mérési eredményeit különböző javításokkal látták el, hogy azok olyanok legyenek, mintha a méréseket az ellipszoidi pontok között, az ellipszoidon hajtották volna végre. Csak ezen javítások alkalmazása után kapunk ellipszoidra átszámított mérési eredményeket. A földfelszíni pontok ellipszoidra vetítésével előzőleg már foglalkoztunk, ezek figyelembevételével kell a mérések javításait kialakítanunk és kezelnünk.

Attól függően, hogy milyen vetítéssel élünk, a terepi méréseinket különböző javításokkal kell ellátni. A szögmérések (majd a belőlük számított azimutok) javításának *transzlatív* vagy *kifejlesztési* módszerénél Helmert-féle vetítéssel éltek. A mérési eredmények javításakor nem vették figyelembe, hogy a műszer állótengelye szöget zár be a ponton áthaladó ellipszoidi normálissal, azaz nem vették figyelembe a földfelszíni Helmert-féle függővonal-elhajlás értékét. Ez gyakorlatilag az állótengely-ferdesége műszerhiba hatásának felel meg. A mérési eredményeket egy j_1 jelű javítással látták el, amely két részből tevődött össze. Egyrészt tartalmazta a $\Delta\alpha_1$ javítást, amely az irányzott pont ellipszoidra vetítése miatti azimutváltozást vette figyelembe (2. ábra). Erre azért van szükség, mert az irányzott pontban az ellipszoidi normális általában nem párhuzamos a műszerálláspont ellipszoidi normálissal. Másrészt tartalmazta azt a javítást, amely az ellipszoidi normálmetszet azimutja és a geodéziai vonal azimutja közötti eltérést adja meg ($\Delta\alpha_0$) (3. ábra). A két javításra felállított képlet (Földváryné 1989):

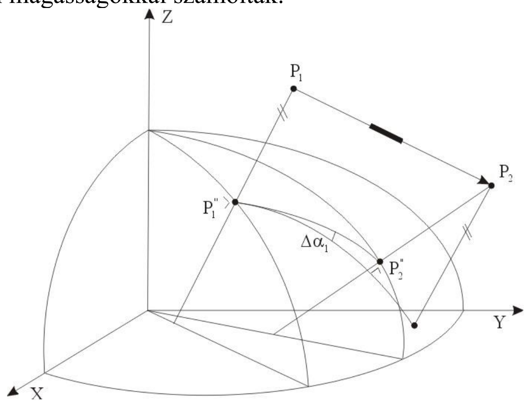
$$\Delta\alpha_1 = \frac{1}{2} e^2 \frac{h}{a} \cos^2 \varphi_1 \sin 2\alpha \ . \tag{2}$$

$$\Delta\alpha_0 = \frac{1}{12} \frac{t^2}{a^2} e^2 \cos^2 \varphi_1 \sin 2\alpha \ . \tag{3}$$

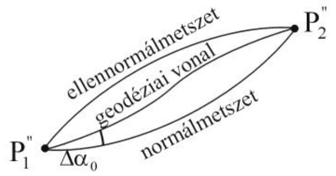
$$j_1 = \Delta\alpha_0 + \Delta\alpha_1 \ . \tag{4}$$

ahol $a,\ e^2$: az ellipszoid paraméterei (fél nagytengely, első numerikus excentricitás négyzete),
h : az irányzott pont ellipszoid feletti magassága,
φ_1 : a műszerálláspont ellipszoidi földrajzi szélessége,
α : a normálmetszet azimutja,
t: a két pont közelítő távolsága.

A gyakorlatban a $t,\ h, \varphi_1$ és α értékeket térképről határozták meg, ellipszoid feletti magasságok helyett tengerszint feletti magasságokkal számoltak.



2. ábra. Az irányzott ponton átmenő ellipszoidi normálissal való vetítés miatti javítás



3. ábra. A normálmetszet és a geodéziai vonal eltérése miatti javítás

A Pizzetti-féle vetítést megvalósító módszert *vetítési* vagy *projektív* eljárásnak nevezik. Ehhez figyelembe kell vennünk, hogy az előző javítások után is a műszer állótengelye a függővonal pontbeli érintője irányába mutat, amely szöget zár be a ponton áthaladó ellipszoidi normálissal (Helmert-féle függővonal-elhajlás). Az ebből adódó „állótengely ferdeség" jellegű hibát a j_2 korrekcióval vehetjük figyelembe:

$$j_2 = (\eta \cos\alpha - \xi \sin\alpha) / \tan z \ , \tag{5}$$

ahol ξ, η: a Pizzetti-féle függővonal-elhajlás összetevői,

z : az irányzott pont zenitszöge.

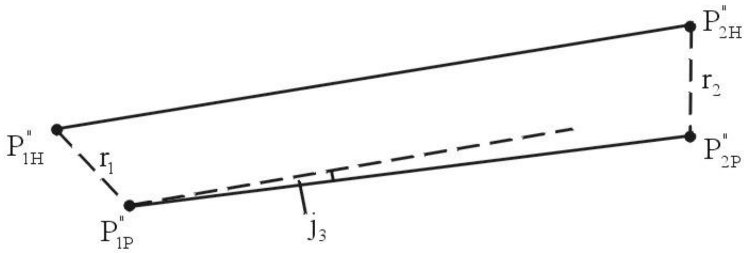
Végül j_3 javítást kell alkalmaznunk amiatt, hogy az ellipszoidi normálissal történt vetítéssel kapott műszerálláspont és irányzott pont, a függővonallal végzett vetítéssel kapott pontokhoz képest külpontok, ahol a külpontosság lineáris mértéke r_1 és r_2 (4. ábra). Tehát a javítás feladata, hogy a mérési eredményeinket átvigyük a függővonallal vetítve kapott pontokba, mint központokba.
A javítás képlete:

$$j_3 = \frac{h_1}{2t'}(\xi_1 \sin\alpha_1 - \eta_1 \cos\alpha_1) - \frac{h_2}{2t'}(\xi_2 \sin\alpha_1 - \eta_2 \cos\alpha_1) \ , \tag{6}$$

ahol h_1 és h_2 : a műszerálláspont és az irányzott pont ellipszoid feletti magassága,

$\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2$: a műszerálláspont és az irányzott pont Pizzetti-féle függővonal-elhajlás összetevői,

α_1, t': az irányzott pontra menő geodéziai vonal azimutja és hossza transzlatív módszerrel számítva.



4. ábra. A Helmert- illetve Pizzetti-féle vetítéssel kapott ponthelyek eltérése miatti javítás

4 A távmérések átszámítása az ellipszoidra

A földfelszíni pontok között mért hosszakat is az alapfelületre kell átszámítani. Mivel napjainkban hosszabb távolságokat csak elektronikus távmérővel mérnek, nem érdemes ennél régebbi módszerekkel - mint drótmérés vagy alapvonal-fejlesztő hálózat – foglalkozni. Mivel az elektromágneses jelek a légkörben annak fizikai állapotától függően terjednek, a mérési eredményeket először légköri korrekciókkal kell ellátni. Így kapjuk meg a térbeli távolságot, amelyet az alapfelületre kell redukálnunk. Erre több számítási módszer is megjelent a szakirodalomban. A következőkben ezekből fogok néhányat bemutatni.

A Földváryné (1989) szerinti eljárás első lépésében a távolságot vízszintesre redukáljuk a vonal középmagasságában:

$$t_v = t - \frac{(h_2 - h_1)^2}{2t} - \frac{(h_2 - h_1)^4}{8t^3} . \qquad (7)$$

A korrekciós tag második felét csak akkor számolták, ha a távolság kisebb, mint 4 km és az első korrekciós tag elérte a 2 métert. Ebből számítjuk a két végpont ellipszoidi megfelelője közötti ellipszoidi húrt Helmert-féle vetítéssel, az ellipszoidot gömbbel közelítve (5. ábra):

$$t_{húr} = t_v \left(1 - \frac{h_1 + h_2}{2R} \right), \qquad (8)$$

ahol h_1 és h_2 : a végpontok ellipszoid feletti magassága,
R: az ellipszoid görbületi sugara a két pontot összekötő irányban.

Ezt a sugarat 10 km-ig állandónak tekintették, értékét a következő módon határozták meg:

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2 \alpha}{M_k} + \frac{\sin^2 \alpha}{N_k}, \qquad (9)$$

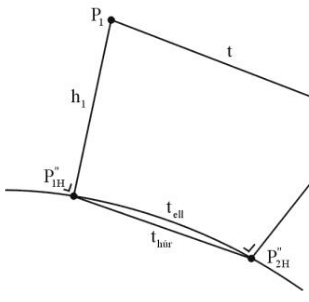
$$M_k = \frac{a(1-e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_k)^{3/2}} , \qquad (10)$$

$$N_k = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_k)^{1/2}} , \qquad (11)$$

ahol M_k és N_k az ellipszoid meridián- és harántgörbületi sugara a vonal középpontjában. Végül az ellipszoidi húrhosszból számítjuk az ellipszoidi ívhosszt:

$$t_{ell} = t_{húr} + \frac{1}{24}\frac{t_{húr}^3}{N_1^2}\left(1 + 2 f_{ell1}^2 \cos^2 \alpha_{12}\right) - \frac{1}{8}\frac{t_{húr}^4}{N_1^3} f_{ell1}^2 \tan \varphi_1 \cos \alpha_{12} , \qquad (12)$$

ahol $f_{ell1}^2 = e'^2 \cos^2 \varphi_1$,
N_1: az ellipszoid harántgörbületi sugara a műszerálláspontban,
e' : az ellipszoid második numerikus excentricitása,
φ : földrajzi szélesség a műszerálláspontban,
α : a geodéziai vonal azimutja.



5. ábra. A térbeli távolság átszámítása az ellipszoidra Helmert-féle vetítés esetében

Megjegyzem, hogy valójában ez az ellipszoidi ív a normálmetszet íve. A normálmetszet és geodéziai vonal ívhossza között azonban olyan csekély a különbség, hogy tekinthető a geodéziai vonal ívhosszának is (Homoródi 1966). Ha szükséges, az ellipszoidi húrhosszból meghatározható az R sugarú simulógömbön a gömbi távolság is a két pont között:

$$t_{gömb} = t_{húr} + \frac{t_{húr}^3}{24R^2}. \tag{13}$$

A Homoródi (1966) által adott számítási eljárás ettől kissé eltérő. A mért ferde távolságból „vízszintesre" redukálás nélkül egyenesen ellipszoidi (vagy tekinthetjük simulógömbi) húrhosszat számítunk:

$$t_{húr} = t\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{(h_1-h_2)^2}{t^2} + \frac{h_1+h_2}{R}\right)\right] = t - \frac{(h_1-h_2)^2}{2t} - t\frac{h_1+h_2}{2R}. \tag{14}$$

A zárójel felbontása után azonban azonnal látható, hogy ez nem más, mint az előzőleg bemutatott számítási eljárás, több elhanyagolással.
A (13) felhasználásával számítjuk az ellipszoid simulógömbjén az ívhosszat, majd ebből az ellipszoidi ívhosszat:

$$t_{ell} = t_{gömb} + h_2 \frac{t_{gömb}}{N_1} e'^2 \cos\varphi_1 \cos\alpha_{12}. \tag{15}$$

Nagy távolságban lévő pontok esetére (Halmos et al. 1977) is találunk összefüggést az ellipszoidi húrhosszból ellipszoidi geodéziai vonal ívhosszának megbízható számítására. Az ívhosszat a húrhossz hatványsoraként határozza meg:

$$t_{ell} = t_{húr}\left(c_1 + c_2\frac{t_{húr}^2}{N_1^2} + c_3\frac{t_{húr}^3}{N_1^3} + c_4\frac{t_{húr}^4}{N_1^4} + \cdots\right), \tag{16}$$

ahol a hatványsor tagjai:

$$c_1 = 1, \tag{17}$$

$$c_2 = \frac{1}{24}(1 + f^2\cos^2\alpha_{12})^2, \tag{18}$$

$$c_3 = -\frac{1}{8} f^2 \tan\varphi_1 \cos\alpha_{12}(1 + 2f^2\cos^2\alpha_{12}), \tag{19}$$

$$c_4 = \frac{1}{5760}\left[27 + 216\tan^2\varphi_1 f^2 - 108 f^2\cos^2\alpha_{12} + 4f^4\cos^2\alpha_{12}(275\cos^2\alpha_{12} - 27\tan^2\varphi_1)\right], \tag{20}$$

$$c_5 = -\frac{1}{288} f^2 \tan\varphi_1 \cos\alpha_{12}(1 + 18\cos^2\alpha_{12} - 6\cos^4\alpha_{12}), \tag{21}$$

$$c_6 = \frac{1}{322560}\left[225 + f^2(3024\tan^2\varphi_1 - 2366\cos^2\alpha_{12})\right]. \tag{22}$$

Ebben az esetben $f^2 = e'^2\cos^2\varphi_1$.
A szakirodalomban találunk más összefüggéseket is a ferde távolságok húrrá, vagy ívhosszá való átszámítására. A Joó (1962) szerint a következő képlet használható a gömbi ívhossz számítására:

$$t_{gömb} = \sqrt{\frac{12R^2M'^2}{12(R+h_1)(R+h_2)-M'^2}}\,, \tag{23}$$

ahol $M'^2 = t^2 - (h_2 - h_1)^2$.

Ebből számíthatjuk az ellipszoidi ívhosszat a megfelelő összefüggéssel.

Ugyanitt találhatunk egy összefüggést, amelyet a nemzetközi szakirodalomból vettek át:

$$t_{gömb} = t + K_1 + K_2 + K_3\,, \tag{24}$$

$$K_1 = -\frac{(h_2-h_1)^2}{2t} - \frac{(h_2-h_1)^4}{8t^3}\,, \tag{25}$$

$$K_2 = -t\frac{h_1+h_2}{2R}\,, \tag{26}$$

$$K_3 = \frac{t^3}{24R^2}\,. \tag{27}$$

Az összefüggéshez tartozó K javítások majdnem pontosan megfelelnek az előzőekben bemutatott eljárások javításainak.

Ha összehasonlítjuk az öt eljárást, észrevehetjük, hogy nem pontosan azonosak, így nem is tökéletesen ugyanazt az eredményt szolgáltatják. Fejezzük ki a húr hosszát az egyes eljárásoknál található összefüggések felhasználásával. A (7-8) összefüggésekből:

$$t_{húr} = \left[t - \frac{(h_2-h_1)^2}{2t} - \frac{(h_2-h_1)^4}{8t^3}\right]\left(1-\frac{h_1+h_2}{2R}\right), \tag{28}$$

a (14)-es képlet kifejtéséből:

$$t_{húr} = t - \frac{(h_1-h_2)^2}{2t} - t\frac{h_1+h_2}{2R}\,. \tag{29}$$

Végül a (24-26) képletek felhasználásával (a (27) korrekció elhagyásával, mivel azzal már gömbi hosszt számíthatunk):

$$t_{húr} = t - \frac{(h_2-h_1)^2}{2t} - \frac{(h_2-h_1)^4}{8t^3} - t\frac{h_1+h_2}{2R}\,. \tag{30}$$

Látható, hogy a (29) képlettel számítás azonos a (30) számítással, a középmagassági korrekciós tag második felének elhanyagolásával. Mind a (29), mind a (30) képlet pedig megfelel a (28) összefüggés egyszerűsítésének.

Véleményem szerint a következő számítási módot fogadhatjuk el az ellipszoidi ívhossz meghatározására: először az (28) képlettel kiszámítjuk az ellipszoidi húr hosszát, majd a (16) összefüggéssel ebből meghatározzuk a geodéziai vonal hosszát.

Ha átalakítjuk a javításokat szorzat formájába, könnyen meghatározhatjuk az ellipszoidi távolság középhibáját (feltételezve, hogy a korrekciós tagok pontossága legalább egy nagyságrenddel meghaladja a távmérés pontosságát):

$$t_v = t\left(1 - \frac{\Delta h^2}{2t^2} - \frac{\Delta h^4}{8t^4}\right) = tm_1\,, \tag{31}$$

$$t_{húr} = t_v(1 - \frac{h_1 + h_2}{2R}) = t_v m_2 , \tag{32}$$

$$t_{ell} = t_{húr} m_3 = t m_1 m_2 m_3 . \tag{33}$$

A hibaterjedés törvényét alkalmazva az ívhossz középhibája a mért távolság középhibájának a három redukciós szorzóval szorzataként áll elő. Azonban a javítások a távolságokhoz képest kicsinyek, így mondhatjuk, hogy $m_1 \approx 1$, $m_2 \approx 1$ és $m_3 \approx 1$, azaz $m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \approx 1$. Így a különböző felületekre vetített távolságok középhibája azonosnak tekinthető.

Ha a távolság végpontjainak vetítését függővonallal végezzük, akkor figyelembe kell vennünk, hogy a végpontok függővonallal vetített ellipszoidi megfelelői eltérnek az ellipszoidi normálissal vetített értékektől. Így a *k'* távolsági javítást kell alkalmaznunk:

$$k' = \frac{h_1}{2}(\xi_1 \cos\alpha_{12} + \eta_1 \sin\alpha_{12}) - \frac{h_2}{2}(\xi_2 \cos\alpha_{12} + \eta_2 \sin\alpha_{12}) . \tag{34}$$

A korrekciós tag értéke kis magasságok és függővonal-elhajlás értékek esetében néhány milliméter, de hegyvidéki területeken több centimétert, vagy akár decimétert is elérhet.

Kisebb kiterjedésű vagy kisebb pontossági igényű hálózatokban bizonyos korrekciók elmaradhatnak. Így például negyedrendű alappontsűrítés esetén a mért ferde távolságokat először vízszintesre redukáljuk (ebben benne rejlik az a feltételezés, hogy a szintfelület a két pont között síkkal helyettesíthető, a függővonalak pedig párhuzamosak):

$$t_v = t \sin z . \tag{35}$$

A vízszintes távolságot pedig az alapfelületre - gömbre - számítjuk át:

$$t_{alapf.} = t_v(1 - \frac{H_k}{R}) , \tag{36}$$

ahol H_k : a végpontok tengerszint feletti magasságának középértéke,
R: a közepes földsugár (6380 km).

Mivel ebben az esetben a számításokat a vetületi síkon végezzük, az alapfelületi hosszt a vetületre kell átszámítanunk az m vetületi hossztorzulási tényező segítségével:

$$t_{vetületi} = m t_{alapf.} . \tag{37}$$

5 A GPS-szel meghatározott térbeli derékszögű koordináták vetítése a WGS84-es ellipszoidra

A GPS-rendszer alapvetően térbeli, a WGS84 geodéziai dátumhoz tartozó térbeli derékszögű koordinátákkal dolgozik. Ahhoz, hogy ezek a koordináták a felhasználók számára szemléletesebbek legyenek, a térbeli pontokat Helmert-féle vetítéssel a tömegközépponti elhelyezésű WGS84 ellipszoidra vetítik. A vetítés matematikai összefüggése (az ellipszoidi földrajzi koordinátákból térbeli derékszögű koordinátákat számolva):

$$\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+h)\cos\varphi\cos\lambda \\ (N+h)\cos\varphi\sin\lambda \\ (\frac{b^2}{a^2}N+h)\sin\varphi \end{bmatrix} , \tag{38}$$

ahol a meridián harántgörbületi sugara az ellipszoidra vetített pontban

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} . \tag{39}$$

6 Összefoglalás

A Helmert-féle vetítés nem kapcsolódik a Föld nehézségi erőteréhez, azaz a pontot a függővonalon mozgatva kismértékben változnak a vízszintes koordináták is. Vagyis a vetítővonal és a függővonal nem esik egybe. Ezt hiba lenne a Helmert-féle vetítés hibájának tekinteni, mivel ez a szemlélet a két módszer keveredését mutatja, amelynek oka abban keresendő, hogy a számításokat gyakran Helmert-féle vetítéssel végezzük, a valóságban pedig a függőleges irányt a függővonal jelöli ki.

A Pizzetti-féle vetítés a függővonalat használja vetítővonalnak. Így különválasztja a vízszintes és magassági koordinátákat. Azonban láthattuk, hogy a Pizzetti-féle vetítéshez ismernünk kell a függővonal-elhajlás összetevők értékét. Ez a legtöbb esetben nem áll rendelkezésünkre. Ezért például a GPS-méréseknél „hivatalosan” is a Helmert-vetítést kell alkalmazni. A függővonal-elhajlások meghatározásához szükségünk van a hálózati pontok ellipszoidi koordinátáira. Így a mérések Pizzetti-féle vetítése előtt mindenképp Helmert-féle vetítéssel kell a hálózatot kiszámítanunk az ellipszoidon, hogy legyenek előzetes ellipszoidi koordinátáink, amelyekből számított függővonal-elhajlás értékeket felhasználjuk a Pizzetti-féle vetítés korrekciós tagjainak számítására.

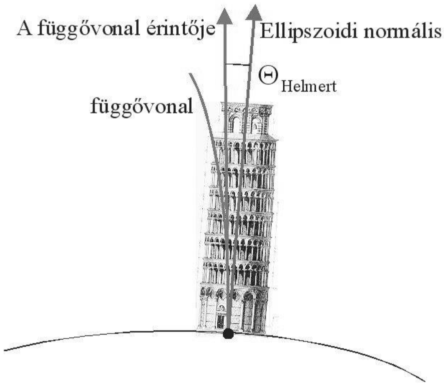
Mivel a korabeli számítási lehetőségek nem engedtek meg többszöri hálózatkiegyenlítést, a hagyományos geodéziai hálózatokban is gyakorlatilag a Helmert-féle vetítést alkalmazták, nem számoltak a Pizzetti-féle vetítés korrekciós értékeivel. Másrészt a függővonal-elhajlás számításához szintfelületi földrajzi koordinátákra is szükségünk van, amelyeket csak csillagászati helymeghatározó mérésekkel kaphatunk. Az ilyen mérések költségesek és sok ideig tartanak, ezért nem lehet a hálózat minden pontjában elvégezni őket.

A két módszerrel történő vetítés következtében ugyanazon pont ellipszoidi megfelelői akár deciméteres eltérést is mutathatnak. Mérések esetében ez a hálózat torzulását jelenti, de ezt a torzulást a bemutatott javításokkal figyelembe vehetjük.

Amikor az ellipszoidi földrajzi koordinátákból számítjuk ki a földfelszíni pont térbeli derékszögű koordinátáit, például geodéziai dátumok közötti transzformáció felállításához, akkor is a Helmert-féle vetítésnek megfelelő térbeli derékszögű koordinátákat határozzuk meg, mivel a pontleírásokban nem szerepelnek a pont meghatározásakor használt függővonal-elhajlás összetevők. A Föld nehézségi erőterére egyre több és egyre pontosabb méréseket végeznek, amelynek eredményeként egyre pontosabb értékek várhatók a függővonal-elhajlásokra. Így a számításban nem lenne mindegy, hogy melyik függővonal-elhajlás értékkészletet alkalmazzuk.

Felmerülhet a kérdés, hogy a gyakorlati életben mikor van annak jelentősége, hogy az azonos függővonalon lévő pontok vízszintes koordinátái azonosak legyenek? Általában ritkán helyezünk el geodéziai pontokat egymás felett. Két esetben azonban szükséges. Az egyik a bányatérképek készítése. Tudnunk kell, hogy a felszín alatt hol helyezkednek el a bányajáratok. Azonban ebben az esetben a néhány deciméteres eltérés a mérési pontossághoz képest elhanyagolható. A másik eset a magas építmények építésirányítása. Felhőkarcolóknál megbízható eljárás, ha az emeleteken a kitűzéshez alkalmazott alappontokat, vagy magukat a kitűzendő pontokat GPS-technikával határozzuk meg. Azonban, mint az előzőekben láthattuk, a GPS-rendszer a Helmert-féle vetítést valósítja meg. Azaz, ha minden szinten azonos ellipszoidi földrajzi koordinátákra tűzzük ki a pontokat, akkor az ellipszoidi normális, és nem a függővonal mentén fog épülni az épület (6. ábra). Ez felhőkarcolók esetében az 1. táblázatban szereplő hibát okozhatja.

Véleményem szerint ezek alapján - annak ellenére, hogy a modern számítógépek korában sem technikai sem gazdasági akadálya nem lenne - az a tanulság vonható le, hogy a hálózati pontokat és mérési eredményeket Helmert-féle (ellipszoidi normálissal történő) vetítéssel célszerű az ellipszoidra vetíteni, majd a hálózatkiegyenlítést elvégezni. Azaz a pontok ellipszoidi megfelelőjének mai napig az ellipszoidi normálissal történő vetítéssel kapott ellipszoidi ponthelyet lenne célszerű tartanunk, hogy egyértelműen járjunk el. Később, ha a függővonal-elhajlás értékek véglegessé és általánosan használhatóvá válnak, ezeket a koordinátákat átszámíthatjuk a Pizzetti-féle vetítéssel kapható helyükre a megfelelő javítások figyelembevételével, ha erre szükség lesz.



6. ábra. Magas építmények GPS-el történő építésirányításában elkövetett hiba

1. táblázat. Magas épületek kitűzési hibái [cm] az épületmagasság és a függővonal-elhajlás függvényében

Magasság	Függővonal-elhajlás ["]					
[m]	5	10	15	20	25	30
100	0.2	0.5	0.7	1.0	1.2	1.5
200	0.5	1.0	1.5	1.9	2.4	2.9
300	0.7	1.5	2.2	2.9	3.6	4.4
400	1.0	1.9	2.9	3.9	4.8	5.8
500	1.2	2.4	3.6	4.8	6.1	7.3
600	1.5	2.9	4.4	5.8	7.3	8.7

Köszönetnyilvánítás. A kutatás a T043007 számú „Magyarországi geodéziai vonatkozási rendszerek és vetületi síkkoordináta-rendszerek vizsgálata” című OTKA pályázat keretein belül történt.

Hivatkozások

Biró P (1965): A geodéziai gravimetria időszerű kérdései. Geodézia és Kartográfia, 17; 3, 178-185.

Földváryné VM (1989): Alaphálózatok II. Egyetemi jegyzet. Tankönyvkiadó, Budapest.

Halmos F, Szádeczky-Kardoss Gy (1977): Ellipszoidi húrhosszak geodéziai átszámítása. Geodézia és Kartográfia, 29; 1, 21-24.

Homoródi L (1966): Felsőgeodézia. Egyetemi tankönyv. Tankönyvkiadó, Budapest.

Joó I (1964): Az elektromos távolságmérőkkel kapcsolatos geodéziai számítások. Geodézia és Kartográfia, 14; 4, 259-265.

Papp G, Benedek J (1998): A függővonal modellezése a tömegvonzási erőtérben. MTA GGKI, Sopron, Geomatikai Közlemények I, 55-70.

AZ MGH-50 ÉS AZ MGH-2000 ORSZÁGOS GRAVIMETRIAI HÁLÓZATOK KÖZÖTTI TRANSZFORMÁCIÓS FÜGGVÉNY MEGHATÁROZÁSA CÉLJÁBÓL A FELÜLETILLESZTÉS MÓDSZERÉVEL VÉGZETT VIZSGÁLATOK

Földvári Lóránt[**], Völgyesi Lajos[*], Csapó Géza[***]

***Investigations for the determination of a transformation function between MGH-50 and MGH-2000 gravity networks by means of surface fitting –** Determination of a transformation function between the Hungarian gravity networks MGH-50 and MGH-2000 is discussed here. Applying power series in our case is not suitable due to a low number of common points given in the systems. Transformation by fitting two-dimensional surfaces to g values of networks was attempted to apply.*

Keywords: transformation, gravity networks, power series, surface fitting method

Tanulmányunkban az MGH-50 és MGH-2000 magyarországi gravimetriai alaphálózatok közötti transzformációs függvény meghatározásával foglalkozunk. Az átszámítás a mindkét hálózatban ismert közös pontok alapján lehetséges, azonban a kevés csatlakozó pont miatt a hatványpolinomos megoldás itt nem megfelelő. Ezért a transzformációt a g értékekre illesztett felületek segítségével próbáltuk megoldani.

Kulcsszavak: gravitációs alaphálózatok, transzformáció, felületillesztés, hatványpolinomok

1 Bevezetés

Magyarországon az első, az egész ország területét lefedő országos gravimetriai hálózatot (MGH-50) 1950-56 között létesítették egy fémrugós Heiland graviméterrel. A hálózati méréseket a potsdami rendszerben egyenlítették ki (Facsinay és Szilárd 1956). Ez a hálózat adott keretet a főleg geofizikai célokat szolgáló országos áttekintő graviméteres méréseknek, amely munka során a hetvenes évek végéig mintegy 300000 pontot mértek elsősorban Sharpe, majd Worden gyártmányú kvarcrugós graviméterekkel. Ezen adatbázis alapján készültek az országos Bouguer- és Faye anomália térképek.

Az iparosítás, az úthálózat fejlesztése és egyéb tevékenység miatt a hálózati pontok rohamosan pusztultak, vagy váltak mérésre alkalmatlanná, ezért egy új alaphálózat, az MGH-80 létrehozása vált szükségessé. Erre a munkára 1979-89 között került sor, amelynek során az akkor még használható MGH-50 pontjai közül mintegy 50 darabot összemértek az új hálózati pontokkal. Ebben a hálózatban már abszolút graviméterrel is végeztek nehézségi gyorsulási méréseket (Csapó 2005). A hálózat kiegyenlítése során az 5 abszolút állomáson kapott eredményeket kényszernek fogadták el és kötött hálózat szerinti kiegyenlítéssel határozták meg az új hálózat pontjainak nehézségi értékeit (Csapó és Sárhidai 1990).

A geofizikai kutatások számára végzett további mérések eredményeit a későbbiekben is az MGH-50 rendszerében tartották nyilván, de a méréseket már az új hálózat bázispontjai között végezték. Ezért összefüggést kellett találni a két hálózat *g* értékei között. A két hálózat közötti összefüggést olyan transzformációs függvény biztosíthatja, amelynek meghatározása mindkét hálózatban mért közös pontok alapján történt (Csapó 2002). A két hálózat alapszintje lényegesen, mintegy 13 mGal értékkel különbözik egymástól (megjegyezzük, hogy 1971-ben az IUGG moszkvai konferenciáján a potsdami alapszintet 14 mGal értékkel csökkentették). 1993-tól kezdődően – a gravimetriai adatokra vonatkozó hazai titkossági előírások feloldása után – hazánk bekapcsolódott a nemzetközi együttműködésben végzett gravimetriai munkákba és azóta számos új abszolút állomás, és a régebbi állomásokon újabb nehézségi gyorsulás meghatározások történtek. Magyarország csatlakozott az

[*] *Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános és Felsőgeodézia Tanszék*
[**] *Magyar Tudományos Akadémia Felsőgeodéziai és Geodinamikai Kutatócsoport*
H-1521 Budapest, E-mail: fl@sci.fgt.bme.hu, volgyesi@eik.bme.hu
[***] *Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, H-1145 Budapest, Kolumbusz utca 17-23*
E-mail: csapo@elgi.hu

Egységes Európai Gravimetriai Alaphálózathoz (UEGN). A csatlakozáshoz több olyan feltételt kellett kielégíteni, amelyek miatt felmerült az igénye egy újabb országos alaphálózat (MGH-2000) létrehozásának, amely jórészt a korábbi MGH-80 hálózati pontokból, az új abszolút állomásokból, valamint az időközben telepített új bázispontokból áll. Az MGH-2000 megfelelő pontjainak kiválasztásával mintegy 40 pontból álló ritkább hálózatot alakítottak ki, amelynek pontjait egymás között újramérték 3-4 korszerű, LCR gyártmányú fémrugós graviméterrel és elvégezték e hálózat csatlakoztatását az osztrák és a szlovák országos hálózathoz. Ez a ritkább hálózat alkotja az UEGN magyarországi pontjait (Csapó 2000), (Csapó és Völgyesi 2002). Tekintettel arra, hogy az UEGN hálózat (és benne a magyar szakasz) ún. abszolút rendszerű, az MGH-2000 előzetes kiegyenlítésénél úgy jártunk el, hogy az UEGN-ben szereplő mintegy 40 hálózati pontunk UEGN-ben kiegyenlített értékét kényszernek fogadva el, kötött hálózat szerinti kiegyenlítéssel határoztuk meg a teljes magyar hálózat pontjainak g értékét. (Az UEGN végleges kiegyenlítése már megtörtént ugyan, de a pontkatalógus még nem publikus, ezért az MGH-2000 végleges kiegyenlítése csak 2007-ben várható). Előzetes vizsgálataink szerint az MGH-80 és az MGH-2000 pontok g értékeinek különbsége csupán 0.01-0.02 mGal.

A feladat ezek után az MGH-50 és az MGH-2000 országos hálózat közötti, gyakorlati célokra alkalmas pontosságú transzformációs összefüggés meghatározása. Ezután történhet meg az országos gravimetriai adatbázis adatainak átszámítása az abszolút rendszerbe, amivel ezen adatok minden további geofizikai és geodéziai célra egységesen lesznek használhatók a jelenlegi és jövőbeni mérések eredményeivel. Tanulmányunkban ezen összefüggés meghatározásának lehetséges módjait tárgyaljuk és értékeljük.

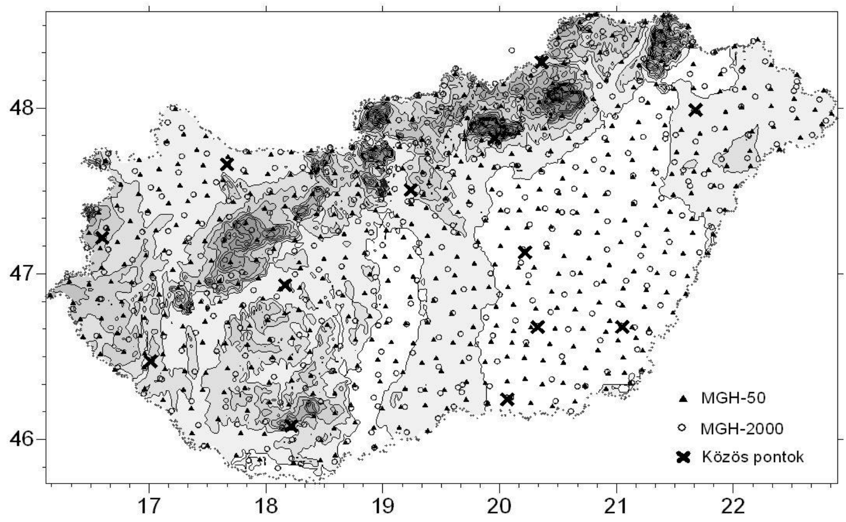
2 Transzformáció hatványpolinomokkal

Hagyományosan két gravimetriai hálózat közötti transzformációra megfelelő fokszámú kétdimenziós polinomot lehet illeszteni a közös (tehát mindkét hálózatban értékkel rendelkező) pontokon mért és kiegyenlített nehézségi gyorsulások különbségeire [Csapó, 2002]:

$$
\begin{aligned}
\delta g(x,y) &= g_{MGH50}(x,y) - g_{MGH2000}(x,y) = \\
&A_0 + \\
&A_1 x + A_2 y + \\
&A_3 x^2 + A_4 xy + A_5 y^2 + \\
&A_6 x^3 + A_7 x^2 y + A_8 xy^2 + A_9 y^3 + \\
&A_{10} x^4 + A_{11} x^3 y + A_{12} x^2 y^2 + A_{13} xy^3 + A_{14} y^4 + \\
&A_{15} x^5 + A_{16} x^4 y + A_{17} x^3 y^2 + A_{18} x^2 y^3 + A_{19} xy^4 + A_{20} y^5 + \ldots
\end{aligned}
\tag{1}
$$

A fokszám növelésével a transzformáció pontossága javul, ezzel a finomabb részletek rekonstrukciója is egyre inkább lehetségessé válik.

Az 1. ábra az MGH-50 és az MGH-2000 hálózatok pontjainak elhelyezkedését mutatja. A mindkét rendszerben meglévő pontokat nagy kereszttel jelöltük. Látható, hogy mindössze 13 ilyen csatlakozó pontunk van, ezért csak 13 egyenletet tudunk felírni és legfeljebb harmadfokú polinommal tudunk dolgozni. Ilyen kevés közös ponttal elfogadható pontosságú kétdimenziós polinomos illesztésre nincs esély, ezért ehelyett a tanulmányunkban kísérletet teszünk a kevés közös pontot felületi interpolációs eljárásokkal sűríteni, majd a transzformációs függvényt a sűrített pontok figyelembevételével meghatározni.



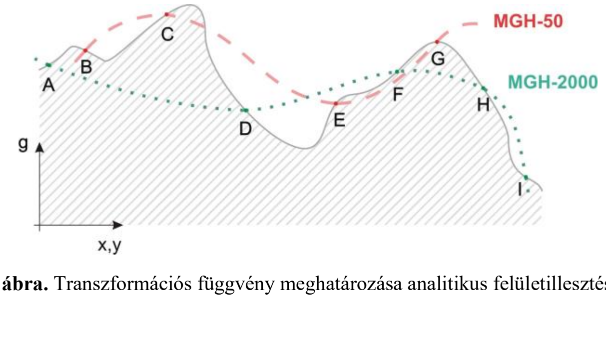
1. ábra. Az MGH-50 és az MGH-2000 hálózatok pontjainak elhelyezkedése az ország magassági térképén

3 A felületillesztéshez használt adatok

A felületillesztés céljára természetes választásnak kínálkoznak maguk a mért *g* értékek, amelyeket a gravimetriai hálózat adatbázisa tartalmaz. Gyakorlati alkalmazások szempontjából Érdemesnek találtuk ezek tengerszintre redukált értékeit használni. A felületillesztési eljárásokat a gyakorlati alkalmazások számára fontos Faye-, és Bouguer-anomáliákra is teszteltük. Megjegyezzük, hogy a Bouguer-anomáliák képzésekor a terepi korrekcióktól eltekintettünk.

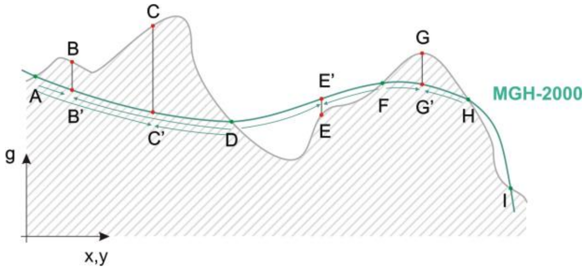
4 Az alkalmazott felületillesztés módszere

Felületillesztést legalább kétféle módon alkalmazhatunk a hálózatok közötti transzformációs függvény meghatározása céljából. Az egyik megoldás értelmében az általában két-, vagy esetenként háromdimenziós koordinátákhoz hozzárendelhetjük külön-külön az MGH-50 és az MGH-2000 hálózatok *g* értékeit (vagy a Faye-, vagy a Bouguer-anomáliáit), és illeszthetünk ezekre egy-egy analitikus függvényt a 2. ábrán szemléltetett módon. Az ábrán az MGH-50 hálózat mérési pontjait a terepen a B, C, E és G, míg az MGH-2000 hálózat mérési pontjait az A, D, F, H és I pontok jelölik. Az ezen pontokra illesztett két analitikus felületet szaggatott- (MGH-50) illetve pontozott vonallal (MGH-2000) ábrázoltuk. A kapott felületek különbségét az alkalmazott eljárásra jellemző paraméterekkel írhatjuk le, és ezzel transzformációs célra alkalmazható paramétereket állíthatunk elő.



2. ábra. Transzformációs függvény meghatározása analitikus felületillesztéssel

A másik megoldás során a felületillesztést a közös pontok számának interpolációs jellegű pontsűrítési céljára használjuk (lásd 3. ábra). Ez úgy történik, hogy a számítások során a két-, vagy háromdimenziós koordinátákhoz hozzárendeljük az MGH-2000 hálózat *g* értékeit (vagy Faye-, vagy Bouguer-anomáliáit), és ezekre valamilyen analitikus kétdimenziós függvényt (felületet) illesztünk, majd a függvény segítségével a felület mentén az MGH-50-es pontok helyére közelítő MGH-2000-es értéket interpolálunk. Ezeket az ábrán a B', C', E' és G' pontokkal jelöltük. Az interpolált értékeket ezután a transzformációs polinom együtthatóinak meghatározására használjuk az (1) polinom felhasználásával.



3. ábra. Transzformációs függvény meghatározása felületi interpolációval végzett pontsűrítéssel

Az eljárások összehasonlíthatósága érdekében tanulmányunkban ezt a második megoldást választottuk. A felületillesztést és az interpolációt bármelyik hálózat felületén elvégezhetjük. A numerikus eltérések miatt az MGH-50-es és az MGH-2000-es hálózatokra végzett megoldásokra eltérő eredmény várható.

5 Felületi interpolációs eljárások

A felületillesztésre az alábbi interpolációs eljárásokat alkalmaztuk:

1. *globális négyzetes interpoláció*: a kérdéses helytől valamennyi pont vízszintes távolsága négyzetének reciprokával súlyozva vesszük figyelembe a *g* értékeket.
2. *3D globális négyzetes interpoláció:* a kérdéses helytől valamennyi pont térbeli távolsága négyzetének reciprokával súlyozva vesszük figyelembe a *g* értéket.
3. *lineáris interpoláció:* a felület pontjaira Delaunay háromszögeléssel ún. *TIN* modellt (háromszög-hálót) alakítunk ki, majd az interpolálandó helyet magába foglaló háromszög csúcsaitól mért távolsággal (lineárisan) súlyozva határozzuk meg az interpolált értéket (Watson 1994).
4. *köbös interpoláció:* a felület pontjaira Delaunay háromszögeléssel *TIN* modellt alakítunk ki, majd az interpolálandó helyet magába foglaló háromszög csúcsaitól mért távolság köbével súlyozva meghatározzuk az interpolált értéket (Watson 1994).
5. *„nearest" interpoláció:* a felület pontjaira Delaunay háromszögeléssel *TIN* modellt alakítunk ki, majd az interpolálandó hely és a magába foglaló háromszög csúcsán a függvényértékkel definiáljuk az interpolált értéket (Watson 1994).
6. *„v4" interpoláció:* összetett kétdimenziós eljárás, amely a Green-függvény felhasználásával kialakított biharmonikus spline interpolációs eljárást takar (Sandwell 1987).
7. *3D lineáris interpoláció:* a lineáris interpolációs eljárás három-dimenzióra kiterjesztett változata (Watson 1994).
8. *3D „nearest" interpoláció:* a „nearest" interpolációs eljárás három-dimenzióra kiterjesztett változata (Watson 1994).

6 Numerikus eredmények

A pontossági vizsgálatokhoz először az interpolációval sűrített közös pontokon alapuló 3. ábra szerinti megoldást választottuk. A felületillesztést mind az MGH-50, mind az MGH-2000 hálózatokon elvégezve, ennek valamennyi pontján mért *g* értékeket az MGH-50 hálózat mérési helyeire interpoláttuk. Ellenőrzés céljára a mindkét hálózatban meglévő 13 közös pontot választottuk. Ezeken a pontokon a felületillesztés során az MGH-2000 hálózatban mért értékeket kihagytuk az interpolációból, hogy az interpolált és a mért értékeket összevethessük egymással. Az 1. és a 2. táblázatokban az MGH-50, illetve az MGH-2000 hálózatok felületén, a különféle eljárásokkal adódó interpolációs hibákat (szórást, minimális és maximális eltéréseket) tüntettük fel.

1. táblázat. Az MGH-50 hálózat *g* értékein végzett interpoláció becsült hibái

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	13.865	0.040	45.441
3D négyzetes interpoláció	14.051	0.040	45.475
lineáris interpoláció	11.440	0.045	41.034
köbös interpoláció	11.906	0.046	42.845
"nearest" interpoláció	11.632	0.040	42.160
"v4" interpoláció	11.772	0.047	42.433
3D lineáris interpoláció	3.334	0.000	10.585
3D "nearest" interpoláció	12.760	0.040	42.120

2. táblázat. Az MGH-2000 hálózat *g* értékein végzett interpoláció becsült hibái

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	13.027	0.005	37.400
3D négyzetes interpoláció	14.120	0.258	35.773
lineáris interpoláció	6.734	0.259	24.572
köbös interpoláció	6.215	0.268	22.117
"nearest" interpoláció	6.222	0.286	17.434
"v4" interpoláció	6.029	0.527	20.351
3D lineáris interpoláció	4.595	0.000	9.792
3D "nearest" interpoláció	5.572	1.190	14.745

A táblázatokban feltüntetett szórások értékeit vizsgálva megállapíthatjuk, hogy a több mGal-os nagyságrendű pontosság a hálózatok transzformációjára nem elegendő. Ez az eredmény azt mutatja, hogy a gravimetriai hálózatok pontsűrűsége közbenső pontok interpolációjára nem elegendően nagy, analitikus felületekkel nem lehet a gravitációs mező részleteit visszaadó információt nyerni. A táblázatokban a szórások mellett feltüntetett minimális és maximális eltérések azt mutatják, hogy a magas szórásért néhány rosszul becsült érték felel. A pontonkénti eltéréseket vizsgálva (amelyet cikkünkben nem mellékelünk) megállapítható, hogy van olyan pont, ahol a környező pontok nehézségi gyorsulásai alapján a mért *g* érték mindössze 20-40 mGal pontossággal számítható, míg a többi ponton néhány mGal pontossággal az interpoláció elvégezhető. Az interpolációs eljárásokra vonatkozólag megállapíthatjuk, hogy a teljes adathalmazt felhasználó globális eljárások (a két négyzetes interpolációs eljárás) gyengébb eredményt produkálnak, mint a helyi hatásokat figyelembe vevő TIN modellen alkalmazott megoldások; ez különösen a 2. táblázat adataiból szembeszökő. Emellett, minden esetben a 3D lineáris interpoláció adta a legjobb eredményeket.

3. táblázat. Az MGH-50 hálózat Faye-anomáliáin végzett interpoláció becsült hibái

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	9.483	0.040	30.785
3D négyzetes interpoláció	9.391	0.166	30.645
lineáris interpoláció	9.316	0.009	29.963
köbös interpoláció	8.889	0.085	28.734
"nearest" interpoláció	9.119	0.120	29.847
"v4" interpoláció	8.729	0.020	29.195
3D lineáris interpoláció	3.333	0.000	10.583
3D "nearest" interpoláció	9.086	0.120	29.880

4. táblázat. Az MGH-2000 hálózat Faye-anomáliáin végzett interpoláció becsült hibái

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	11.945	0.180	32.967
3D négyzetes interpoláció	12.357	0.174	33.797
lineáris interpoláció	9.302	0.096	26.643
köbös interpoláció	8.701	0.058	25.074
"nearest" interpoláció	8.229	0.177	19.208
"v4" interpoláció	9.137	0.082	28.329
3D lineáris interpoláció	4.593	0.000	9.798
3D "nearest" interpoláció	12.311	0.174	38.321

5. táblázat. Az MGH-50 hálózat Bouguer-anomáliáin végzett interpoláció becsült hibái

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	3.052	0.167	6.112
3D négyzetes interpoláció	2.960	0.062	5.245
lineáris interpoláció	3.557	0.167	10.997
köbös interpoláció	3.325	0.167	10.473
"nearest" interpoláció	3.173	0.167	9.401
"v4" interpoláció	2.791	0.168	7.888
3D lineáris interpoláció	3.333	0.000	10.583
3D "nearest" interpoláció	3.467	0.167	9.401

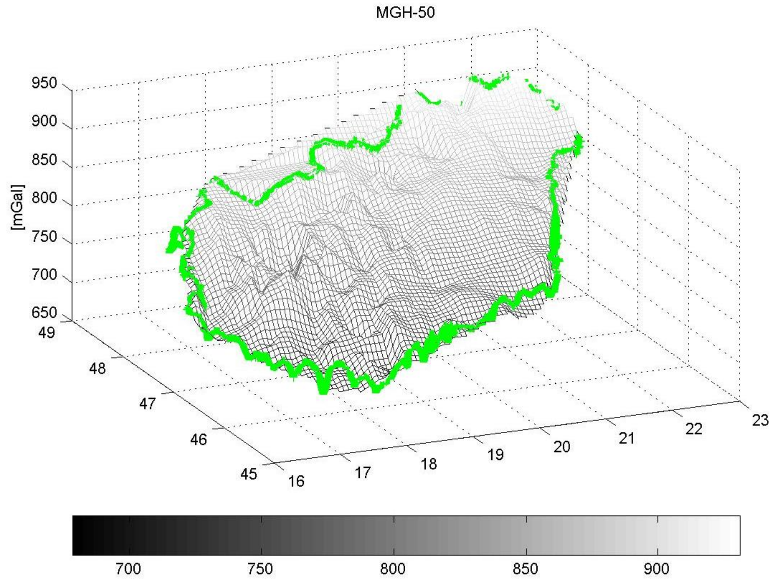
6. táblázat. Az MGH-2000 hálózat Bouguer-anomáliáin végzett interpoláció becsült hibái

	Szórás [mGal]	Min. [mGal]	Max. [mGal]
2D négyzetes interpoláció	6.010	0.403	11.654
3D négyzetes interpoláció	6.347	0.380	12.621
lineáris interpoláció	4.482	0.398	7.996
köbös interpoláció	4.373	0.049	7.892
"nearest" interpoláció	4.562	0.384	10.011
"v4" interpoláció	4.915	0.349	10.598
3D lineáris interpoláció	4.593	0.000	9.798
3D "nearest" interpoláció	7.104	0.384	19.454

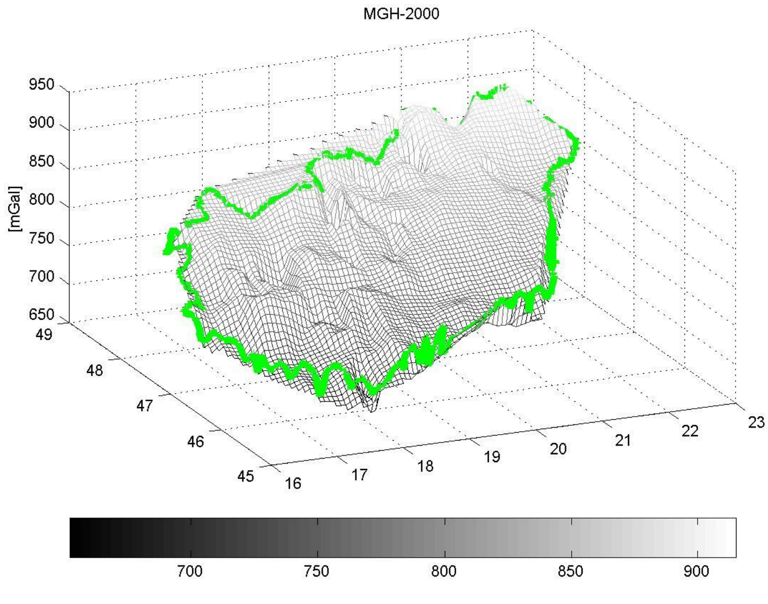
Ugyanezen eljárások Faye-, illetve Bouguer-anomáliákra alkalmazott felületillesztési és interpolációs hibáit foglaljuk össze a 3.-6. táblázatokban. Bár a hibák a legoptimálisabb esetben 2-4 mGalra csökkennek (lásd 5. táblázat), a transzformációs függvény meghatározásához szükséges pontossági igénynek még ezek sem felelnek meg. A pontosabb eredmények pusztán a jel nagyságának csökkenésével magyarázhatók, de nem nyújtanak többletinformációt. Kisléptékű gravitációs formákat ugyanúgy nem jellemez jól az analitikus felület, mint ahogy arról már a g értékek kapcsán szóltunk. Mivel az interpolációval nyert nehézségi gyorsulás értékek pontossága elmarad a várakozástól, a következő lépést, a transzformációs együtthatók meghatározását az (1) egyenlet felhasználásával az interpolált pontok figyelembevételével, nem végeztük el. Az így nyerhető transzfromációs paraméterek ugyanis semmilyen értelmezhető információt nem hordoznak magukban.

7 Következtetések

A negatív eredmény tisztázása céljából vizsgálatokat végeztünk a két hálózatra külön-külön illesztett felületek összehasonlításával is (2. ábra). A 4. és az 5. ábrán az MGH-50 és MGH-2000 hálózatok pontjaira lineáris interpolációval illesztett felületek képeit jelenítettük meg. A 6. ábra a két interpolált felület különbségét mutatja. Megjegyezzük, hogy a többi eljárás ehhez nagyon hasonló eredményt szolgáltat. A 6. ábrán látható, hogy a két felület között 10 mGal nagyságrendű különbségek vannak, jellemzően kisebb helyi csúcsok formájában. A részletes adatelemzés során azt tapasztaltuk, hogy ezen irreálisan nagy eltérések mindegyike egy-egy ponthoz köthető.



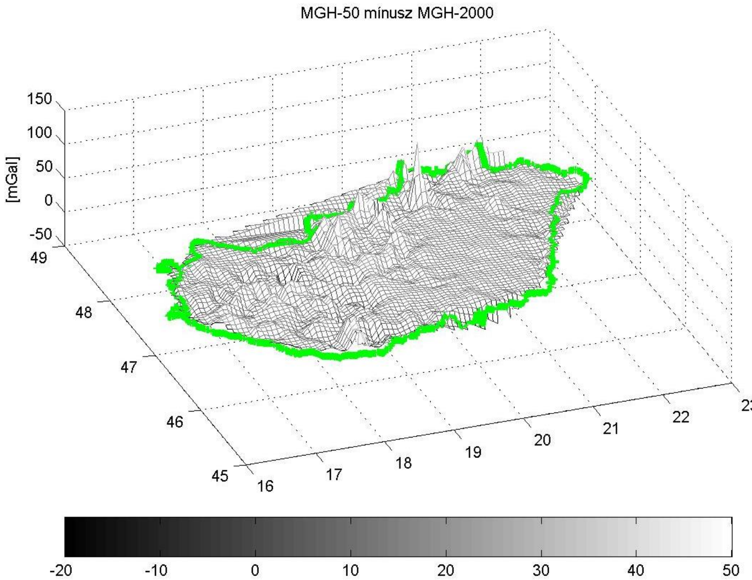
4. ábra. Az MGH-50 hálózatra illesztett felület



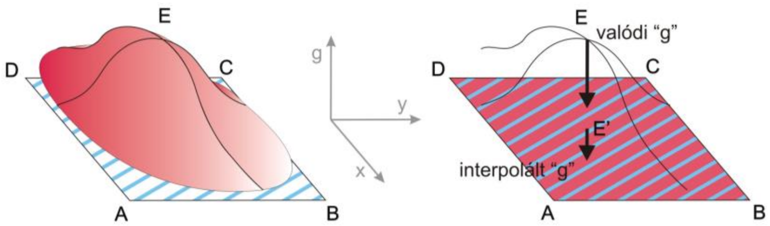
5. ábra. Az MGH-2000 hálózatra illesztett felület

A legnagyobb eltéréseket okozó pontokat elhagyva, a hálózatokra illeszthető felületek fokozatosan egyre hasonlóbbá válnak. Felmerülhet, hogy egy-egy mérési hiba van az adatbázisunkban, így ezek elhagyása érdemi hibacsökkenést eredményez. Megjegyezzük azonban, hogy az összesen mintegy 900 mérést tartalmazó adatbázisból a 100 legnagyobb ilyen eltérést okozó érték kihagyása után is maradnak még néhány mGal körüli eltérések. Feltételezhetjük tehát, hogy nem mérési hibákról van szó. (A több graviméterrel, ismétléssel végzett hálózati mérések feldolgozása során az ilyen ún.

durva hibák eleve nem kerülték volna el a figyelmet.) A lokális eltérések sokkal inkább olyan helyeken jelennek meg, ahol az egyik felület rendelkezik valódi fizikai információval, míg a másikból ez teljes egészében hiányzik. A fizikai információ elhagyásával – bár a két illesztett felület közötti hasonlóság növelhető – az illesztett felületek egyre kevésbé jellemzik a valódi nehézségi erőteret.



6. ábra. Az MGH-50 és MGH-2000 hálózatokra illesztett felületek különbsége

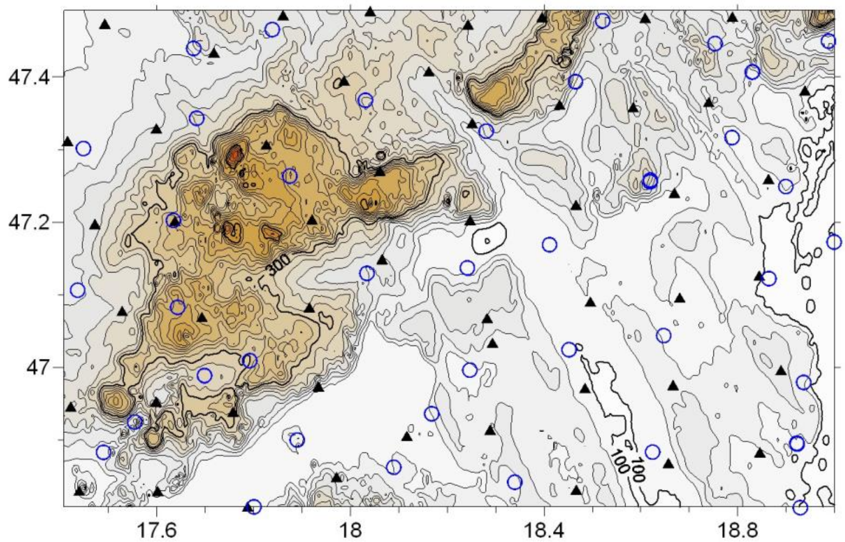


7. ábra. A két illesztett felület jelentősebb különbségeinek magyarázata

Ezt a 7. ábrán látható egyszerű példával próbáljuk szemléltetni. A modell azt mutatja, hogy egy paraméter térbeli eloszlását jellemző két eltérő mintavételezésű adatsorra analitikusan illesztett felületek hogyan mutathatnak teljes egyezést (kiugró pontok elhagyásával) anélkül, hogy a valóságot az eredmény jól megközelítené Tegyük fel egy egyszerűsített modellel, hogy a valódi helyzetet a 7. ábrán látható A, B, C, D pontokkal megfogott teljesen sík felületen megjelenő lokális gravitációs többlet jellemzi (E pont). A két hálózatból az egyik csak a síkról szerzett mérésekből, tehát az A, B,C, D pontokból az illesztett analitikus felületet teljesen síknak érzékeli (sraffozott felület a baloldali ábrán). A másik hálózat mérései – helyesen – a többletet jól jellemző idompontban is tartalmaznak adatot, így az A, B, C, D és E pontok felhasználásával az illesztett felület alakjában is megnyilvánul (görbült felület a baloldali ábrán). Az idompontban (E pont) a két felület eltérését ennek a pontnak a hatásával értelmezzük. Ha a továbbiakban ezt a pontot „hibásnak” minősítjük és kihagyjuk a felületillesztésből, a két felület (a két sík) tökéletes egyezést mutat (sraffozott felületek a jobboldali ábrán), azonban a nehézségi erőteret hibás értékkel írja le (E és E’ pontok eltérése a jobboldali ábrán).

8 Összegezés

Nyilvánvaló, hogy adott terület nehézségi erőterének képén a felszín alatti tömeg-rendellenességek mellett a topográfiai jellemzők gravitációs hatása is tükröződik. Az MGH-50 és az MGH-2000 hálózat pontjainak elhelyezkedését a 1. ábrán mutattuk be, amelyből a 8. ábrán külön kinagyítva láthatjuk a Bakony térségét.

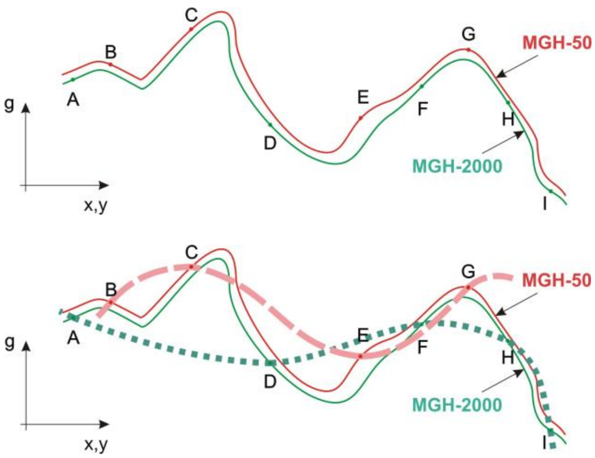


8. ábra. Az MGH-50 és az MGH-2000 hálózatok pontjai a Bakony térségében

Összevetve az MGH-50, és az MGH-2000 hálózat ponthelyeit a magassági információval látható, hogy csak a látható domborzati idomok alapján egyik hálózat pontjainak elhelyezkedése sem mondható optimálisnak. Ennek nyilvánvaló oka, hogy országos bázishálózati pontnak csak olyan helyek jöhetnek szóba, amelyek jól megközelíthetők és tartós fennmaradásuk feltételei nagy valószínűséggel biztosíthatók (pl. templomkertekben állandósított pontok)

Ez a helyzet azt sugallja számunkra, hogy a két hálózat csak bizonyos sűrűséggel ismert, ponthelyei egymástól jelentősen eltérnek, így az interpolációs eljárástól függetlenül nem várható, hogy felület-illesztéssel fizikailag értelmes megoldást tudjunk előállítani. Ezt szemlélteti a 9. ábra. A folytonos vonallal ábrázolt, jelentősen eltérő epochához (MGH-50 és MGH-2000) tartozó nehézségi felületek értékeit mérési hiba nélkül a B, C, E, G, illetve az A, D, F, H, I pontokban rögzítettük (felső ábra). Adott elrendezés mellett az interpolációs eljárásokkal reálisan nyerhető, szaggatott (MGH-50) és pontozott (MGH-2000) vonallal ábrázolt felületek nem hasonlítanak sem egymásra, sem a valódi nehézségi erőtér alsó ábrán látható felületeire (alsó ábra).

Összességében elmondhatjuk, hogy két ennyire eltérő, kölcsönösen alul-mintavételezett felület esetén felületinterpolációval érdemi fizikai információt visszaállítani nem lehet. Ezért felületillesztéssel a két magyarországi gravimetriai alaphálózat (MGH-50 és MGH-2000) közötti transzformációs függvény csak jóval nagyobb számú közös pont felhasználásával állítható elő.



9. ábra. A rossz pontelrendezés következtében felmerülő jelentős felületillesztési hibák magyarázata

Köszönetnyilvánítás. Kutatásaink a Bolyai ösztöndíj és a K60657 sz. OTKA támogatásával folynak.

Hivatkozások

Csapó G (2000): Magyarország új gravimetriai alaphálózata (MGH–2000), Geodézia és Kartográfia, 52; 2, 27-33.

Csapó G (2002): Nagypontosságú geodéziai-gravimetriai mérések feltételrendszerének vizsgálata és az eredmények gyakorlati alkalmazása, Akadémiai doktori értekezés, 77-81.

Csapó G (2005): Az Eötvös Loránd Geofizikai Intézet geodéziai vonatkozású gravitációs kutatásai napjainkig, Magyar Geofizika, 46; 2, 66-76.

Csapó G, Sárhidai A (1990): Magyarország új nehézségi alaphálózatának (MGH-80) kiegyenlítése, Geodézia és Kartográfia, 42; 3, 181-190.

Csapó G, Völgyesi L (2002): Hungary's new gravity base network (MGH-2000) and it's connection to the "European Unified Gravity Network", Ser. IAG Symposia Vol. 125. Springer Verlag, 72-77.

Facsinay L, Szilárd J (1956): A magyar országos gravitációs hálózat, Geofizikai Közlemények, V; 2, 3-49.

Sandwell DT (1987): Biharmonic spline interpolation of GEOS-3 and SEASAT altimeter data, Geophysical Research Letters, 2, 139-142.

Watson D F (1994): Contouring: A guide to the analysis and display of spacial data, Pergamon Press.

AZ EÖTVÖS TENZOR ELEMEINEK SZIMULÁCIÓJA A GOCE MŰHOLD PÁLYAMAGASSÁGÁBAN

Benedek Judit és Papp Gábor***

Simulation of the Eötvös tensor elements at GOCE satellite altitude *- The structure of the lithosphere of the ALPACA (Alpine-Pannonian-Carpathian) region is described by a model containing about 200000 rectangular volume elements (prisms) of variable dimensions defined in the local mapping system of Hungary. Its gravitational effect can be simulated by using analytical formulae. The simulations show that the contribution of the structural units (topography and upper mantle) of the lithosphere to the second derivatives of the disturbing potential T of the Earth certainly reaches one E unit at 250 km elevation the contribution from the neogene-quaternary sediments is less by a factor of ten. Its magnitude however considerably exceeds the planned sensitivity of the satellite on board measurements. It is expected that some regional information about the horizontal density variation of the crust can be deduced from the GOCE data, especially for the density contrast on the Moho discontinuity. Hopefully its value determined by other indirect methods can be improved if the satellite data will be available. Since the density distribution of either the topographical masses or the sedimentary complex is much better known than the density jump on the Moho, therefore their effect on the second derivatives of T can be removed from the measurements. The residuals can be interpreted by inversion using the closed analytical formulae available for rectangular volume elements. The modelling approach based on the local planar coordinate frame was compared to the polyhedron representation of the same crustal model defined in a global rectangular coordinate system. In this comparison a 10% relative effect of the Earth's curvature could be indicated.*

Keywords: gravity modelling, prism, polyhedron, inversion, GOCE, ALPACA region

Az Alpok - Pannon-medence – Kárpátok (ALPACA) régió litoszférájának három nagy szerkezeti egységét (topográfia, üledékek, felső köpeny) közel 200000 változó méretű téglatestből (prizmából) álló modell írja le. A modell felhasználásával végrehajtott szintetikus gravitációs modellezés eredményei alapján megállapítható, hogy a topográfia és a felső köpeny hozzájárulása a T potenciálzavar második deriváltjaihoz bizonyosan eléri az egy Eötvös értéket a GOCE műhold tervezett pályamagasságában (250 km). A neogén-negyedkori üledékösszlet esetén ezen hozzájárulás nagysága csak néhány század Eötvös, mely azonban nagyságrendileg még mindig meghaladja a tervezett mérési érzékenységet. Ennek megfelelően várható, hogy a GOCE adatok lehetővé teszik a kéreg regionális léptékű sűrűség változásainak pontosítását. A vizsgálat során az alsó kéreg és a felső köpeny közti Moho felületet jellemző, csak közvetett úton becsülhető sűrűségkontraszt pontosításának lehetőségét elemeztük. Mivel a topográfia és az üledékösszlet sűrűségeloszlása jóval részletesebben ismert, mint a sűrűségkontraszt a Moho felületen, ezért az előbbi szerkezeti elemek hatása korrekcióként vehető figyelembe a pályamagasságban mért adatok vonatkozásában. Bizonyos mértékű elhanyagolás mellett a korrekcióval előállított ún. maradékhatás a Moho-t jellemző sűrűségkontrasztnak tulajdonítható. A maradékok inverzió segítségével sűrűségkontraszt értékekké alakíthatók és így a litoszféra modell sűrűségeloszlása pontosítható lesz.

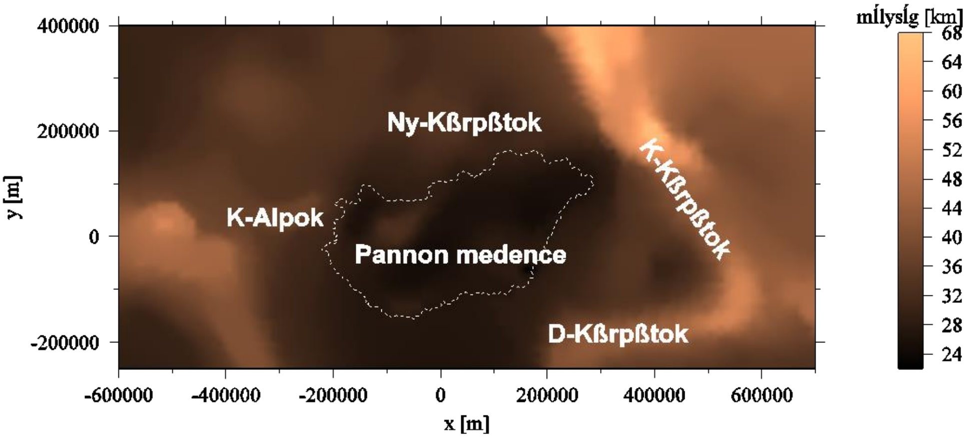
A litoszféra modellt mind lokális mind globális koordináta rendszerben leírtuk. A lokális (sík) koordináta rendszerben (EOTR) a modellelemek téglatestek, míg a globális koordináta rendszerben (HD72) polihedronok. A sík közelítésben szimulált Eötvös tenzor elemeit terhelő görbületi hatás vizsgálatára összehasonlítottuk a különböző rendszerekben kapott eredményeket. Megállapítottuk, hogy a vizsgált magasságban és horizontális kiterjedés esetén a görbület hatásának elhanyagolása az inverzió esetében megengedhető, mert legfeljebb 10%-os becslési hibát okozhat. Ez az érték lényegesen kisebb, mint a feltételezett sűrűség kontraszt (250 kg/m^3 - 500 kg/m^3) bizonytalansága. A topográfia esetében a direkt számításokat a globális rendszerben kell elvégezni.

Kulcsszavak: gravitációs modellezés, prizma, polihedron, inverzió, GOCE, ALPACA régió

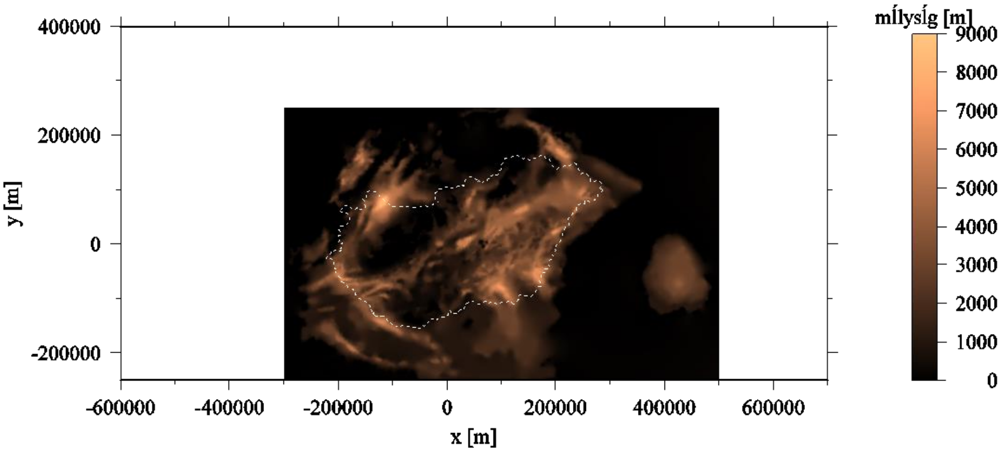
*[*] NYME Kitaibel Pál Környezettanulmányi Doktori Iskola, Sopron
E-mail:benedek@ggki.hu,
[**] MTA GGKI, 9400 Sopron, Csatkai u. 6-8., E-mail: papp@a.ggki.hu*

1 Bevezetés

Az ALPACA (Alpok – Pannon medence – Kárpátok) régió Közép-Európában az afrikai és eurázsiai tektonikus lemezek találkozásánál fekszik. A régió szélén, a Kárpátok, illetve az Alpok alatt a Moho felület elérheti a 60-67 km mélységet (1. ábra). A régió központjában (Pannon medence) a kéreg elvékonyodik (Royden és Horváth 1988), itt a felső köpeny 22 km – 24 km magasságig emelkedik magas földi hőáramokat gerjesztve (Lenkey és mások, 2002). A Pannon-medencét vastag neogén-negyedkori üledékösszlet borítja, melyet több elkülönülő egység, kisebb medence alkot. Ezeknek a mélysége elérheti a 7-8 km-t, az átlagmélység kb. 2 km (2. ábra).



1. ábra. Az alsó kéreg és a felső köpenyt elválasztó Mohorovičić-felület domborzati térképe az ALPACA régióban. A szaggatott fehér vonal jelzi Magyarország határát. A koordináták centrális EOV rendszerűek



2. ábra. A neogén-negyedkori üledékösszletet határoló harmadkor előtti medencealjzat domborzati térképe a Pannon medencében. A szaggatott fehér vonal jelzi Magyarország határát. A koordináták centrális EOV rendszerűek

Elsősorban a kéreg szerkezeti egységeiben mutatkozó horizontális sűrűségváltozás hozza létre a nehézségi erőtér felszínen mérhető regionális és helyi rendellenességeit/anomáliáit. Ezek azonban nem csak a felszín közelében alakítják a tér szerkezetét, hanem jelentős a hatásuk a GOCE műhold pályamagasságában is.

Az ALPACA régió nehézségi erőterének modellezésével kimutatható, hogy a kéreg egyes szerkezeti egységeinek sűrűségeloszlása nem ismert a kellő pontossággal. A Moho felületen általánosan feltételezett sűrűségkontraszt értéke $\Delta\rho = +(400-500)\,\mathrm{kg/m^3}$ (Garland 1971), míg a Pannon-medence neogén-negyedkori üledékeinek $\Delta\rho = \Delta\rho(d)$ sűrűségkontraszt-mélység függvényei (Bielik et al. 2004, Szabó és Páncsics 1999) alapján számítható átlag érték $M\{\Delta\rho(d)\} \cong -350\,\mathrm{kg/m^3}$. A fenti adatok ill. függvények alkalmazásával számított tömegvonzási hozzájárulások (azaz a Moho-felületen feltételezett sűrűségugrással jellemzett felső köpeny és az üledékek hatása) eltávolítása az észlelt erőtér paraméterekből (pl. Bouguer-féle rendellenesség) inkább növeli a maradékokat. Ennek oka az, hogy a hozzájárulások amplitúdója gyakran többszöröse a mért ill. észlelt anomália értékeknek (Bielik és mások, 2004). A maradékok nagysága jelentősen csökkenthető, ha pl. az alkalmazott sűrűségkontraszt értékeket a megfelelő sűrűségeloszlás függvények módosításával csökkentjük (Papp, 2001). Ebben a vonatkozásban fontos megemlíteni, hogy a Moho felület mélységében jelentkező sűrűségugrás értékeket csak geofizikai eszközökkel (pl. szeizmikus tomográfia), kizárólag közvetett úton lehet meghatározni. Az üledékek esetén nagyszámú fúrólyukminta (~10000) áll rendelkezésre, melyek alapján megfelelő pontossággal következtethetünk ezen szerkezeti egység felső tartományának sűrűségeloszlására. A mélyebb tartományokban (> 3 km) azonban már csak néhány adat áll rendelkezésre a Pannon medencében. Remélhetőleg a GOCE műholdon végzett mérések feldolgozásával pontosítható lesz a terület regionális tömeg- ill. sűrűségeloszlása.

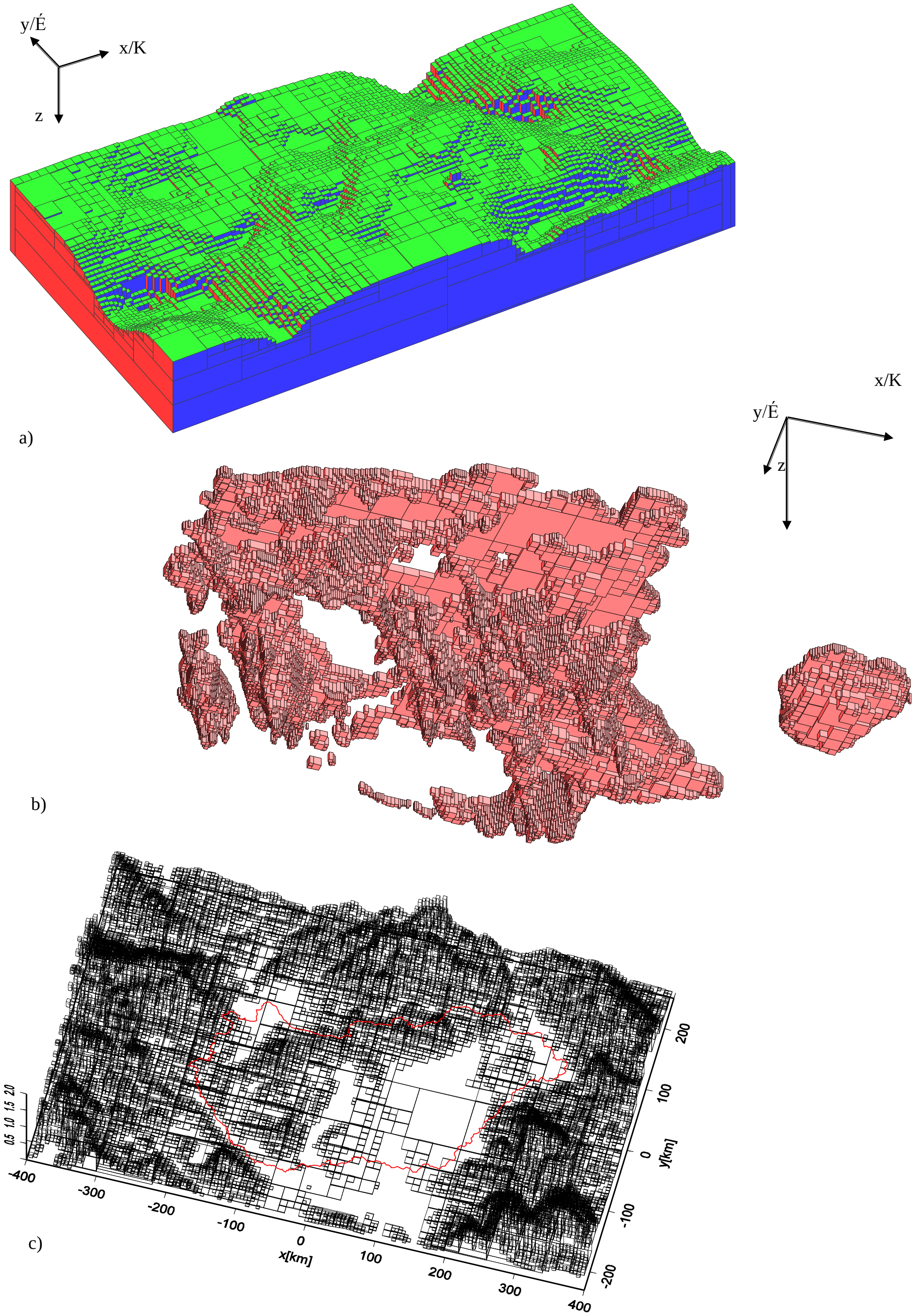
Az ALPACA régió litoszféra modelljéről a www.ggki.hu/a/gravity/geoid1.html URL címen találhatók további információk. A modell korlátozott térbeli kiterjedése, felbontása és egyszerű sűrűségeloszlása természetesen behatárolja a számítások megbízhatóságát. Ennek ellenére bebizonyosodott, hogy az alapján számított helyi geoidunduláció hozzájárulások jól reprezentálják a gravimetriai geoid rövid hullámhosszúságú (λ < 300 km) összetevőit (Papp és Kalmár 1996, Papp 1996a) a ± 10 cm - ± 20 cm szórás intervallumon belül. Így a modell valósághűnek tekinthető, alkalmas a régióban észlelhető nehézségi erőtér és a litoszféra szerkezet kapcsolatának vizsgálatára a hullámhossz szerinti 10 km – 20 km–es maximális felbontásban.

2 A litoszféra diszkrét modelljei az ALPACA régióban

Az ALPACA régió kéregszerkezetét két, egymásba egyértelműen leképezhető, valósághű 3D sűrűségmodellel írjuk le. A $\{x, y, z\}$ lokális koordináta rendszerben (EOTR) a litoszféra modell alkotó elemei prizmák (3. ábra). A $\{X, Y, Z\}$ globális koordináta rendszerben (HD72 + IUGG67 vonatkozási ellipszoid) a térfogatelemek polihedronok, azaz tetszőleges állású síkok által határolt testek.

A két modell térfogatelemei között egyértelmű geometriai-fizikai megfeleltetés van, amelyet a prizmák és a polihedronok csúcspontjai közötti koordináta transzformáció és az azonos sűrűség biztosít. Függőleges irányban a koordináta transzformáció megőrzi a kollinearitást, horizontális irányban viszont nem. Ebben az esetben a transzformált, eredetileg kollineáris pontok követik az ellipszoid görbületét. Az alkalmazott prizma méretek mellett a prizma minden egyes oldallapjának négy csúcspontja a globális rendszerben is közelítőleg egy síkban helyezkedik el. Horizontális irányban már nem élhetünk az előbbi közelítéssel, mivel a prizmák EOTR-beli vízszintes helyzetű lapjainak négy csúcspontja a globális rendszerben már nem koplanáris az ellipszoid görbülete miatt. Ezért a prizma alaplapja két háromszögre bontandó és így a lokális rendszer egy prizmájának a globális rendszer két polihedronja felel meg (4. ábra). Ez a megfeleltetés azonban nem egyértelmű, hiszen a négy csúcspontból 2-2 háromszög alakítható ki, vagy a 3-5 átló vagy az 1-7 átló összekötésével (4. ábra). A megfeleltetés többértelműségéből adódó hiba nagyságának a vizsgálatához a polihedron modell kialakítása négy különböző módon történt (ld. a 4. fejezetet).

A vizsgálatokban felhasznált modellek a litoszféra három fontos szerkezeti egységének (topográfia, neogén-negyedkori üledékösszlet és felső köpeny) sűrűségeloszlását írják le az előzőekben ismertetett adatok felhasználásával. Míg a lokális rendszerben a prizmák alapjai párhuzamosak a $z = 0$ síkkal, a globális rendszerben a polihedronok alapjainak pontjai követik az ellipszoid görbült felületét. Például az 1310 km × 660 km horizontális kiterjedésű felső köpeny modelljében a két egymástól legtávolabbi polihedron elem alapjainak normálisai már 13°-os szöget zárnak be, mely jól egyezik a görbületből elméletileg is számítható szöggel. Az elméletnek megfelelően a 800 km × 500 km horizontális kiterjedésű üledékösszlet modellje esetén ez a szög 6.8°, az 1400 km × 1000 km horizontális kiterjedésű topográfiai modell esetén 15.3°.



3. ábra. a) A Mohorovičić felület által határolt felső köpeny prizma modellje felülnézetben b) a neogén-negyedkori üledék-összlet prizma modellje alulnézetben megjelenítve c) a topográfia prizma modelljének egy részlete. Az a) és b) modellek horizontális kiterjedését az 1. és 2. ábrákról olvashatjuk le

Egy 1310 km × 660 km vízszintes kiterjedésű és 31 km vastagságú lemez képe a koordináta transzformáció után az 5. ábrán látható. A lemezt felosztottuk horizontális irányban 30 km × 30 km kiterjedésű prizmákra is, hogy az így kapott rácspontok transzformációjával láthatóvá váljon a görbületből adódó differencia. Minél sűrűbb a felosztás annál pontosabban követhető a görbület. Erre elsősorban azért van szükség, mert a modellek tömegvonzási hatásának a potenciálzavar nagyságrendjébe eső redukciójához elő kell állítani egy vonatkozási tömegmodellt (ld. a következő fejezetet), amit az EOTR-ben általában egyetlen prizmával lehet leírni. Ilyen nagy kiterjedésű prizma transzformációja már olyan mértékben megváltoztatja a számítási pont és a térfogatelem geometriai viszonyát (5. ábra), hogy az megengedhetetlen hibákat okoz az erőtér szimulációs számításaiban.

A számítások szerint a nagy prizmáknak 30 km × 30 km horizontális kiterjedésű elemekre való felosztása elégséges, mivel ez csak 10^{-5} E nagyságrendű hibát eredményez a másodrendű deriváltakban a 30 km-nél finomabb felosztáshoz viszonyítva. A prizma globális rendszerbeli képének (azaz a két csatlakozó polihedronnak) a térfogata és így tömege is kisebb a prizma EOTR-beli térfogatánál és tömegénél. Pl. a felső köpenyt a lokális illetve globális rendszerben leíró prizma illetve polihedron modellek térfogata közötti eltérés 1.78%. Mivel a litoszféra prizma modellje különböző méretű prizmákból áll, ezért a globális rendszerbe való transzformáció előtt a fenti elvet követve a nagyobb horizontális kiterjedésű (bármely irányban > 250 km) prizmákat felosztottuk 30 km × 30 km horizontális kiterjedésű prizmákra. A felosztás során minden kis prizma örökölte a felosztott prizma sűrűségét. Az így előállított prizma és polihedron modellek segítségével megvizsgálható a görbület hatása a potenciálzavar másodrendű deriváltjaira a GOCE műhold pályamagasságában.

A prizmák illetve polihedronok száma a két litoszféra modellben 198946 ill. 397892. A modellek felbontása a vizsgálatba vont három egységet határoló felület (a topográfia felszíne, a harmadkor előtti medencealjzat és a Moho felület) pontosságától, a helyi változások valósághű leírásának mértékétől függ. A modelleket minimális számú, változó méretű prizmák alkotják (Kalmár et al. 1995).

3 A nehézségi potenciál és potenciálzavar másodrendű deriváltjainak számítása direkt modellezéssel

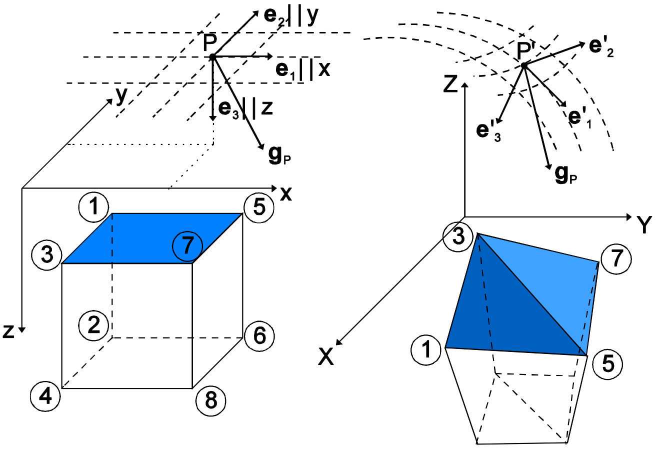
A második fejezetben bemutatott litoszféra modell minden szerkezeti egysége valamilyen mértékben hozzájárul a Föld nehézségi erőterének rendellenességeit leíró T potenciálzavarhoz, illetve annak függvényeihez, pl. T_{ij}.-hez. Ezen egységek hozzájárulását T_{ij}-hez ún. direkt (forward) modellezéssel határozzuk meg mind a lokális, mind a globális koordináta rendszerekben. Mindkét fajta diszkretizálás esetén zárt analitikus képletek írják le az alkalmazott térfogatelemek gerjesztette tömegvonzási potenciál másodrendű deriváltjait $\left(U_{ij} = G \cdot \rho \cdot u_{ij}\right)$. A *prizmára* vonatkozó képlet pl. $i = j = x$ esetén (Nagy et al. 2000):

$$u_{xx}(P) = \left\| \left| -\tan^{-1} \frac{yz}{xr} \right|_{x_1}^{x_2} \right|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2}, \tag{1}$$

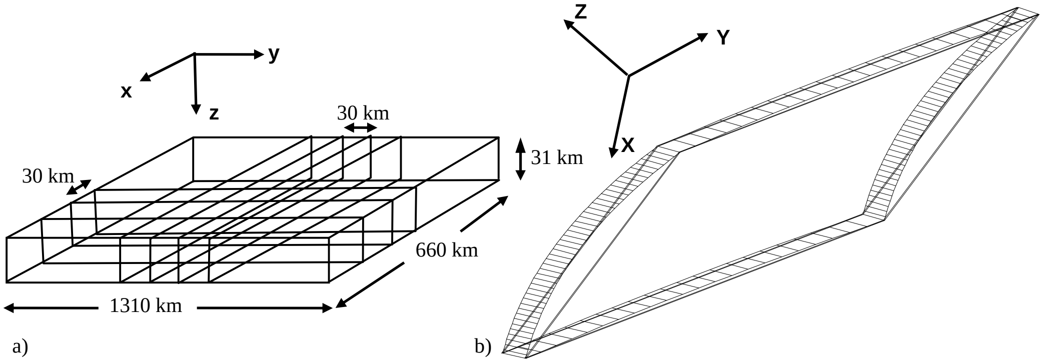
ahol $P(0,0,0)$ a számítási pont, ρ a térfogatelem (prizma vagy polihedron) állandó sűrűsége, G a gravitációs állandó, r a távolság és $[x_1,x_2]\times[y_1,y_2]\times[z_1,z_2]$ írja le a prizma kiterjedését a $P(0,0,0)$ ponthoz viszonyítva. A *polihedronra* vonatkozó képlet (Benedek 2004):

$$u_{ij} = -\sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{n_k} \cdot \boldsymbol{e_i} \left[\sum_{l=1}^{L_k} \theta_1\left(u_{k,l}, v_{k,l}, w_{k,l}, z_k, \varepsilon\right) \cdot \boldsymbol{v_{k,l}} \cdot \boldsymbol{e_j} - \theta_2\left(u_{k,l}, v_{k,l}, w_{k,l}, z_k, \varepsilon\right) \cdot \operatorname{sign}\left(z_k\right) \cdot \boldsymbol{n_k} \cdot \boldsymbol{e_j} \right] \tag{2}$$

ahol K a polihedront határoló lapok (oldalak) száma, L_k a k-dik lap csúcspontjainak száma, k a lapokra és l a csúcsokra vonatkozó index. ($\boldsymbol{e_1}$, $\boldsymbol{e_2}$, $\boldsymbol{e_3}$) a globális rendszer egységvektorai. (3) képletekben $\boldsymbol{n_k}$ vektor a k-ik laphoz tartozó normális, $\boldsymbol{\mu_{k,l}}$ a k-dik lap l-dik csúcspontjához tartozó él (l és $l+1$ csúcsokat összekötő él, ahol l, $l+1$, $l+2$,.. csúcsok körbejárása pozitív), $\boldsymbol{v_{k,l}}$ pedig k-dik lap l-dik csúcspontjához tartozó olyan egységvektor, mely az előbbi két vektor vektoriális szorzata. Vagyis ($\boldsymbol{\mu_{k,l}}$, $\boldsymbol{n_k}$, $\boldsymbol{v_{k,l}}$) egy jobbsodrású rendszert alkot az *l-dik* csúcspontban.



4. ábra. Az {*x,y,z*} lokális rendszerben ill. a {*X,Y,Z*} globális koordináta rendszerben értelmezett prizma ill. a prizmának megfelelő polihedron elemek geometriájának kapcsolata. $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ a *P* számítási ponthoz rendelt EOTR lokális koordináta rendszer egységvektorai, $\boldsymbol{e}'_1$, $\boldsymbol{e}'_2$, $\boldsymbol{e}'_3$, vektorok a koordináta transzformációval kapott *P'* számítási ponthoz rendelt topocentrikus rendszert képezik, azaz tulajdonképpen az $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ vektorok transzformált képei. A sarokpont indexelés mutatja a bal és jobbsodrású rendszerekben a körüljárási irány különbségét, amit a polihedronokkal történő számítások során követni kell



5. ábra. A felső köpeny egy prizmából álló átlagmodelljének képe a) a lokális és b) a globális koordináta-rendszerekben. A b) ábra jól mutatja a 8 csúcspontjával adott ill. a 30 km x 30 km-es elemekre bontott prizma transzformált képei közötti geometriai különbségeket. Minden egyes sarokpontot transzformálunk a lokális rendszerből a globális rendszerbe

Az *u*, *v*, *w*, *z* skalár mennyiségeket a (4) alapján az *l*-dik csúcsponthoz tartozó d_{kl} él hosszából, a $\boldsymbol{\mu}_{k,l}$, $\boldsymbol{n}_k$, $\boldsymbol{\nu}_{k,l}$ vektorokból és az *l*-dik csúcspont $\boldsymbol{a}_{k,l}$ helyvektorból (6. ábra) számoljuk. u_{kl}, w_{kl}, z_k az $\boldsymbol{a}_{k,l}$ vektor előjellel vett vetülete rendre a $\boldsymbol{\mu}_{k,l}$, $\boldsymbol{n}_k$, $\boldsymbol{\nu}_{k,l}$ vektorokra. Ha a vetületben szereplő vektorok által bezárt szög hegyesszög, akkor a vetület előjele pozitív. θ_1, θ_2 skalár függvények, melyek értékeit (5) alapján számoljuk minden egyes lap minden csúcspontjában a csúcsponthoz tartozó *u*, *v*, *w*, *z* értékek alapján. *W*, *U*, *V* az *u*, *v*, *w*, *z* skalárokból (6) segítségével előállított skalár mennyiségek, melyek geometriailag is értelmezhetők. *W* a *P* számítási pont távolsága az *l*-dik csúcsponthoz tartozó éltől, *U* és *V* pedig a *P* pont távolsága az *l* illetve *l+1*-dik csúcsponttól. sign(z_k) értéke -1, ha $\boldsymbol{n}_k$ a *P* pontot tartalmazó, *k*-dik lap által határolt féltér felé mutat, +1 ha a másik féltér felé mutat és nulla, ha a *P* pont a lapon van (6. ábra). ε egy tetszőlegesen kicsiny konstans, amely a polihedron élein, lapjain és csúcspontjaiban fellépő szingularitás feloldására szolgál. Ezáltal a deriváltakat leíró képletek érvényesek az egész térben.

$$d_{k,l}=\left|\boldsymbol{a}_{k,l+1}-\boldsymbol{a}_{k,l}\right|,\ \boldsymbol{\mu}_{k,l}=\frac{\boldsymbol{a}_{k,l+1}-\boldsymbol{a}_{k,l}}{d_{k,l}},\ \boldsymbol{n}_k=\frac{\boldsymbol{\mu}_{k,l-1}\times\boldsymbol{\mu}_{k,l}}{\left|\boldsymbol{\mu}_{k,l-1}\times\boldsymbol{\mu}_{k,l}\right|},\ \boldsymbol{\nu}_{k,l}=\boldsymbol{\mu}_{k,l}\times\boldsymbol{n}_k, \tag{3}$$

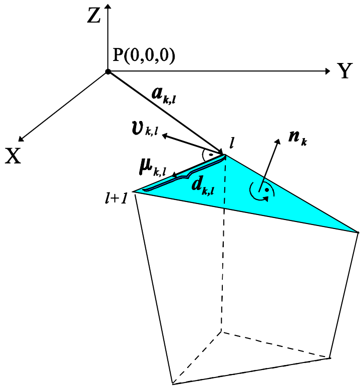
$$u_{k,l}=\boldsymbol{\mu}_{k,l}\cdot\boldsymbol{a}_{k,l},\ w_{k,l}=\boldsymbol{\nu}_{k,l}\cdot\boldsymbol{a}_{k,l},\ z_k=\boldsymbol{n}_k\cdot\boldsymbol{a}_{k,l},\ v_{k,l}=u_{k,l}+d_{k,l}, \tag{4}$$

$$\theta_1(u,v,w,z,\varepsilon)=\operatorname{sign}(v)\cdot\ln\left(\frac{V_\varepsilon+|v|}{W_\varepsilon}\right)-\operatorname{sign}(u)\cdot\ln\left(\frac{U_\varepsilon+|u|}{W_\varepsilon}\right)$$

$$\theta_2(u,v,w,z,\varepsilon)=2\tan^{-1}\frac{2wd}{(T_\varepsilon+d)\cdot|T_\varepsilon-d|+2T_\varepsilon z_\varepsilon} \tag{5}$$

$$z_\varepsilon=z+\varepsilon,\ W_\varepsilon=\sqrt{w^2+z_\varepsilon^2},\ U_\varepsilon=\sqrt{u^2+W_\varepsilon^2},\ V_\varepsilon=\sqrt{v^2+W_\varepsilon^2},\ T_\varepsilon=U_\varepsilon+V_\varepsilon \tag{6}$$

Pohánka (1988) tanulmánya tartalmazza a (2) képlet levezetéséhez szükséges matematikai hátteret és a képletben szereplő paraméterek részletes magyarázatát.



6. ábra. A (2) egyenlet néhány paraméterének geometriai magyarázata

Egy alkalmas vonatkozási tömegmodell alapján előállítható az U^{ref} vonatkozási potenciál, melynek segítségével meghatározható az n prizmát ill. polihedront tartalmazó kéregszerkezeti egység ún. helyi, azaz kizárólag a modell által leírt tömegrendellenességek hozzájárulása T_{ij}-hez (Papp 1996):

$$T_{ij}^{helyi}=-U_{ij}^{ref}+\sum_{k=1}^{n}U_{ij} \tag{7}$$

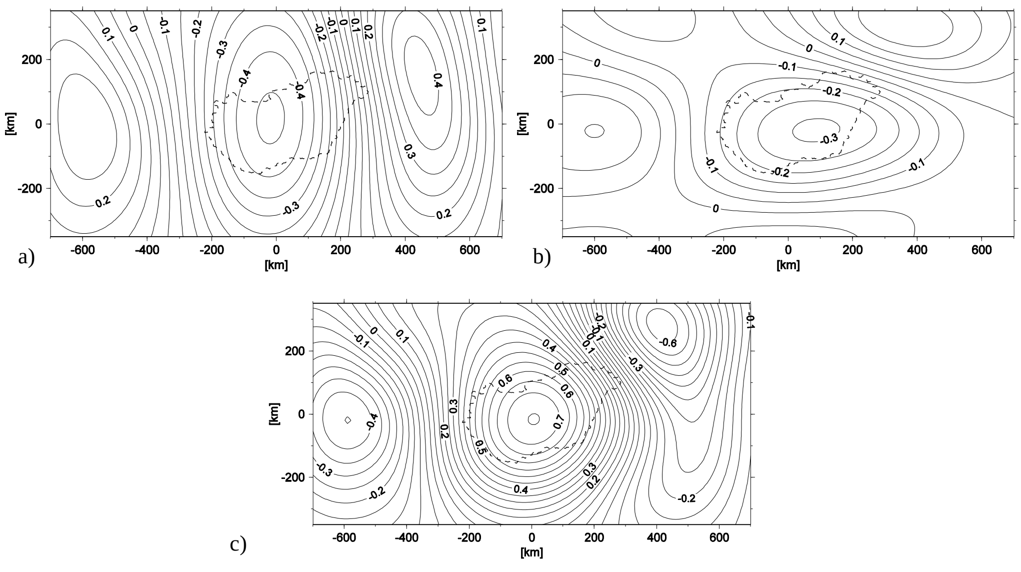
ahol $\sum_{k=1}^{n}U_{ij}$ a modellt alkotó egyes térfogatelemekből számított potenciál másodrendű deriváltjainak összege a számítási pontban. U_{ij}^{ref} pedig egy alkalmasan választott vonatkozási modell (egyszerűbb geometriával rendelkező, de az eredeti modellel megegyező tömegű és annak tömegközéppontjával egybeeső tömegközéppontú modell) által generált potenciál másodrendű deriváltja. Ezzel az eljárással követhető az a felsőgeodéziában alkalmazott módszer, melynek során a nehézségi tér mért paramétereit általában az ún. normál vagy ellipszoidi tér paramétereihez viszonyítjuk, azaz linearizáljuk. Pl. a potenciál második deriváltjai esetében $T_{ij}=W_{ij}-V_{ij}$ megadja a mérhető (W_{ij}) és a normál térből számítható (V_{ij}) deriváltak közötti különbséget, amely lineáris közelítésben megegyezik a $T=W-V$ potenciál zavar deriváltjaival. Az U_{ij}^{ref} eltávolításával elérhető, hogy a T_{ij}^{helyi} maradékokra bizonyos feltételek (Papp, 1996) mellett fennáll az $M\{T_{ij}^{helyi}\}\cong 0$ összefüggés, valamint jelentősen csökkenthetők a T_{ij}^{helyi} paraméterek nagy hullámhosszúságú összetevőinek amplitúdói. Így az észlelt differenciális erőtér paraméterek (potenciálzavar, nehézségi rendellenesség, stb.) közvetlenül összehasonlíthatók a szimulált adatokból (7) alkalmazásával nyert helyi hozzájárulásokkal.

4 A T_{xx}, T_{yy} és T_{zz} mennyiségek helyi összetevőinek szimulációja 300 km magasságban

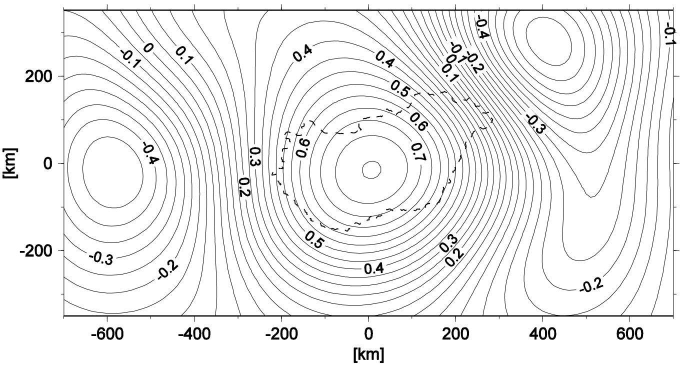
Az (1) és (2) képletek lehetővé teszik a modellek hatásának számítását a műhold pályamagasságában. Az eredmények megmutatják, hogy a litoszféra egyes szerkezeti egységeinek mekkora hozzájárulása várható a T potenciálzavar másodrendű deriváltjaihoz. A polihedron modellből számolt és a (7) képlettel módosított $T^{helyi}_{ij\{X,Y,Y\}}$ mennyiségek a görbület hatását is tartalmazzák. Ezeket összehasonlítva a lokális koordináta-rendszerben kiszámított $T^{helyi}_{ij\{x,y,z\}}$ paraméterekkel vizsgálhatók a Föld görbületéből adódó eltérések az adott számítási magasságban. Ehhez azonban az egyik rendszerben kiszámolt mennyiségeket transzformálni kell a másik rendszerbe. A lokális rendszer P számítási pontjában felvett $\boldsymbol{e_1}$, $\boldsymbol{e_2}$, $\boldsymbol{e_3}$ EOTR rendszer egységvektorainak képe a globális rendszerben a P' kezdőpontú, közel ortonormált ún. topocentrikus $\{\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3\}$ rendszer (4. ábra). Ennek orientációja a {X,Y,Z} rendszerben pontról pontra változik a görbületnek megfelelően. A P' pontban meghatározott $u_{ij\{X,Y,Z\}}$ paraméterek transzformációja a globális rendszerből az EOTR lokális rendszerbe tulajdonképpen ezen mennyiségeknek az $\{\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3\}$ rendszerbe való transzformációját jelenti:

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix}_{\{x,y,z\}} = \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix}_{\{X,Y,Z\}} \mathbf{R}\text{, ahol } \boldsymbol{R} = \langle \boldsymbol{e}'_1 \quad \boldsymbol{e}'_2 \quad \boldsymbol{e}'_3 \rangle = \begin{bmatrix} e'_{1X} & e'_{2X} & e'_{3X} \\ e'_{1Y} & e'_{2Y} & e'_{3Y} \\ e'_{1Z} & e'_{2Z} & e'_{3Z} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

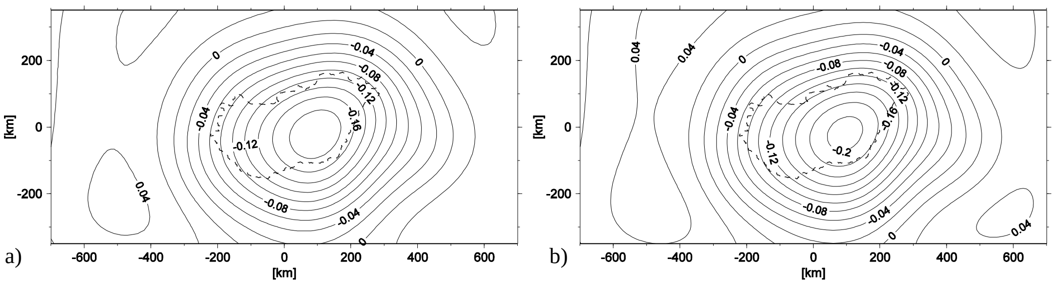
A felső köpeny modelljének a $\Delta\rho$ = +250 kg/m^3 sűrűségkontraszt paraméter alkalmazásával adódó helyi hozzájárulásai a 7. és 8. ábrákon láthatók. A neogén-negyedkori üledékek esetében a sűrűség függőleges irányú változását egy tapasztalati függvény (Szabó és Páncsics 1999) írja le. A függvényből minden egyes prizma számára a prizma által meghatározott magassági tartományra vonatkozó átlagos sűrűség érték került kiszámításra. A modell helyi hozzájárulását az erőtér T_{zz} paraméteréhez a 9. ábra mutatja. A topográfia modelljének központi részén (Magyarország területe), geológiai térkép (Rónai et al. 1984) digitalizálásával lehetővé vált horizontálisan változó sűrűségeloszlás bevezetése (10. ábra). Az ALPACA régió külső peremén a szokásos 2670 kg/m^3 konstans értéket alkalmaztuk. A direkt/forward modellezés eredményét a 11. ábra mutatja.



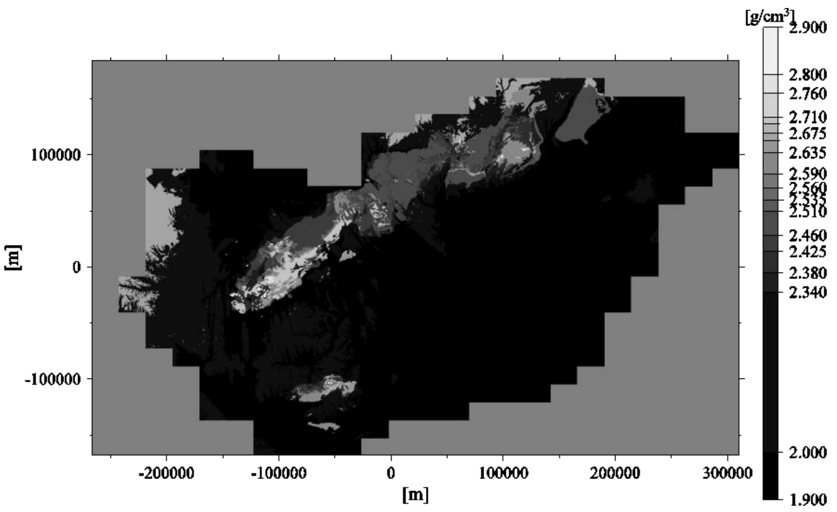
7. ábra. A felső köpeny prizma modelljéből $\Delta\rho$=+250 kg/m^3 értékkel szimulált a) T^{helyi}_{xx} b) T^{helyi}_{yy} és c) T^{helyi}_{zz} hozzájárulások H=300 km magasságban. A szintvonalköz 0.05 E. A koordináták centrális EOV rendszerűek. A szaggatott vonal Magyarország határa



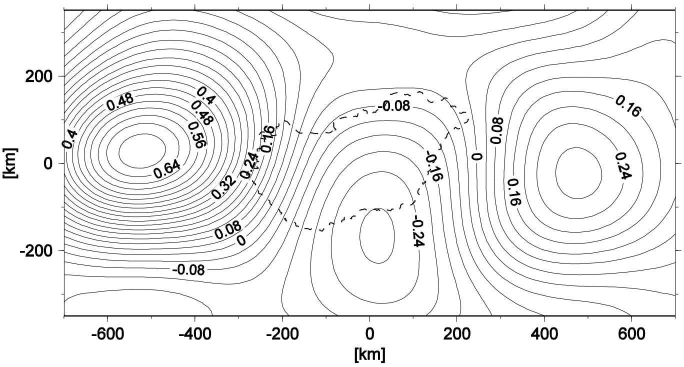
8. ábra. A felső köpeny polihedron modelljéből $\Delta\rho$=+250 kg/m^3 értékkel szimulált T_{zz}^{helyi} hozzájárulás H=300 km magasságban. A szintvonalköz 0.05 E. A koordináták centrális EOV rendszerűek. A szaggatott vonal Magyarország határa



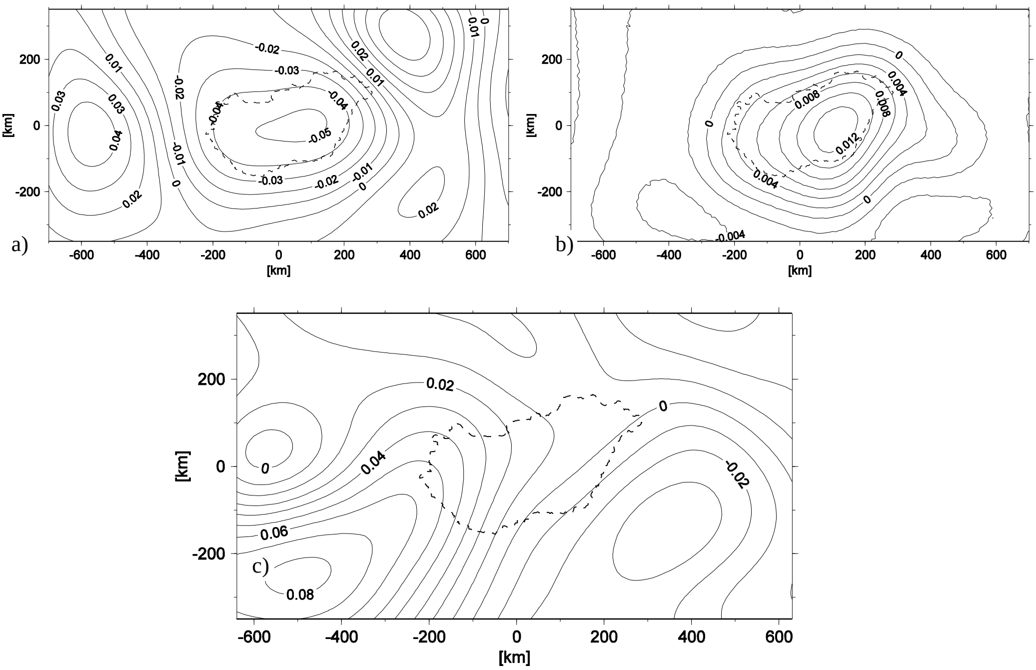
9. ábra. A neogén-negyedkori üledékösszlet a) prizma és b) polihedron modelljeiből szimulált T_{zz}^{helyi} hozzájárulások H=300 km magasságban. A szintvonalköz 0.02 E. A koordináták centrális EOV rendszerűek. A szaggatott vonal Magyarország határa



10. ábra. Az ALPACA régió belső zónájának felszíni sűrűségeloszlás modellje



11. ábra. Az ALPACA régió legfelső szerkezeti egységének, a topográfiának prizma modelljéből számított T_{zz}^{helyi} hozzájárulások H=300 km magasságban. A szintvonalköz 0.02 E. A koordináták centrális EOV rendszerűek. A szaggatott vonal Magyarország határa



12. ábra. A lokális és a globális rendszerekben számított T_{zz}^{helyi} hozzájárulások különbségeinek térképei a) a felső köpeny (szintvonalköz: 0.01 E) b) az üledékösszlet (szintvonalköz: 0.002 E) és c) a topográfia (szintvonalköz: 0.01 E) modelljeiből meghatározva. A koordináták centrális EOV rendszerűek. A szaggatott vonal Magyarország határa

A lokális és a globális rendszerben számolt potenciálzavar megfelelő másodrendű deriváltjainak eltérése a 12. ábrán, míg az eltérések statisztikái az 1. táblázatban láthatók. A számításokat különböző magasságokban, 256 × 256 pontot tartalmazó, [-1280 km, 1270 km] × [-1280 km, 1270 km] kiterjedésű, 10 km x 10 km felbontású rácsokon végeztük. A felső köpeny esetében a prizmák két polihedronná alakítása (felosztása) négyféleképpen történt. Az ebből fakadó geometriai különbségeknek az erőtér paraméterekre gyakorolt hatása a 2. táblázatban található statisztikák alapján vizsgálható. A 8., 9.b) és a 12. ábrák az a) (ld. 2. táblázat) eljárással kialakított modellek alapján készültek.

1. táblázat. A prizma és a polihedron modellekből meghatározott második deriváltak különbségeinek statisztikai paraméterei a kéregszerkezeti egységek függvényében. σ a különbségek szórása. A zárójelben feltüntetett adatok a $max\{|\Delta T_{ii}|\}/max\{|T_{ii\{xyz\}}|\}$ képlet alapján számított százalékos arányokat mutatják

Paraméterek			*min* [E]	*max* [E]	*átlag* [E]	σ [E]	*min* [E]	*max* [E]	*átlag* [E]	σ [E]
$\Delta T_{ii} = T_{ii\{x,y,z\}} - T_{ii\{X,Y,Z\}}$			H = 300 km				H = 400 km			
Felső köpeny	Rácspontszám: 256×256	ΔT_{xx}	-0.046 (10%)	0.030	-0.0000	±0.0102	-0.034 (13%)	0.032	0.0000	±0.0088
		ΔT_{yy}	-0.024	0.034 (11.1%)	0.0002	±0.0064	-0.015	0.023 (15.1%)	0.0002	±0.0047
		ΔT_{zz}	-0.052	0.058 (7.7%)	0.0002	±0.0110	-0.051 (12.5%)	0.041	-0.0001	±0.0096
Neogén ule-dékösszlet	Rácsponszám: 256×256	ΔT_{xx}	-0.006	0.006 (6.3%)	0.0001	±0.0013	-0.006 (12.0%)	0.005	0.0001	±0.0012
		ΔT_{yy}	-0.007	0.007 (6.9%)	0.0000	±0.0016	-0.006 (12.2%)	0.005	0.0000	±0.0012
		ΔT_{zz}	-0.005 (6.7%)	0.013	-0.0001	±0.0018	-0.004	0.011 (11.1%)	-0.0001	±0.0016
Topográfia	Rácspontszám: 256x256	ΔT_{xx}	-0.100	0.024 (8.0%)	-0.0280	±0.0312	-0.078 (5.6%)	0.026	-0.0263	±0.0266
		ΔT_{yy}	-0.126	0.140 (34.2%)	0.0212	±0.0580	-0.097	0.107 (6.0%)	0.0205	±0.0515
		ΔT_{zz}	-0.037	0.083 11.7%	0.0054	±0.0213	-0.031	0.066 (20.8%)	0.0052	±0.0193

2. táblázat. A felső köpeny sűrűségeloszlásának leírására, négy különböző módon létrehozott polihedron modellből számolt mennyiségek eltéréseinek statisztikái H=300 km magasságban. A prizmák felosztása a 4. ábra szerint a) az 1-5 átló mentén, b) a 3-5 átló mentén, c) a 3-5 ill. 1-7 átló mentén, ha a 7-es sz. pont az (1,3,5) sík alatt, illetve felett helyezkedett el, d) a 3-5 ill. 1-7 átló mentén történt, ha a 7-es sz. pont az (1,3,5) sík felett, illetve alatt helyezkedett el.

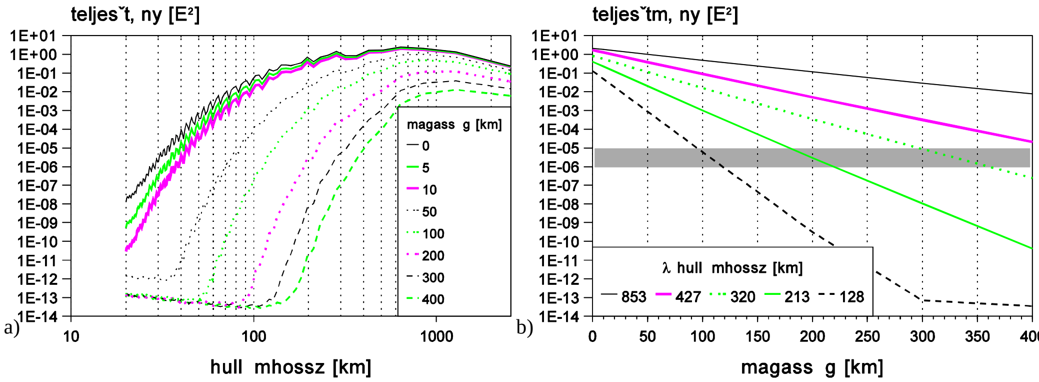
paraméterek	*min* [E]	*max* [E]	*átlag* [E]	σ [E]
$T_{xx}^{a)} - T_{xx}^{b)}$	-0.00003	0.00127	0.00023	±0.00031
$T_{yy}^{a)} - T_{yy}^{b)}$	-0.00007	0.00122	0.00023	±0.00031
$T_{zz}^{a)} - T_{zz}^{b)}$	-0.00135	0.00013	-0.00020	±0.00035
$T_{xx}^{a)} - T_{xx}^{c)}$	-0.00003	0.00054	0.00008	±0.00011
$T_{yy}^{a)} - T_{yy}^{c)}$	-0.00003	0.00051	0.00008	±0.00012
$T_{zz}^{a)} - T_{zz}^{c)}$	-0.00059	0.00005	-0.00008	±0.00014
$T_{xx}^{c)} - T_{xx}^{d)}$	-0.00015	0.00075	-0.00007	±0.00015
$T_{yy}^{c)} - T_{yy}^{d)}$	-0.00028	0.00080	-0.00008	±0.00017
$T_{zz}^{c)} - T_{zz}^{d)}$	-0.00088	0.00025	-0.00006	±0.00018

5 A második deriváltak tér-tartománybeli és spektrális vizsgálata

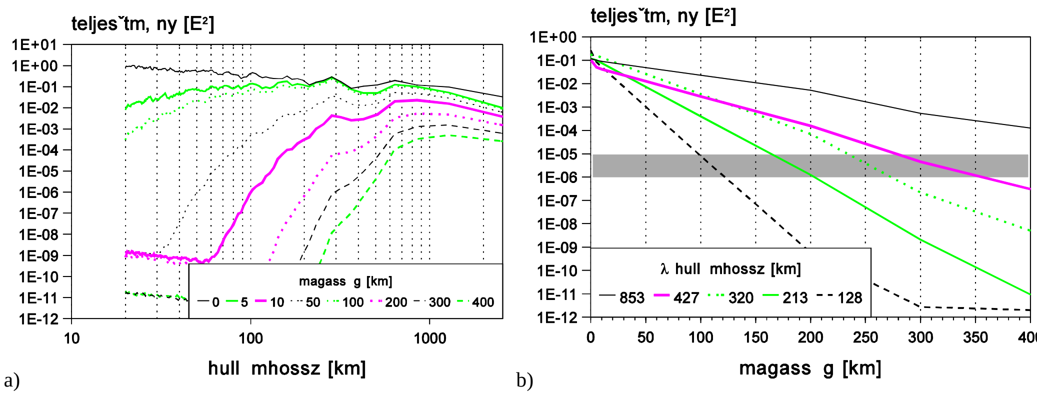
Annak ellenére, hogy a T potenciálzavar második deriváltjainak változása igen egyenletes és sima H = 300 km magasságban, a terület kéregszerkezetének regionális képe jól kivehető. A tömegeloszlás fő jellegzetességei kiválóan azonosíthatók pl. a 7. ábrán, ahol a hegységgyökerek által létrehozott tömeghiány illetve a Moho felboltozódása miatti viszonylagos tömegtöbblet hatása határozott minimum illetve maximum helyekben képződik le. A 7., 9. és 11. ábrák összehasonlításával képet kaphatunk az izosztatikus kiegyenlítődési állapot tendenciájáról is, mivel a topográfiai tömegek és az üledékösszlet hatása határozottan ellentétes jellegű a felső köpeny hatásával.

A szerkezeti egységek által létrehozott helyi hozzájárulások (T_{ij}^{helyi}) spektrális összetevőinek mennyiségi vizsgálatához kiszámítottuk a hatások ún. radiális teljesítmény spektrumait (Meskó 1984). A különböző magasságokban elvégzett számítások alapján képet alkothatunk az összetevők amplitúdójának magasság függéséről. A gyors Fourier transzformáción alapuló spektrum számítás során ún. koszinusz ablakfüggvényt alkalmaztunk a spektrális szivárgás hatásának csökkentésére. A spektrumokat és néhány különböző hullámhosszúságú összetevő csillapítását a 13., 14. és 15. ábrák mutatják. Ezek alapján valószínűsíthető, hogy a GOCE mérések (H = 250 km) csak a $\lambda \approx 200$ km - 250 km-nél nagyobb hullámhosszúságú összetevőket fogják kimutatni, ugyanis az ennél rövidebb hullámhosszak amplitúdója már a mérések maximális zajszintjébe esik (~3 mE).

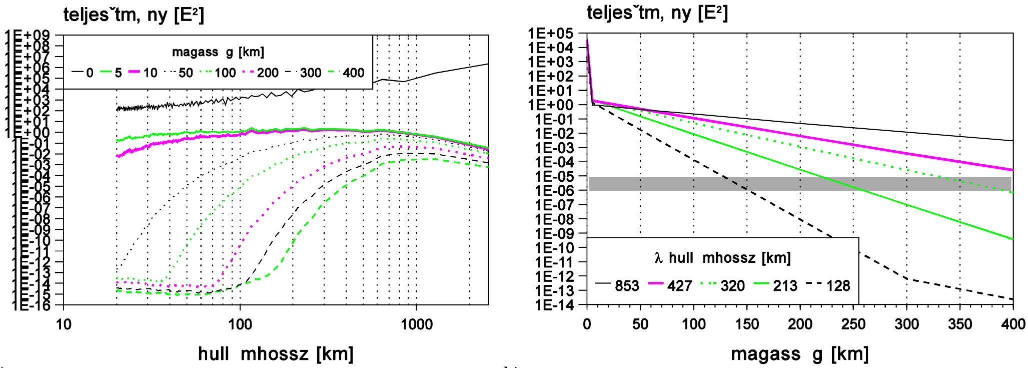
A 12. ábra világosan feltárja a lokális (EOTR) és a globális koordináta-rendszerekben szimulált adatok közötti rendszeres (szisztematikus) különbségeket. Megfigyelhető, hogy a polihedron modell helyi hozzájárulása a T második deriváltjaihoz, abszolút értelemben nagyobb, mint a prizma modell esetében. A topográfia kivételével a ΔT_{ii} eltérések a néhány század Eötvös egység tartományban mozognak és szórásuk a ±0.01 E érték alatt marad vagy éppen csak meghaladja azt (1. táblázat). Ez nyilvánvalóan többszöröse a GOCE gradiométeres mérések várt pontosságának (ESA 1999). Habár az eltérések egy része bizonyosan a görbület hatásából, azaz a lokális és a globális rendszerek közötti geometriai különbségből származik, ez mégsem magától értetődő a bemutatott térképek alapján. Ugyanis a vizsgálati terület széle felé nem növekednek szisztematikusan az eltérések, hanem inkább a számított helyi hozzájárulások minimum ill. maximum helyeivel mutatnak szoros korrelációt. Ezért feltételezhető, hogy az ellentmondások létrejöttében a kétféle rendszerbeli térfogatok illetve tömegek közötti, már korábban tárgyalt különbség is szerepet játszik. Mivel azonban ennek értéke alig 2% ezért a minimum és a maximum értékek viszonylatában kimutatható átlagosan ~10%-os eltérés ($max\{|\Delta T_{ii}|\}/max\{|T_{ii\{xyz\}}|\}$) nagy része mégis a görbület hatására vezethető vissza.



13. ábra. A felső köpeny által gerjesztett tömegvonzási hatás (T_{zz}^{helyi}) a) teljesítmény spektrumai és b) a hatások néhány spektrális összetevőjének magasság függése. A szürke sáv a GOCE mérések maximális hibájának várható szintjét jelöli



14. ábra. Az üledékösszlet által gerjesztett tömegvonzási hatás (T_{zz}^{helyi}) a) teljesítmény spektrumai és b) a hatások néhány spektrális összetevőjének magasság függése. A szürke sáv a GOCE mérések maximális hibájának várható szintjét jelöli



a) b)

15. ábra. A topográfia által gerjesztett tömegvonzási hatás (T_{zz}^{helyi}) a) teljesítmény spektrumai és b) a hatások néhány spektrális összetevőjének magasság függése. A szürke sáv a GOCE mérések maximális hibájának várható szintjét jelöli

6 Következtetések

A Moho felületen feltételezett sűrűség változás hatása a nehézségi erőtér T_{zz} paramétere esetében eléri az 1 E értéket a GOCE műhold pályamagasságában, még akkor is, ha a változás csak fele (250 kg/m^3) az általánosan feltételezett értéknek. A műhold gradiométere azonban a kéregbeli sűrűség rendellenességek integrált hatását fogja érzékelni, ezért a legrészletesebben ismert hatók (topográfia, üledékek) hatásait el kell különíteni a mérési adatokból az inverzió számítása előtt. A Newton-féle tömegvonzásból származó hatások elkülönítése szintetikus/direkt számításokkal lehetséges. A topográfia esetében mindenképpen a polihedron modellezés javasolt, mivel a görbület hatásának mértéke bizonyos összetevőkre jelentősen meghaladja a műhold gradiométerének érzékenységét. Az üledékek hozzájárulásának modellezésekor elégséges a lokális koordináta-rendszer, azaz a prizmák alkalmazása, hiszen a hatás a várható mérési zaj tartományába esik.

A felső köpeny esetén, a prizmák különböző kettéosztásával kialakított polihedron modellekkel végzett számítások között maximálisan 0.0002 E átlagos eltérést tapasztaltunk, a maximális abszolút eltérés nem haladja meg a 0.002 E értéket. Habár a vizsgálatot csak egy szerkezeti egységre végeztük el, a többi egység hasonló vagy kisebb nagyságrendű hozzájárulásai miatt feltételezzük, hogy a polihedron modell kialakításának módja, ebben a vonatkozásban nem befolyásolja lényegesen az eredményeket a műhold magasságában.

Az ALPACA régióban a földgörbület hatása a vizsgált magassági tartományban átlagosan 10%-a a helyi hozzájárulások abszolút értékének, azaz néhány század E egység. Ezért első közelítésként a prizma modell alkalmazható a megfelelően előkészített műhold adatok inverziójára a Moho felületen észlelhető sűrűség változás pontosításának céljából. 10%-nál pontosabb sűrűség becsléshez az inverziót a globális rendszerben, polihedron térfogatelemek alkalmazásával kell elvégezni.

A kéreg szerkezeti elemeinek helyi hozzájárulása a műhold magasságában hozzávetőlegesen csak a 200 km - 250 km-nél nagyobb hullámhosszúságú összetevőkre mutatható majd ki.

Köszönetnyilvánítás. A kutatásokat a T043413 és a T028744 számú OTKA programok támogatták.

Hivatkozások

Benedek J (2004): The application of polyhedron volume elements in the calculation of gravity related quantities. in: Meurers B and Pail R (eds), Proceedings of the 1st Workshop on International Gravity Field Research, Graz 2003, Special Issue of Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik, Heft 31, 99-106.

Bielik M, Makarenko I, Legostaeva O, Starostenko V, Dérerová J, and Šefara J (2004): Stripped gravity map of the Carpathian-Pannonian region. in: Meurers B and Pail R (eds), Proceedings of the 1st Workshop on International Gravity Field Research, Graz 2003, Special Issue of Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik, Heft 31, 107-114.

ESA (1999). Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission, ESA SP-1233(1), report for mission selection of the four candidate Earth Explorer missions.

Garland GD (1971): Introduction to Geophysics – Mantle, Core and Crust. W.B. Saunders Co., Philadelphia, p. 420.

Kalmár J, Papp G, Szabó T (1995): DTM-based surface and volume approximation. Geophysical applications. Comp. and Geosci., 21, 245-257.

Lenkey L, Dövényi P, Horváth F and Cloething SAPL (2002): Geothermics of the Pannonian basin and its bearing on the neotectonics. EGU Stephan Mueller Special Publication Series, 3, 29-40.

Meskó A (1984): Digital Filtering, Applications in Geophysical Exploration for Oil. Akadémiai Kiadó, Budapest, p. 636.

Nagy D, Papp G, Benedek J (2000): The gravitational potential and its derivatives for the prism. Journal of Geodesy, 74, 552-560.

Papp G (1996a): A Pannon-medence nehézségi erőterének modellezése. Kandidátusi értekezés, MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézet Sopron.

Papp G (1996b): On the application of physical filtering in 3-D forward gravity field modelling. In: Meurers, B. (ed.), Proceedings of the 7th International Meeting on Alpine Gravimetry, Special Issue of Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik, Heft 14, 145-154.

Papp G (2001): On some error sources of geoid determination. In: Meurers, B. (ed.), Proceedings of the 8th International Meeting on Alpine Gravimetry, Leoben 2000, Special Issue of Österreichische Beiträge zu Meteorologie und Geophysik, Heft 26, 167-179.

Papp G, Kalmár J (1996)**:** Toward the physical interpretation of the geoid in the Pannonian Basin using 3-D model of the litosphere. IGeS Bulletin, DIIAR, Politecnico di Milano, 5, 63-87.

Pohánka V (1988): Optimum expression for computation of the gravity field of homogeneous polyhedron body. Geophysical Prospecting 36, 733-751.

Royden L, Horváth F (editors) (1988): The Pannonian basin. A study in basin evolution. Am. Assoc. Pet. Geol. Mem. 45.

Rónai A, Hámor G, Nagy E, Fülöp J, Császár G, Jámbor A, Hetényi R, Deák M, Gyarmati P (1984): Magyarország Földtani Térképe 1:500000, Magyar Állami Földtani Intézet.

Szabó Z, Páncsics Z (1999): Rock densities in the Pannonian basin – Hungary. Geophysical Transactions of ELGI, 42, 5-27.

Geomatikai Közlemények X., 2007

GEOPOTENCIÁLIS MODELL SZÁMÍTÁSA GRACE MIKROHULLÁMÚ TÁVOLSÁGMÉRÉS ALAPJÁN

Paizs Zoltán, Földváry Lóránt***

Determination of a gravity model based on GRACE microwave ranging observations – *The paper provides an overview of the most up-to-date results of Gravity Recovery and Climate Experience (GRACE) satellites related research at the MTA-BME Physical Geodesy and Geodynamics Research Group. Two gravity models have been determined using the energy integral approach. The first method employed the so-called baseline solution on 35 days of GRACE data with brute force method used for the adjustment. The second solution applied also microwave ranging measurements, solved for 4 months of GRACE data adjusted by the so-called PCGMA method. The results have been compared with the recent satellite-only gravity models.*

Keywords: GRACE, satellite-to-satellite tracking (SST), geopotential modelling

Cikkünkben egy a BME Általános- és Felsőgeodézia tanszékén működő MTA-BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport által végzett legutóbbi műholdas gravimetriai méréseken alapuló geoid meghatározás eredményeit mutatjuk be. A gravitációs erőtér meghatározását energia integrál segítségével történt. Először az ún. bázisvonalon alapuló megoldásnál 35 napnyi GRACE észlelést felhasználtunk fel, amelynél a kiegyenlítést a legkisebb négyzetek módszere szerint végeztük el. A másik alkalmazott módszerünk 4 hónap hosszúságú GRACE mérésekből a mikrohullámú távolságmérések eredményeit is bevonva számítottuk, az adatsort az ún. PCGMA módszerrel egyenlítve ki. A kapott eredményeket összehasonlítottuk más, csak műholdas mérésekből számított modellekkel.

Kulcsszavak: GRACE, műhold-műholdkövetés, geopotenciális modell

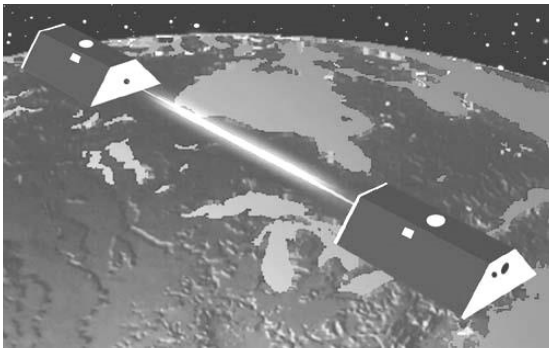
1 Bevezetés

Napjainkban a gravitációs tér mérésénél egyre inkább előtérbe kerül az űrgravimetria. Elsőként a német GFZ (GeoForschungsZentrum) CHAMP műholdját állították pályára 2000-ben, majd ezt követően 2002-ben a NASA és a GFZ közös vállalkozásával a GRACE (Proposal for a German Priority Research Program 2005) projekt keretében két műholdat lőttek fel (1. ábra). Az ESA (European Space Agency) gradiometriai műholdja (GOCE) várhatóan 2007-ben indul útjára (Flury et al. 2006).

A GRACE projekt két műholdja a felszín felett mintegy 485 km magasságban kering a Föld körül. Pályájuk névleges hajlása 89° (közel poláris) és a közöttük lévő távolság 220 ± 50 km. A műhold pár rendelkezik GPS vevőkkel, melyek segítségével folyamatosan mérik a pozíciójukat (Case et al. 2004). Ez ún. magas-alacsony műhold-műholdkövetésnek (high-low SST) felel meg. A GRACE műholdak pozíciójának meghatározását ±3 cm alatti pontossággal lehet elvégezni, így a közöttük lévő távolság kiszámításának pontossága a pályaadatokból ±5 cm körüli. A műholdak pillanatnyi helyzeteiből a műholdak közötti távolságot alapul véve, azt a feldolgozás során bázisvonalként értelmezve módunkban áll (a műholdankénti feldolgozás helyett) a két műhold egy időpontra vonatkozó adatait együttesen feldolgozni.

A valóságban a műholdak folyamatosan mérik a közöttük lévő távolságot két frekvencián (K 24 GHz és Ka 32 GHz-es frekvenciákon) (Case et al. 2004). Ez az elrendezés az ún. alacsony-alacsony műholdkövetésnek (low-low SST) felel meg. A két frekvencián végzett távolságmérés pontossága μm-es nagyságrendű, ami így nagyságrendekkel pontosabb a számított bázisvonalnál. Tanulmányunkban mind a GPS helymeghatározásból számított bázisvonalon alapuló, mind a két műhold között mért távolságon alapuló megoldás elméleti hátterét ismertetjük, majd mindkét eljárást 4 hónap hosszú adatsoron alkalmazzuk.

* *BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.*
** *MTA-BME Fizikai Geodézia és Geodinamikai Kutatócsoport, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.*
E-mail: paizs@sci.fgt.bme.hu
fl@sci.fgt.bme.hu



1. ábra. GRACE műholdak

A műholdak fedélzetén a nem-gravitációs eredetű gyorsulások észlelése végett egy-egy gyorsulásmérőt üzemeltetnek (Case et al. 2004). Jelenlegi munkánk során a műholdak gyorsulásmérőinek eredményeit nem használtuk fel, mivel az előzetes vizsgálatok során úgy tapasztaltuk, hogy a differenciális nem-gravitációs eredetű gyorsulások hatása (lásd (14) egyenlet $\int_t \left(\boldsymbol{f}_B \dot{\boldsymbol{x}}_B - \boldsymbol{f}_A \dot{\boldsymbol{x}}_A \right) dt$ tag) elhanyagolható mértékű. Ez egyrészt a két műholdat érő nem-gravitációs hatások nagy mértékű egyezésének, másrészt a vizsgált időszak rövidségének (4 hónap) köszönhető (Paizs és Földváry 2006).

2 Fiktív mérések meghatározása

A következő részekben a GRACE műholdak mérési adataiból a gravitációs modell meghatározásának egy lehetséges módját, a műholdakra felírt energia-integrálon alapuló megoldását ismertetjük. Először egyetlen műhold méréseit felhasználó megoldást vezetünk le, amelyet utána két lépcsőben a két műholdra és a köztük lévő távolságmérésre vonatkozó megoldáshoz alkalmazunk. Végül megmutatjuk a tanulmányunkban alkalmazott összefüggéseket. A levezetésekből nyert fiktív mérések (potenciál, illetve potenciál-különbségek idősora) a későbbi kiegyenlítés során a tisztatag vektort adják (Detrekői 1991).

Az energia-megmaradás törvénye értelmében egy egységnyi tömegű pont mechanikai energiája, ami a (*T*) kinetikus energia és a (*V*) potenciál (más megközelítésben potenciális energia) összegeként (*H*) írható le, zárt rendszerben (konzervatív erőtérben) állandó. Egy Föld körül keringő műholdra ezt értelmezve (Nagy 1993):

$$\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{x}}^2 - V = H \quad , \tag{1}$$

ahol $\dot{\boldsymbol{x}}$ a műhold sebessége (a helyvektor első időbeli deriváltja). A kinetikus energia a sebesség, a potenciális energia a hely függvénye. Ennek értelmében az összenergia az időben változó hely és a sebesség függvénye (Jekeli 1999):

$$H = H(\boldsymbol{x}(t), \dot{\boldsymbol{x}}(t), t) \ . \tag{2}$$

2.1 Egy műholdra vonatkozó fiktív mérés egyenlete

Ebben a fejezetben bemutatott levezetések alapjául Paizs (2006) tanulmánya szolgál.

Ismert, hogy konzervatív erőtérben a térerősség vektorok megfeleltethetők a potenciáljuk gradienseivel, $\boldsymbol{g} = grad(V)$. Ezt az összefüggést felhasználva – az ekvivalencia elve értelmében – a tehetetlen tömeg (kinetikus) gyorsulása megegyezik a súlyos tömeg gravitációs vonzási képességével:

$$\frac{\partial V}{\partial \boldsymbol{x}} = \ddot{\boldsymbol{x}} \ . \tag{3}$$

Egy műhold keringése során azonban nem csak konzervatív gyorsulások hatnak, hanem egyéb, a műhold felületét érő fékezőhatások is (atmoszférikus fékeződés, stb.). Ezen gyorsulások ($\boldsymbol{f}$) hatására folyamatosan változik a műhold energiaszintje, ezért az energia megmaradás ((1) egyenlet) nem teljesül. A nem-gravitációs eredetű fékezőhatások a testet folyamatosan lassítják, így a (3) egyenlet az alábbi alakra módosul:

$$\frac{\partial V}{\partial \boldsymbol{x}} = \ddot{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{f} \ . \tag{4}$$

Az összenergia a hely, a sebesség és az idő függvényeként írható fel ((2) egyenlet). Ennek idő szerinti teljes differenciálját képezve a következő egyenlethez jutunk:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{x}}\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} + \frac{\partial H}{\partial \dot{\boldsymbol{x}}}\frac{d\dot{\boldsymbol{x}}}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} \ . \tag{5}$$

Figyelembe véve, hogy a $V = V(x,t)$ potenciális energia a helynek és az időnek, illetve a $T = T(\dot{x})$ kinetikus energia a sebességnek a függvénye, az energia megmaradás törvénye ((1) egyenlet) $H = T(\dot{x}) - V(x,t)$ alakot ölti:

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial \boldsymbol{x}}\dot{\boldsymbol{x}} + \frac{\partial T}{\partial \dot{\boldsymbol{x}}}\frac{d\dot{\boldsymbol{x}}}{dt} - \frac{\partial V}{\partial t} \ . \tag{6}$$

Felhasználva a (4) egyenletet és a $T = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{x}}^2$ kinetikus energia definícióját levezethető, hogy:

$$\frac{dH}{dt} = \boldsymbol{f}\dot{\boldsymbol{x}} - \frac{\partial V}{\partial t} \ . \tag{7}$$

Ezt idő szerint integrálva a következő egyenlethez jutunk:

$$H = \int \boldsymbol{f}\dot{\boldsymbol{x}}dt - \int \frac{\partial V}{\partial t}dt + E_0 \ . \tag{8}$$

Mivel célunk a V potenciális energia kiszámítása, ezért (1) egyenletbe behelyettesítve a (8)-as összefüggést kapjuk, hogy:

$$V = T - H = \frac{1}{2}|\dot{\boldsymbol{x}}|^2 - \int \boldsymbol{f}\dot{\boldsymbol{x}}dt + \int \frac{\partial V}{\partial t}dt - E_0 \ , \tag{9}$$

ahol $\frac{1}{2}|\dot{\boldsymbol{x}}|^2$ a kinetikus energia, $\int \boldsymbol{f}\dot{\boldsymbol{x}}dt$ a nem konzervatív (avagy külső) erők által végzett munka, $\int \frac{\partial V}{\partial t}dt$ az időben változó potenciál hatását tartalmazó tag, E_0 az integrálási állandó.

Amennyiben egy műholdra felírt energia-integrált ((9) egyenlet) Földhöz kötött koordinátarendszerben definiáljuk, a koordinátarendszer forgó (tehát nem inerciális) jellegét a rendszerrel együtt forgó észlelő a műhold körmozgásaként észleli, amelynek látszólagos szögsebessége a forgó koordinátarendszer $\boldsymbol{\omega}$ szögsebessége. A körmozgást fenntartó centrifugális erő potenciálja (Han 2003):

$$V_\omega = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x})^2 \ . \tag{10}$$

Így a (9)-es egyenlet az alábbira módosul:

$$V = \frac{1}{2}|\dot{x}|^2 - \int \boldsymbol{f}\dot{\boldsymbol{x}}dt - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x})^2 + \int \frac{\partial V}{\partial t}dt - E_0 \ . \tag{11}$$

A (11) egyenlet felhasználásával a legkisebb négyzetek módszere szerinti kiegyenlítés számára fiktív mérési eredményeket számolhatunk. A továbbiakban a gravitációs potenciál gömbfüggvénysora ($V = V(\overline{C}_{lm}, \overline{S}_{lm}, r, \varphi, \lambda)$) szolgál közvetítő egyenletként. Elegendő számú műholdepochához (r, φ, λ) a (11)-es egyenlet segítségével a V potenciált kiszámítva, a normálegyenletből meghatározhatók a $\overline{C}_{lm}, \overline{S}_{lm}$ normalizált gömbfüggvény együtthatók.

2.2 Low-low SST bázisvonalon alapuló megoldás fiktív mérési egyenlete

A továbbiakban az előző fejezet eredményeit két műholdra értelmezzük. A célunk, hogy a fiktív méréseket a két műhold közötti $\boldsymbol{x}_{AB}$ bázisvonallal kapcsoljuk össze, amit a műholdankénti energia integrálok különbségeivel oldhatunk meg. A műholdak pályaadataiból meghatározzuk a műholdak közötti bázisvonalat ($\boldsymbol{x}_{AB} = \boldsymbol{x}_B - \boldsymbol{x}_A$), és annak megváltozását ($\dot{\boldsymbol{x}}_{AB} = \dot{\boldsymbol{x}}_B - \dot{\boldsymbol{x}}_A$), amelyek segítségével a (2) egyenletet a két műhold energiaintegráljainak a különbségére módosítható:

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = H(\boldsymbol{x}_{AB}(t), \boldsymbol{x}_A(t), \boldsymbol{x}_B(t), \dot{\boldsymbol{x}}_{AB}(t), \dot{\boldsymbol{x}}_A(t), \dot{\boldsymbol{x}}_B(t), t) \ . \tag{12}$$

További levezetések céljából (lásd 2.3 fejezet) szeretnénk a bázisvonalat a lehetőségek szerint felhasználni, amit legegyszerűbben a kinetikus energiakülönbség tagok átalakításaival érhetünk el (Paizs 2006):

$$\Delta T = T_B - T_A = \frac{1}{2}|\dot{\boldsymbol{x}}_B|^2 - \frac{1}{2}|\dot{\boldsymbol{x}}_A|^2 = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{x}}_{AB}^2 + \dot{\boldsymbol{x}}_A^{\ T}\dot{\boldsymbol{x}}_{AB} \ . \tag{13}$$

Figyelembe véve a (13) egyenletet a bázisvonalon alapuló megoldás fiktív mérési eredményei a következő alakban definiálhatók (Paizs 2006):

$$V_{AB} = \frac{1}{2}|\dot{\boldsymbol{x}}_{AB}|^2 + \boldsymbol{x}_A^{\ T}\boldsymbol{x}_{AB} - \int_t (\boldsymbol{f}_B\dot{\boldsymbol{x}}_B - \boldsymbol{f}_A\dot{\boldsymbol{x}}_A)dt - \left[\frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x}_B)^2 - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x}_A)^2\right] - E_0^{AB} \ . \tag{14}$$

2.3 Low-low SST mikrohullámú távolságmérésen alapuló megoldás fiktív mérési egyenlete

Ebben a konfigurációban két, közel azonos pályán keringő műhold kering a Föld körül, amelyek kölcsönösen távolságmérést végeznek egymásra. A mikrohullámú távolságmérésnek a GPS mérésekhez viszonyított nagyobb pontosságát a kinetikus energiakülönbség (13) számítása során tudjuk kihasználni. A műholdak között mért távolság az előzőekben definiált különbségvektor, $\boldsymbol{x}_{AB}$ hosszával egyezik meg (Mayr 2005):

$$\rho_{AB} = |\boldsymbol{x}_{AB}| = \boldsymbol{e}_{AB}^{\ T}\boldsymbol{x}_{AB} = \sqrt{x_{AB}^{\ 2} + y_{AB}^{\ 2} + z_{AB}^{\ 2}} \ . \tag{15}$$

Megjegyezzük, hogy a távolságmérés ciklus-többértelműsége a GRACE műholdak közötti távolságmérést (ρ_{AB}) is érinti, amelynek meghatározására a műholdak pályájából számítható bázisvonalat (2.2 fejezet) használhatjuk fel.

A (15) egyenletet átrendezve beláthatjuk, hogy $\boldsymbol{x}_{AB} = \rho\boldsymbol{e}_{AB}$, aminek teljes differenciálját képezve, és négyzetre emelve az alábbi egyenlethez jutunk:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{AB}^2 = \dot{\rho}^2\boldsymbol{e}_{AB}\boldsymbol{e}_{AB} + 2\rho\dot{\rho}\boldsymbol{e}_{AB}\dot{\boldsymbol{e}}_{AB} + \rho^2\dot{\boldsymbol{e}}_{AB}\dot{\boldsymbol{e}}_{AB} \ . \tag{16}$$

Figyelembe véve a $\rho^{-2}((\boldsymbol{x}_{AB} \times \dot{\boldsymbol{x}}_{AB}) \times \boldsymbol{e}_{AB}) = \dot{\boldsymbol{e}}_{AB}$ és egyéb egyszerű azonosságokat, a (16) egyenlet az alábbi alakot ölti:

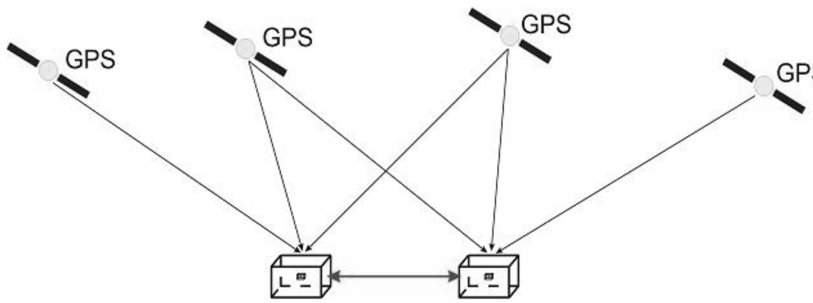
$$\dot{\boldsymbol{x}}_{AB}^2 = \dot{\rho}^2 + 2\rho\dot{\rho}\rho^{-2}((\boldsymbol{x}_{AB} \times \dot{\boldsymbol{x}}_{AB}) \times \boldsymbol{e}_{AB})\boldsymbol{e}_{AB} + \rho^2\rho^{-2}\rho^{-2}((\boldsymbol{x}_{AB} \times \dot{\boldsymbol{x}}_{AB}) \times \boldsymbol{e}_{AB})^2 \; . \qquad (17)$$

További azonosságokat felhasználva, úgymint $\boldsymbol{e}_{ct} = \boldsymbol{e}_{AB} \times \dot{\boldsymbol{e}}_{AB}$, $(\boldsymbol{x}_{AB} \times \dot{\boldsymbol{x}}_{AB}) = \rho\dot{\rho}\boldsymbol{e}_{ct}$, illetve $2\rho\dot{\rho}\rho^{-2}((\boldsymbol{x}_{AB} \times \dot{\boldsymbol{x}}_{AB}) \times \boldsymbol{e}_{AB})\boldsymbol{e}_{AB} = 0$ a (17) egyenlet a következő alakra egyszerűsödik:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{AB} = \dot{\rho}^2 + \rho^{-2}((\boldsymbol{x}_{AB} \times \dot{\boldsymbol{x}}_{AB}) \times \boldsymbol{e}_{AB})^2 \; . \qquad (18)$$

A (18) összefüggést alkalmazva a bázisvonalon alapuló megoldás fiktív méréseinek egyenletére (14), az így alakul (Mayr 2005):

$$V_{AB} = \frac{1}{2}\dot{\rho}_{AB}{}^2 + \frac{1}{2}\rho_{AB}{}^{-2}(\boldsymbol{x}_{AB} \times \dot{\boldsymbol{x}}_{AB})^2 + \dot{\boldsymbol{x}}_A{}^T\dot{\boldsymbol{x}}_{AB} - \\ - \int_t (\boldsymbol{f}_B\dot{\boldsymbol{x}}_B - \boldsymbol{f}_A\dot{\boldsymbol{x}}_A)dt - \left[\frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x}_B)^2 - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x}_A)^2\right] - E_0^{AB} \; . \qquad (19)$$



2. ábra. A mikrohullámú távolságmérésen alapuló megoldás elve

2.4 Jelen tanulmányban alkalmazott megoldás fiktív mérési egyenlete

Tanulmányunkban, amikor a bázisvonalon alapuló megoldást alkalmaztuk ((14) egyenlet), az előző-ekben ismertetett okok miatt a gyorsulásmérők adatainak felhasználásáról lemondtunk, ezért a gyakorlatban alkalmazott egyenlet az alábbi alakra egyszerűsödött:

$$V_{AB} = \frac{1}{2}|\dot{\boldsymbol{x}}_{AB}|^2 + \boldsymbol{x}_A{}^T\boldsymbol{x}_{AB} - \left[\frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x}_B)^2 - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x}_A)^2\right] - E_0^{AB} \; . \qquad (20)$$

Hasonlóképpen a mikrohullámú távolságmérésen alapuló megoldás folyamán sem használtuk a gyorsulásmérők adatait, így a (19) egyenlet alkalmazott formája az alábbi:

$$V_{AB} = \frac{1}{2}\dot{\rho}_{AB}{}^2 + \frac{1}{2}\rho_{AB}{}^{-2}(\boldsymbol{x}_{AB} \times \dot{\boldsymbol{x}}_{AB})^2 + \dot{\boldsymbol{x}}_A{}^T\dot{\boldsymbol{x}}_{AB} - \left[\frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x}_B)^2 - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x}_A)^2\right] - E_0^{AB} \; .(21)$$

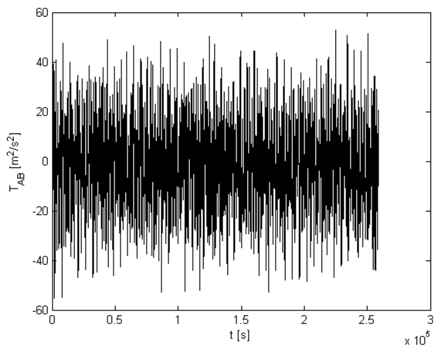
3 A tisztatag vektor

Először szeretnénk áttekinteni a (21) egyenletben szereplő mennyiségek potenciálkülönbségre gyakorolt hatásának nagyságrendjét (lásd 1. táblázat).

1. táblázat. Számítások során figyelembe vett hatások és nagyságrendjeik

Fajlagos potenciál/energia	A jel nagyságrendje $[m^2/s^2]$	Két műhold közötti differenciált jel nagyságrendje $[m^2/s^2]$
Kinetikus energia	10^7	10^3
Centrifugális potenciál	10^7	10^3
Potenciális energia (*V*)	10^7	10^3
Normál potenciál (*U*)	10^7	10^3
Potenciálzavar (*T*)	10^2	10^1
Föld forgásának változása	10^{-1}	10^{-6}
Bolygók tömegvonzása	10^{-4}	10^{-6}
Nap és a Hold árapálya	10^2	10^{-1}
Föld árapálya	10^0	10^{-1}
Óceánok árapálya	10^0	10^{-2}
Indirekt pólusmozgás	10^{-2}	10^{-3}

Azt tapasztaltuk, hogy a potenciálkülönbségnek megfelelő 10^3 m^2/s^2 nagyságrendű fajlagos energiát a kinetikus energiakülönbségek és a centrifugális erő szolgáltatják. A nem-gravitációs eredetű gyorsulások folyamatos energiaszint csökkentő hatása a különbség képzés során eltűnik (mivel a két műhold pályája közel azonos, és szorosan követik egymást), akárcsak a további összetevők, úgymint pl. luniszoláris tömegvonzás hatása nagyságrendekkel kisebbek lesznek (Paizs és Földváry 2006). A V_{AB} potenciálkülönbség idősorából az U_{AB} normálpotenciál-különbségeket (WGS84 normál potenciáltér) levonva nyerjük a T_{AB} potenciálzavar-különbségek, melyek nagyságrendje 10^1 m^2/s^2. Ezek idősora (3. ábra) a kiegyenlítés során a tisztatag vektornak felel meg.



3. ábra. A GRACE A és a GRACE B műholdak potenciálzavar különbségének idősora

4 A kiegyenlítés

A kiegyenlítés közvetítő egyenleteként a gömbfüggvény-sor alakban definiált, műholdanként felírt V_{AB} potenciálok különbsége szolgál (Paizs 2006):

$$V_{AB} = \frac{kM}{R}\sum_{l=2}^{\infty}\left(\frac{R}{r_B}\right)^{l+1}\sum_{m=0}^{l}\left(\bar{C}_{lm}\cdot\cos m\lambda_B + \bar{S}_{lm}\cdot\sin m\lambda_B\right)\bar{P}_{lm}(\sin\psi_B)$$
$$-\frac{kM}{R}\sum_{l=2}^{\infty}\left(\frac{R}{r_A}\right)^{l+1}\sum_{m=0}^{l}\left(\bar{C}_{lm}\cdot\cos m\lambda_A + \bar{S}_{lm}\cdot\sin m\lambda_A\right)\bar{P}_{lm}(\sin\psi_A)\ , \qquad (22)$$

ahol k a gravitációs állandó, M a Föld össztömege, R a Föld sugara, (r, φ, λ) geocentrikus polárkoordináták, l és m a gömbi harmonikus függvény fok- és rendszáma, $\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}$ normalizált gömbfüggvény együtthatók, $P_{lm}(\sin\psi)$ Legendre-függvények.

A bázisvonalon alapuló megoldás esetén a kiegyenlítés a legkisebb négyzetek módszere szerint történt. Ennek előnye, hogy nem közelítő jellegű, tehát egy mérési adatsorból a maximálisan kinyerhető információt tartalmazza, viszont a rendelkezésünkre álló számítástechnikai kapacitás mellett így csak 35 nap időtartamból *l=12* fokig, és *m=12* rendig állt módunkban meghatározni a gömbfüggvény együtthatókat.

A mikrohullámú távolságmérések eredményeit is feldolgozva a kiegyenlítést már nem közvetlenül a legkisebb négyzetek módszere szerint történt, hanem annak egy iteratív, közelítő megoldásával az ún. PCGMA módszerrel (Han 2003) 70 fokig és rendig. A módszer egy előzetesen definiált, az ismeretlenek nagyságrendjére vonatkozó kényszer ismeretében, iteratív módon lehetővé teszi a leginkább memóriaigényes feladat megkerülését, a normál mátrix invertálását. Az eljárás alakmátrixa (***A***), tisztatag vektora (***t***) és ismeretlenei (***x***) a következők:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial V_{AB}}{\partial \bar{C}_{lm}} \\ \dfrac{\partial V_{AB}}{\partial \bar{S}_{lm}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{kM}{R}\left(\dfrac{R}{r_B}\right)^{l+1} \cos(m\lambda_B) P_{lm}(\sin\psi_B) - \dfrac{kM}{R}\left(\dfrac{R}{r_A}\right)^{l+1} \cos(m\lambda_A) P_{lm}(\sin\psi_A) \\ \dfrac{kM}{R}\left(\dfrac{R}{r_B}\right)^{l+1} \sin(m\lambda_B) P_{lm}(\sin\psi_B) - \dfrac{kM}{R}\left(\dfrac{R}{r_A}\right)^{l+1} \sin(m\lambda_A) P_{lm}(\sin\psi_A) \end{bmatrix} \tag{23}$$

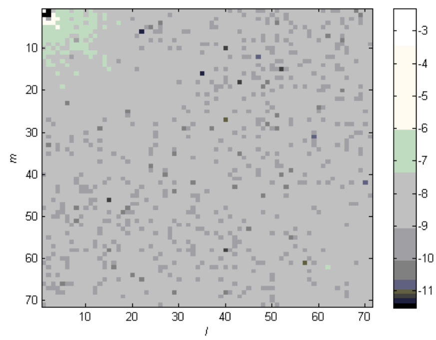
$$\boldsymbol{t} = [V_{AB}] \tag{24}$$

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{lm} \\ \bar{S}_{lm} \end{bmatrix} . \tag{25}$$

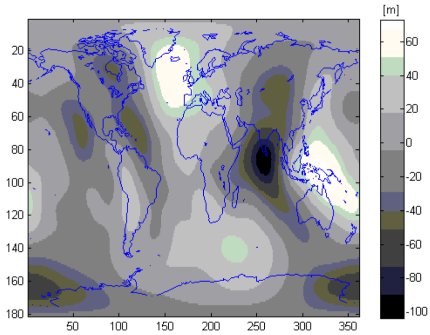
5 Eredmények

A kiegyenlítés eredményeként megkaptuk a Föld gravitációs erőterének normalizált gömbfüggvény együtthatóit. A kiegyenlítéssel kapott együtthatókat a továbbiakban mátrixos elrendezés szerint nagyságrendjüknek megfelelő logaritmikus skálán ábrázoljuk. A GRACE műholdak méréseiből kapott gömbfüggvény együtthatókat 70 fokig és rendig a 4. ábrán mutatjuk be, valamint a felhasználásukkal meghatározott geoid képet a 5. ábrán. A normál potenciált levontuk, így az ábrán látható magasságok (*m*-ben) az ellipszoidhoz viszonyított eltéréseket jelentik.

$$\begin{bmatrix} C_{00} & S_{11} & S_{21} & S_{31} & \cdot & \cdot & S_{n1} \\ C_{10} & C_{11} & S_{22} & S_{32} & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{20} & C_{21} & C_{22} & S_{33} & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{30} & C_{31} & C_{32} & C_{33} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & S_{nn} \\ C_{n0} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{nn} \end{bmatrix}$$



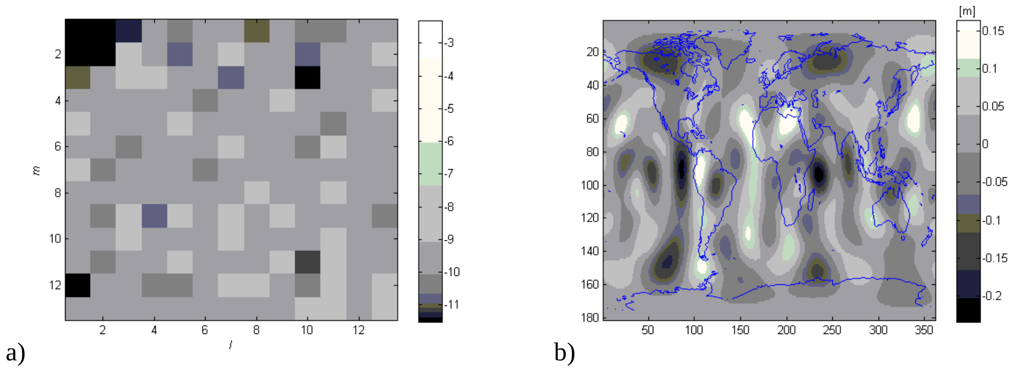
4. ábra. A gömbfüggvény együtthatók elrendezése és a nagyságrendjei



5. ábra. A GRACE műholdak méréseiből előállított geoidkép
A vízszintes tengelyen a fok értékek számozása a Greenwich-csel átellenes meridiántól, a dátumválasztó vonaltól kezdődik, míg a függőleges tengely mentén az északi sarktól dél felé haladva növekednek a fok értékek

6 Összefoglalás

Az általunk kiszámolt geopotenciális modell $\overline{C}_{lm}, \overline{S}_{lm}$ normalizált gömbfüggvény együtthatóit összehasonlítottuk a fejlesztők által előállított, és hivatalos eredményként publikált modellel (EIGEN-GRACE01S) [http://op.gfz-potsdam.de/grace/results, Reigber et al. 2003]. A meghatározott együtthatók EIGEN-GRACE01S modellhez viszonyított különbségeit az 6/a ábrán logaritmikus skálán mutatjuk be, mellette az együtthatókból számított geoidok eltéréseit (6/b ábra).



6. ábra. A számított és a referencia modell összehasonlítása **a)** a gömbfüggvény együtthatók és **b)** a geoidundulációk eltérései + koordinátarendszer magyarázata (lásd 5. ábra)

Mivel az általunk számított és a hivatalos GRACE modellek ugyanazon műhold mérésein alapulnak, a kapott eltérések magyarázata a megoldás elvi hátterében és az adatkezelés mikéntjében keresendő. A hivatalos modellek a hagyományos módszerrel készültek, amely a Newton integrál numerikus integrálásával teremt kapcsolatot a műhold pályája és a földi erőtér potenciáljának gradiensei között. További egyéb numerikus különbségek is vannak a különféle modellek között, így például a hivatalos modellek minden mérési eredményt felhasználnak a geoidmodellek pontosabb meghatározásához, míg mi csak a mikrohullámú távolságmérések, illetve GPS mérések adatait dolgoztuk fel. Ezen kívül a végeredményt befolyásolhatja az is, hogy milyen légköri, hidrológia, stb. modellek hozzáadásával pontosítják a geoidmodellt, hiszen ezek a hatások is közrejátszanak a gravitációs erőtér aktuális állapotának kialakulásában.

A 2. táblázatban foglaltuk össze az általunk készített GRACE geoidmodellek összehasonlításának eredményeit az első hivatalos GRACE modellel. Mivel a bázisvonalon alapuló megoldásnál 12 fokig illetve rendig határoztuk meg a gömbfüggvény együtthatókat, ezért az összehasonlítások is 12 fokig és rendig történtek.

GRACE modellek:

- EIGEN-GRACE01S: 39 nap GRACE GPS, mikrohullámú távolságmérés, gyorsulásmérés és csillagkamera mérések alapján előállított modell (360×360)
- GRACEmw: 4 hónapnyi GRACE GPS és mikrohullámú távolságmérés alapján a kutatócsoport által előállított modell (70×70)
- GRACEbl: 35 nap GRACE GPS mérés alapján a kutatócsoport által előállított modell (12×12)

2. táblázat. GRACE geoidmodellek eltéréseinek összehasonlítása

Modellek	Szórás [cm]
EIGEN-GRACE01S – GRACEmw	±4.37
EIGEN-GRACE01S – GRACEbl	±7.42
GRACEmw – GRACEbl	±5.90

A nem csak GRACE méréseken alapuló geoidmodellekkel végzett összehasonlításokat a 3. táblázat tartalmazza. Ezek alapján elmondhatjuk, hogy az általunk kiszámított modell egyes modellekhez képest kisebb (pl. a hivatalos CHAMP modell, EGM96), másokhoz képest nagyobb (OSU91A) hasonlóságot mutat az EIGEN-GRACE01S modellel. A táblázatok szerint a mikrohullámú távolságmérések eredményeit is felhasználva határozottan javultak az eredmények, míg csak a GPS mérések eredményeit dolgoztuk fel a bázisvonalon alapuló megoldás alapján. A GRACEmw modellt minősíti, hogy a nagy pontosságúnak tartott modellekhez képest (EIGEN-GRACE01S, EIGEN-2, EGM96) egyaránt mintegy ±4 cm-es eltérést mutat. Ezek alapján úgy érezzük, hogy bár alapvetően jó úton járunk, még van mit csiszolni a feldolgozás egyes lépésein.

Felhasznált modellek:

- EIGEN-2: 6 hónapnyi CHAMP GPS és gyorsulásmérés adatokból számított modell (140×140)
- EGM96: 1996-os földfelszíni és altimetriás mérési adatokból számított modell (360×360)
- OSU91A: GEM-T2-es modell, földfelszíni gravimetriai mérések és altiméteres mérések adatainak felhasználásával készült 1991-es modell (360×360)

3. táblázat. GRACE és más, csak műholdas mérésekből előállított geoidmodellek pontosságának összehasonlítása

Modellek	Szórás [cm]
EIGEN-2 – GRACEmw	±4.54
EGM96 – GRACEmw	±4.81
OSU91A – GRACEmw	±13.65
EIGEN-2 – GRACEbl	±7.57
EGM96 – GRACEbl	±7.72
OSU91A – GRACEbl	±15.10
EIGEN-2 – EIGEN-GRACE01S	±1.02
EGM96 – EIGEN-GRACE01S	±2.63
OSU91A – EIGEN-GRACE01S	±12.17

Köszönetnyilvánítás. A cikk a Bolyai-ösztöndíj támogatásával készült.

Hivatkozások

Case K, Kruizinga GLH, Wu SC (2004): GRACE Level 1BData Product User Handbook, Jet Propulsion Laboratory California Institute of Technology, belső publikáció, JPL D-22027.

Detrekői Á (1991): Kiegyenlítő számítások, Tankönyvkiadó, Budapest.

Flury J, Rummel R, Reigber C, Rothacher M, Boaedecker G, Schreiber U (2006): Observation of the Earth System from Space, ISBN 3-540-29520-8, pp. 494, Springer, Berlin.

Han SC (2003): Efficient Global Gravity Determination from Satellite-to-Satellite Tracking (SST), Geodetic and GeoInformation Science, Ohio State University, Report No. 467.

Jekeli C (1999): The Determination of gravitational potential differences from Satellite-to-Satellite Tracking Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy 75, 85-101.

Mayr T (2005): Schwerefeldanalyse der Satellitenmission GRACE unter Verwendung des Energieintegrals, Diplomarbeit, TUM, München.

Nagy K (1993): Elméleti mechanika, Nemzeti Tankönyvkiadó, pp. 476, Budapest

Paizs Z, Földváry L (2006): Gravitációs modell meghatározás négy hónap GRACE mérés adataiból, Geodézia és Kartográfia 9, 7-11.

Paizs Z (2006): Geopotenciális modell számítása GRACE mikrohullámú távolságmérés alapján, BME diplomamunka.

Proposal for a German Priority Research Program (2005): Mass Transport and Mass Distribution in the Earth System, Contribution of the New Generation of Satellite Gravity and Altimetry Missions to Geosciences, GOCE-Projectbüro Deutschland, Technische Universität München GeoForschungZentrum Potsdam.

Reigber C, Schmidt R, Flechtner F, König R, Meyer U, Neumayer KH, Schwintzer P, Zhu SY (2003): First GFZ GRACE Gravity Field Model EIGEN-GRACE01S, elküldve a Geophysical Research Letters számára.

A TOPOGRÁFIA HATÁSÁNAK MEGHATÁROZÁSA A NEHÉZSÉGI ERŐTÉR GRADIENSEIRE KÜLÖNFÉLE MODELLEK ALAPJÁN

Rózsa Szabolcs, Tóth Gyula**

***Determination of the effect of topography on the gravity gradients using various models** - In space gradiometry the determination of the effect of topographic masses is crucial for validation and downward continuation of the gravitational signal. This paper focuses on the determination of the effect of topographic masses on the second derivatives of the potential.*

During the investigation three methods have been applied. The first method is the direct numeric integration using planar approximation and mass prism topographic model, while the second one is the application of tesseroids. The third method is a mass prism topographic model using spherical approximation. The first two models have been tested over the area of Europe, whereas the latter two have been used for global computations as well.

For the continental and global studies the ETOPO5 digital elevation model has been used. The results show that the effect of topography is significant on the altitude of the LEO satellites, reaching the level of 10 Eötvös in all gravity gradients.

Keywords: topographic effect, Eötvös tensor, gravity gradients

Az űrgradiometriai alkalmazásoknál a topográfiai tömegek által a nehézségi erőtér gradienseire kifejtett hatás meghatározása elengedhetetlen a mért adatok ellenőrzéséhez és lefelé folytatásához. Jelen cikkünk a topográfia Eötvös-tenzorra kifejtett hatásával foglalkozik.

Cikkünkben három topográfiai modellt használtunk fel. Az első a síkközelítéses derékszögű prizma modell, a második a tesszeroidok alkalmazása, míg a harmadik a gömbi közelítéses derékszögű prizma modell. Az első két modellt egy Európát lefedő teszt-területen hasonlítottuk össze, míg az utóbbi kettőt globális adatokon is teszteltük. A topográfiát a vizsgálatainkban az ETOPO5 magassági modellel írtuk le.

Az eredmények azt mutatják, hogy a topográfia hatása szignifikáns a LEO műholdak pályamagasságában, és helyenként eléri a 10 Eötvös értéket mindegyik nehézségi gradiens esetén.

Kulcsszavak: topográfiai hatás, Eötvös-tenzor, nehézségi gradiensek

1 Bevezetés

Az űrgradiometriai alkalmazások előtérbe kerülésével a topográfia nehézségi erőtér gradienseire kifejtett hatásának meghatározása egyre fontosabb feladat. Míg Eötvös-inga mérésekhez a síkközelítéses derékszögű prizma modell is megfelelő pontosságot biztosít, addig az űrgradiometriai alkalmazásoknál a gömbi vagy akár az ellipszoidi közelítés is szükségessé válhat.

Az elmúlt években több olyan cikk született, amely a topográfia gradiensekre kifejtett hatását vizsgálja (pl. Heck and Wild 2005, Rózsa és Tóth 2005, Wild and Heck 2004, Csapó és Papp 2000, stb.), viszont a legtöbb ilyen cikk csak a vertikális gradienssel foglalkozik.

Jelen cikkünkben három különféle modellt vizsgálunk meg, amelyekkel a topográfia hatását meghatározzuk az Eötvös-tenzor összes elemére.

2 A felhasznált topográfiai modellek

2.1 A derékszögű prizma hatása a nehézségi erőtér gradienseire

A topográfiai tömegek nehézségi erőtér gradienseire kifejtett hatásának meghatározásához az ún. Newton-integrálból indulhatunk ki:

*BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 1-3.
E-mail: szrozsa@sci.fgt.bme.hu

$$V = kM \iiint_{Föld} \frac{dm}{\bar{r}^2} \frac{\bar{r}}{|\bar{r}|} \tag{1}$$

A homogén tömegeloszlású derékszögű prizma hatása a gravitációs erőtér gradienseire Nagy et al. (2000) nyomán az alábbi összefüggésekkel számítható:

$$V_{xx} = G\rho \left\| \left| -\tan^{-1} \frac{yz}{xr} \right|_{x_1}^{x_2} \right|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2} \tag{2}$$

$$V_{xy} = G\rho \left\| \left| \ln(z+r) \right|_{x_1}^{x_2} \right|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2} \tag{3}$$

$$V_{xz} = G\rho \left\| \left| \ln(y+r) \right|_{x_1}^{x_2} \right|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2} \tag{4}$$

$$V_{yy} = G\rho \left\| \left| -\tan^{-1} \frac{zx}{yr} \right|_{x_1}^{x_2} \right|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2} \tag{5}$$

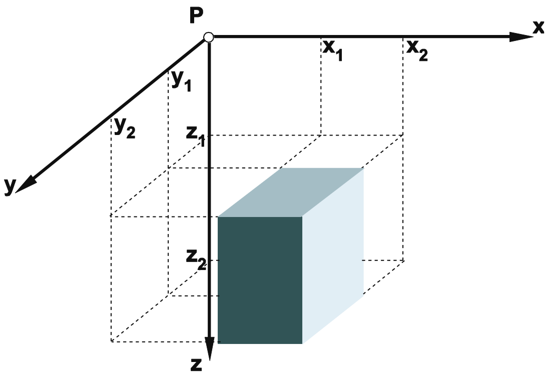
$$V_{yz} = G\rho \left\| \left| \ln(x+r) \right|_{x_1}^{x_2} \right|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2} \tag{6}$$

$$V_{zz} = G\rho \left\| \left| -\tan^{-1} \frac{xy}{zr} \right|_{x_1}^{x_2} \right|_{y_1}^{y_2} \Bigg|_{z_1}^{z_2} \tag{7}$$

Az (1-6) képletekben r az euklideszi távolság, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, míg a további változók értelmezése az 1. ábra alapján történik.

Amennyiben síkközelítést alkalmazunk, úgy az (2-7) egyenletek közvetlenül megadják a prizma nehézségi erőtér gradienseire kifejtett hatását. Vizsgálatainkban azonban nem csak síkközelítéses eljárást alkalmaztunk, hanem gömbi közelítést is.

Gömbi közelítés alkalmazása esetén az egyes derékszögű prizmák egy gömb felszínén helyezkednek el, így azok térbeli helyzete mindig más és más. A teljes topográfia hatásának numerikus integrálással történő meghatározásához az 1. ábrán látható – prizmához kötött – koordinátarendszer nem megfelelő, így az (2-7) egyenletekkel meghatározott Eötvös-tenzort még transzformálni kell.



1. ábra. Derékszögű prizma hatásának számításához felhasznált koordinátarendszer

Gömbi közelítés és derékszögű prizma topográfiai modell együttes alkalmazása esetén az alábbiak szerint jártunk el:

- Meghatároztuk a P számítási pont koordinátáit a derékszögű prizma felső síkjának középpontjában (Q) definiált topocentrikus koordinátarendszerben (2. ábra).
- Meghatároztuk az Eötvös-tenzor elemeit ugyanebben a koordinátarendszerben.

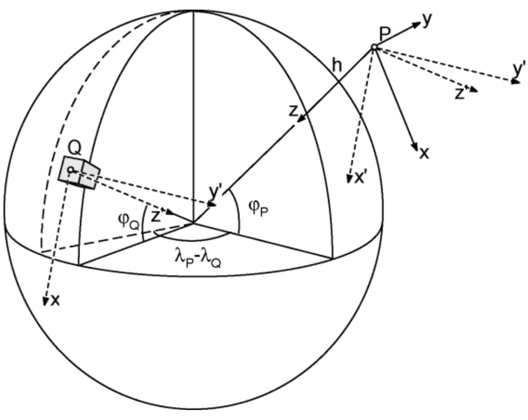
A megfelelő forgatási mátrixok segítségével a Q topocentrikus koordináta rendszerében adott Eötvös-tenzort transzformáltuk a P topocentrikus koordináta rendszerébe:

$$\mathbf{E}(x,y,z)=\mathbf{R}^T(\lambda_P-\lambda_Q,\varphi_P-\varphi_Q)\mathbf{E}(x',y',z')\mathbf{R}(\lambda_P-\lambda_Q,\varphi_P-\varphi_Q)\,, \qquad (8)$$

ahol

$$\mathbf{R}(\lambda_P-\lambda_Q,\varphi_P-\varphi_Q)=\mathbf{R}_2(\lambda_P-\lambda_Q)\mathbf{R}_1(\varphi_P-\varphi_Q)\,. \qquad (9)$$

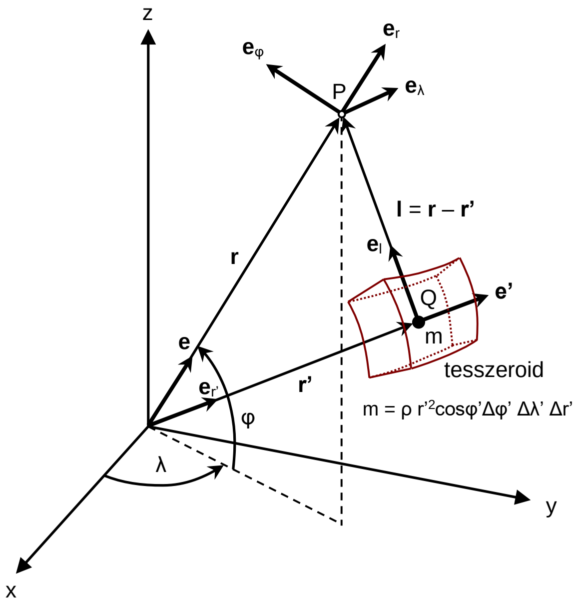
- Ezzel a derékszögű prizma hatását meghatároztuk az Eötvös tenzor elemeire, így folytathattuk a számításokat a következő derékszögű prizmával.



2. ábra. Derékszögű prizma hatása gömbi közelítés esetén

2.2 A tesszeroid hatása a nehézségi erőtér gradienseire

A Newton-integrált (1) meghatározhatjuk oly módon, hogy a topográfiai tömegeket gömbi térfogatelemekre osztva azok hatását numerikus integrálással összegezzük (Kuhn és Seitz 2004). Ez az eljárás nagyon egyszerűen megvalósítható, ha gömbi közelítéssel élve olyan digitális domborzat modelleket használunk fel a számításokhoz, amelyek egy földrajzi koordinátarendszerben értelmezett szabályos rácsháló mentén mintavételezettek. A gömbi térfogatelemet két meridiánsík (λ_1 és λ_2), két gömbfelület (R és $R+H$ sugárral) illetve két kúppalást - amelyek megfelelnek a gömbi szélességi köröknek (φ_1 és φ_2) – határolja (3. ábra). Erre a geometriai testre Anderson (1976) a tesszeroid elnevezést vezette be. Seitz (2003) egy hatékony számítási eljárást dolgozott ki a tesszeroid potenciáljának és deriváltjainak meghatározására. Ezeket a képleteket azonban tudomásunk szerint máig nem publikálták.



3. ábra. A tesszeroid

Abban az esetben, ha első közelítésben a tesszeroid tömegét annak középpontjába helyezzük el Q=($\lambda'=(\lambda_1+\lambda_2)/2$, $\varphi'=(\varphi_1+\varphi_2)/2$, $r'=(r_1+r_2)/2$), akkor a szimmetrikus Eötvös-tenzor független elemeit a P pont topocentrikus koordinátarendszerében az alábbi összefüggésekkel kaphatjuk meg:

$$V_{xx} = \frac{Gm}{l^3}\left[3(\mathbf{e}_\lambda \cdot \mathbf{e}_l)^2 - 1\right] \tag{10}$$

$$V_{xy} = 3\frac{Gm}{l^3}(\mathbf{e}_\lambda \cdot \mathbf{e}_l)(\mathbf{e}_\varphi \cdot \mathbf{e}_l) \tag{11}$$

$$V_{xz} = -3\frac{Gm}{l^3}(\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{e}_l)(\mathbf{e}_\lambda \cdot \mathbf{e}_l) \tag{12}$$

$$V_{yy} = \frac{Gm}{l^3}\left[3(\mathbf{e}_\varphi \cdot \mathbf{e}_l)^2 - 1\right] \tag{13}$$

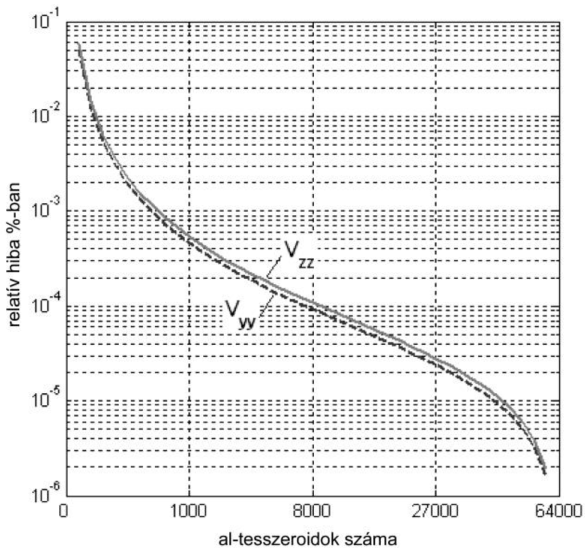
$$V_{yz} = -3\frac{Gm}{l^3}(\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{e}_l)(\mathbf{e}_\varphi \cdot \mathbf{e}_l) \tag{14}$$

$$V_{zz} = \frac{Gm}{l^3}\left[3(\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{e}_l)^2 - 1\right] \tag{15}$$

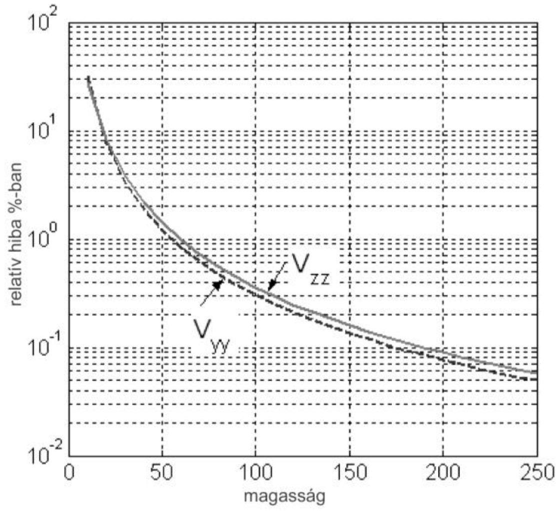
Ahol G a gravitációs együttható, l a P és Q pontok közötti távolság, $\boldsymbol{e}_\lambda$, $\boldsymbol{e}_\varphi$ és $\boldsymbol{e}_r$ a P pont topocentrikus koordinátarendszerének ortogonális egységvektorai. Vegyük észre, hogy a (10), (13) és (15) képletek kielégítik a Laplace-egyenletet, $V_{xx}+V_{yy}+V_{zz} = 0$.

Seitz és társai (2003) a tesszeroid potenciáljának meghatározásához az integrált Taylor-sorba fejtették a Q pontban. Ebben az esetben az első rendű sorfejtés nem más, mint a tömegpont hatása. A másodrendű tagok kiesnek a szimmetria miatt, így a harmadrendű tagok tulajdonképpen a tömegpont hatásához hozzáadandó javítást testesítik meg (9-14).

A tömegpontos közelítés pontosságának vizsgálatához az alábbi számításokat végeztük el. A 45°-os szélességi körre elhelyeztünk egy 5’ x 5’ x 2km-es méretű tesszeroidot. Annak érdekében, hogy meg tudjuk vizsgálni a tömegpontos közelítés hibáját, első lépésben ezt a tesszeroidot felosztottuk $40^3 = 64000$ al-tesszeroidra, és így kiszámítottuk a tesszeroid hatását az Eötvös-tenzor elemeire. Ezt követően az eredeti tesszeroid hatását számítottuk ki annak tömegét a középpontjába koncentrálva, majd a tesszeroidot egyre több al-tesszeroidra osztottuk, és azok hatását összegeztük. A gradiensekre kifejtett hatásokat a GOCE műhold becsült pályamagasságában (kb. 250 km) számítottuk ki. A 4. ábra a számított gradiens értékek relatív eltérése és az al-tesszeroidok számának összefüggését mutatja be. Ezt követően megvizsgáltuk, hogy a tömegpontos közelítés mekkora hibát okoz különböző magasságokban. Ehhez elvégeztük a számításokat egyetlen tömegponttal, illetve oly módon is, hogy a tesszeroidot $40^3 = 64000$ al-tesszeroidra osztottuk. A számítások eredménye a 5. ábrán látható. Az ábrákból láthatjuk, hogy 60 km magasságban a tömegpontos közelítés csak 1%-os hibát okoz, míg 250 km-es magasságban a hiba már csak 0.05%. Így kijelenthetjük, hogy a tömegpontos közelítés megfelelő a GOCE tervezett pályamagasságában történő számításokhoz.



4. ábra. A V_{zz} és a V_{yy} gradiensek relatív hibája a tesszeroid felosztásának függvényében



5. ábra A V_{zz} és a V_{yy} gradiensek relatív hibája a pályamagasság függvényében

3 Számítások

3.1 A felhasznált adatok

Vizsgálatainkhoz két teszt-területen végeztük el. Az első Közép-Európát fedi le (5°<λ<25° és 40°<φ<60°), míg a második terület a Föld teljes területét lefedi. A számításokhoz a topográfia modellezéséhez az ETOPO5 modellt használtuk fel. Az ETOPO5 modell előnye, hogy nem csak topográfiai, hanem tengerfenék-mélység információkat is tartalmaz.

3.2 Vizsgálatok

A 2. fejezetben bemutattuk, hogy a tesszeroid Eötvös-tenzorra kifejtett hatása a GOCE műhold pályamagasságában (kb. 250 km) közelíthető a tesszeroid középpontjában elhelyezkedő tömegpontéval. Így összesen három modellt használtunk fel a vizsgálatok során:

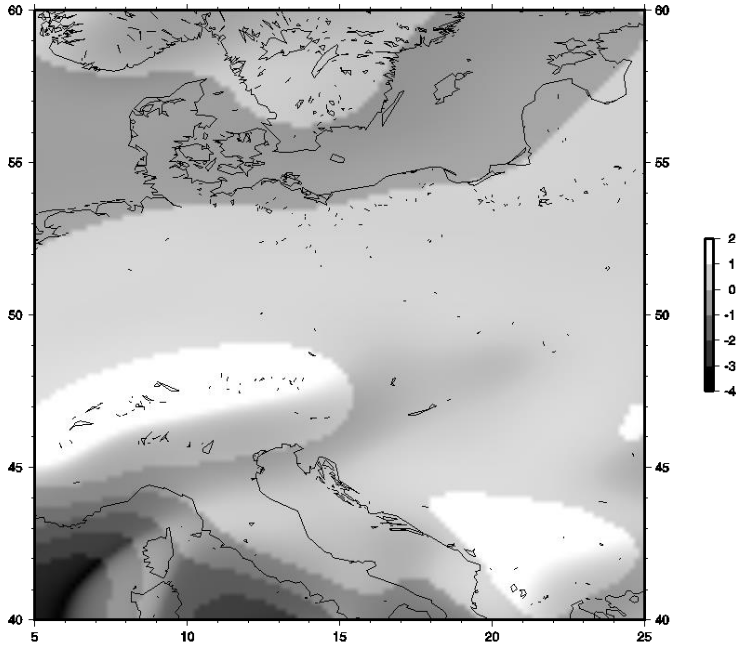
- Derékszögű prizma sík közelítéssel
- Derékszögű prizma gömbi közelítéssel
- Tesszeroid középpontjában elhelyezett tömegpont (gömbi közelítés).

Az említett modellek közül az első és harmadik modellt a Közép-Európát lefedő tesztterületen, míg a második és harmadik modellt globálisan hasonlítottuk össze.

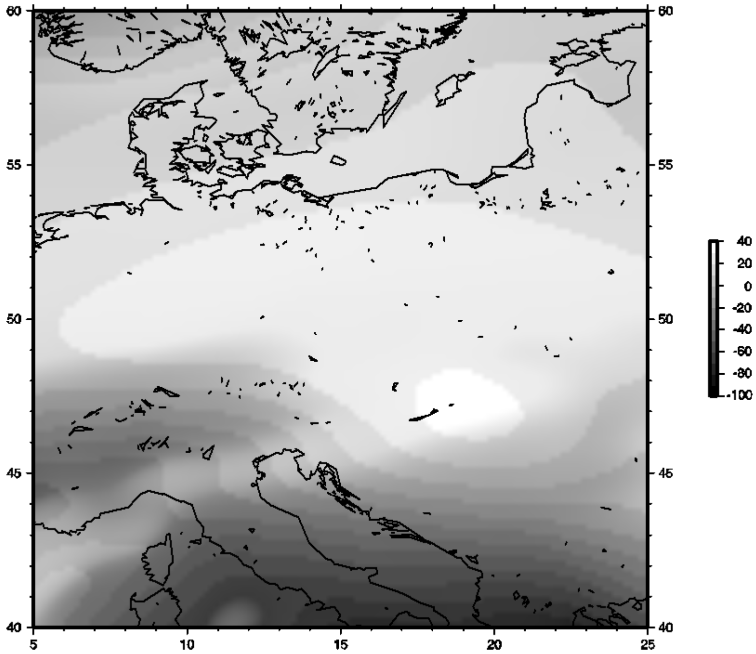
A három vizsgált modell közül a tesszeroidon alapuló nagyságrendekkel kevesebb számítási műveletet igényelt, mint a megelőző kettő.

Számításainkat 250 km-es magasságban végeztük el, mivel ez megegyezik a GOCE műholdak tervezett pályamagasságával.

Annak érdekében, hogy az első teszt-területen (Közép-Európa) csökkentsük a peremhatás mértékét, a domborzatmodellt egy kiterjesztett területre vettük figyelembe (0<λ<30, 30<φ<70). A teljes topográfiai hatás meghatározása után összehasonlítottuk a derékszögű prizma síkközelítéssel kapott eredményeit a tesszeroid középpontjába elhelyezett tömegponttal kapott eredményekkel. Az összehasonlítás eredményeit a vertikális gradiensre az 1. táblázat tartalmazza. A vertikális gradiensekre kifejtett hatás térbeli eloszlását a 6., míg a két modellből számított hatás különbségét a 7. ábrán láthatjuk.



6. ábra A topográfia hatása a vertikális gradiensre gömbi tesszeroid (tömegpont) modell esetén (E)



7. ábra. A topográfia hatásának különbsége gömbi tesszeroid (tömegpont) és síkközelítéses derékszögű prizma modell esetén (mE)

1. táblázat. A topográfia vertikális gradiensre kifejtett hatásának különbségei a síkközelítéses és a gömbi tömegpontos modell esetén (mE)

Min	Max	Átlag	Szórás
-90	33	0	±28

Az eredmények azt mutatják, hogy regionális területekre a síkközelítéses derékszögű prizma és a tömegpontos modell jól egyező eredményeket ad. Ki kell emelnünk azt is, hogy a tömegpontos modell nagyságrendekkel kisebb számítást igényel, így ez jóval hatékonyabbnak tekinthető a síkközelítéses eljárásnál.

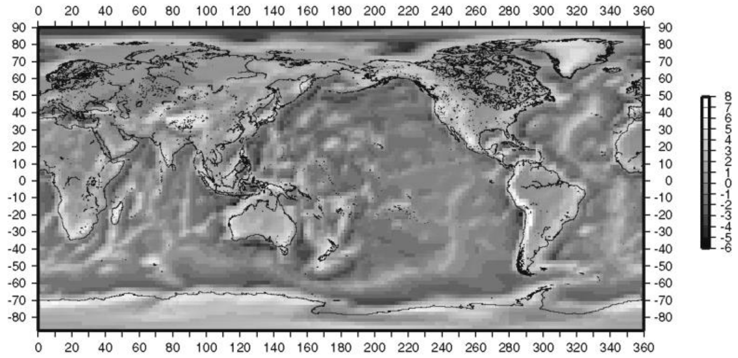
Annak érdekében, hogy értékelni tudjuk azon egyszerűsítés hatását, hogy a tesszeroidok középpontjába koncentráltuk a tömegeket, megvizsgáltuk, hogy a globális topográfiát figyelembe véve mekkora hibát okoz ez a közelítés. Referencia adatként a gömbön elhelyezkedő derékszögű prizmák alapján számított hatásokat használtuk fel. A referencia adatok statisztikai jellemzőit a 2. táblázat, míg a két adathalmaz eltérésének statisztikai jellemzőit a 3. táblázat tartalmazza. Már a statisztikákból is látható, hogy jelentős eltéréseket tapasztaltunk a tömegpontos, illetve a gömbi derékszögű prizma modellel kapott eredmények között. A maximális eltérések elérték a teljes hatás mértékét is, és jellemzően ±1.5-2 Eötvös szórással jellemezhetőek. A 9. ábrán a V_{zz} gradiens eltéréseit ábrázoltuk, míg a 10. ábra a topográfia hatását mutatja a gömbi derékszögű prizma modell alapján számított V_{zz} gradiensre. Az adatokból kiderül, hogy a tömegpontos modell globális méretben nem ad megfelelő pontosságú eredményeket, így globális vizsgálatokhoz a derékszögű prizma modell, vagy annál pontosabb modellek alkalmazása javasolható.

2. táblázat. A topográfia gradiensekre kifejtett hatása gömbi derékszögű prizma modell esetén (E)

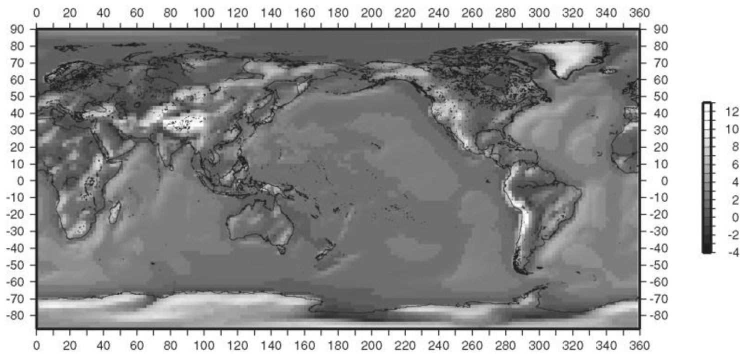
	Min	Max	Átlag	Szórás
V_{xx}	-5.94	7.53	-0.21	±1.47
V_{xy}	-3.22	4.23	0.02	±0.75
V_{xz}	-9.09	5.88	-0.02	±1.22
V_{yy}	-4.60	5.33	0.13	±1.33
V_{yz}	-8.80	6.56	-0.11	±1.82
V_{zz}	-7.46	5.38	0.08	±1.90

3. táblázat. A topográfia gradiensekre kifejtett hatásának különbségei a gömbi tömegpontos és a gömbi derékszögű prizma modell esetén (E)

	Min	Max	Átlag	Szórás
V_{xx}	-9.82	3.71	-0.62	±1.21
V_{xy}	-4.90	2.62	-0.02	±0.67
V_{xz}	-7.60	7.41	0.02	±1.09
V_{yy}	-9.69	3.76	-0.99	±1.22
V_{yz}	-10.43	11.45	0.03	±1.73
V_{zz}	-3.07	12.66	1.61	±1.56



9. ábra. A topográfia hatása a vertikális gradiensre gömbi derékszögű prizma modell esetén (E). A koordináták ívfok egységben adottak



10. ábra. A tesszeroid középpontjába koncentrált tömegpont és a gömbi derékszögű prizma modell különbsége (E). A koordináták ívfok egységben adottak

4 Összegezés és kitekintés

Vizsgálataink azt mutatták, hogy regionális vizsgálatok esetén a tesszeroidot annak középpontjában elhelyezkedő tömegponttal helyettesítve kellően pontos eredményeket kaphatunk. A közelítés modellszámítások alapján kevesebb mint 0.05 százalékos relatív hibát okoz a GOCE műhold pályamagasságában. A modellt a síkközelítéses derékszögű prizma modellel összevetve azt állapítottuk meg, hogy a két modell azonosnak tekinthető eredményeket adott, hiszen a vertikális gradiensek eltérései ±28 mE szórással voltak jellemezhetők.

Ugyanakkor a globális vizsgálatok megmutatták, hogy a tömegpontos közelítés nem ad megfelelő pontosságot nagyon változatos topográfia esetén. A gömbi derékszögű prizma modellel összevetve a tömegpontos modellt azok változatos topográfia esetén jelentős különbségeket mutattak. Így megállapíthatjuk, hogy globális vizsgálatokhoz nem elegendő a tömegpontos modell használata, hanem vagy derékszögű prizma, polihedron vagy tesszeroid modell alkalmazása szükséges.

Számításainkból láthattuk, hogy a GOCE műhold pályamagasságában a topográfia gradiensekre kifejtett hatása eléri az 5-10 Eötvöst, amely jelentősen meghaladja a gradiométerek várható mérési pontosságát. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy számításainkban a teljes topográfia hatását határoztuk meg, és nem vettük figyelembe az izosztatikus kompenzáció hatását.

A jövőben a topográfia modellezésében más hatások vizsgálata is célszerű lenne. Ilyen hatás például az izosztatikus kompenzáció, valamint a topográfia sűrűségeloszlásának a hatása. Az alkalmazott modellek mindegyike kisebb átalakításokkal alkalmas arra, hogy ezeket a hatásokat is figyelembe vegyük.

Köszönetnyilvánítás. A cikkben szereplő kutatások az OTKA T-046718 kutatási projekt keretében készültek. A szerzők megköszönik továbbá az MTA Bolyai János Ösztöndíjának támogatását.

Hivatkozások

Anderson EG (1976): The effect of topography on solutions of Stokes's problem. UNISURV Report S14, University of New South Wales, Kensington, Australia, 252.

Csapó G, Papp G (2000): Measuring and modelling of the vertical gradient of gravity – Hungarian examples (in Hungarian), Geomatikai Közlemények, III. 109-123.

Heck B, Wild F (2005) Topographic-Isostatic Reductions in Satellite Gravity Gradiometry Based on a Generalized Condensation Model. Proceedings of the IUGG 23rd General Assembly, IAG Symposia 128, 294-300.

Kuhn M, Seitz K (2004) Comparison of Newton's Integral in the Space and Frequency Domains. Sapporo Proceedings, Sapporo. IAG Symposia Vol XXX, Springer Verlag 386-391.

Nagy D, Papp G, Benedek J (2000): The gravitational potential and its derivatives for the prism. Journal of Geodesy 74; 7-8, 552-560.

Rózsa Sz, Tóth Gy (2005) Prediction of Vertical Gravity Gradients Using Gravity and Elevation Data. Proceedings of the IUGG 23rd General Assembly, IAG Symposia 128, 344-350.

Seitz K, Wild F, Heck B (2003) Efficient calculation of the tesseroid potential and its derivatives up to second order. Poster presented at the XXXth General Assembly of the IUGG. Sapporo, Japan.

Wild F, Heck B (2004) Effects of Topographic Isostatic Masses in Satellite Gravity Gradiometry. Proceedings of the Second International GOCE Workshop, ESA-ESRIN, Frascati/Italy, March 8-10.

A TOPOGRÁFIAI ÁTLAGSŰRŰSÉG ÉS A TEREPI JAVÍTÁS EGYÜTTES MEGHATÁROZÁSA L_2 NORMÁJÚ STATISZTIKAI BECSLÉSSEL

*Papp Gábor**

Joint statistical estimation of the average topographical density and the terrain correction – *Nettleton's method is based on the elevation dependence of the surface free-air gravity anomalies. It is widely used to obtain an optimal average density value by applying an iterative regression parameter determination. Its accuracy, however, strongly depends on how efficiently the regional trend and very local (terrain) effects are removed from the gravity anomalies processed. If the geometry of the topography is fixed then the terrain correction term at the evaluation point P is a linear function of the unknown average topographical density. Therefore it can also be included in the equation system to be solved by least squares adjustment and an estimation of the density can be obtained in one step, without iteration. The results of this simple refinement of Nettleton's method as well as the distorting effect of the regional trend are demonstrated by two local examples. The paper reviews the gravity surveys of a loess wall and its surrounding on the bank of the River Danube and of a hilly area crossed by a fault system in the Mecsek Mountains, South Hungary. The derived density values show a significant change as the free-air gravity anomalies are gradually reduced by regional and local (terrain) effects during the data processing. The results were compared to the laboratory determinations of the volume density of surface loess samples from the area located near the Danube, whereas only geological maps and field observations were available in the Mecsek Mountains.*

Keywords: topographical density, terrain correction, Nettleton's method, joint estimation, L_2 norm

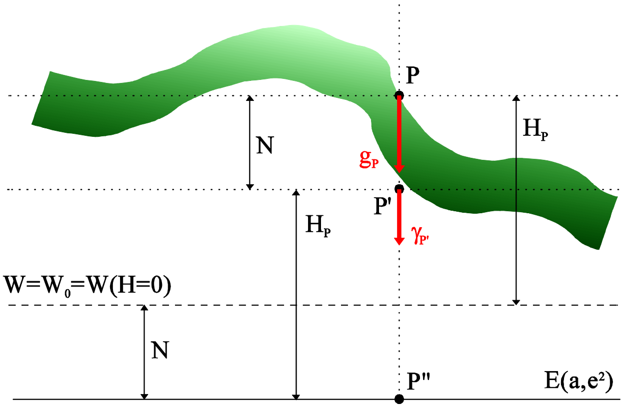
A Nettleton-féle módszer azon megfigyelésen alapul, hogy a szabadlevegő nehézségi rendellenességek és a topográfiai magasságok között általában szignifikáns lineáris statisztikai kapcsolat mutatható ki. A regressziós egyenes paramétereinek iteratív meghatározásával megbecsülhető az adott terület topográfiai tömegeinek átlagos térfogatsűrűsége. A becslés pontossága azonban erősen függ attól, hogy a nehézségi rendellenességekből milyen mértékben sikerül eltávolítani a regionális trendet illetve a nagyon közeli topográfia hatását a terepi javítás (TC) alkalmazásával. A felszíni P pontban a korrekció lineáris függvénye az ismeretlen sűrűségnek, ha a topográfiai felszín geometriája rögzített. Ezért TC közvetlenül bevonható a kiegyenlítendő egyenlet-rendszerbe és így a sűrűség becslés egy lépésben megoldható. A módosított Nettleton-féle módszerrel kapott eredmények, valamint a regionális trend és a helyi hatások becslésre gyakorolt torzító hatásának bemutatása két példán keresztül történik. A cikk áttekinti egy Duna-parti löszfal környezetének és egy Mecseki tesztterületnek a gravitációs felmérését és az itt végzett sűrűség becslések eredményeit. Ezek változása világosan követhető az egymás után következő redukciók (regionális, lokális) során. A becslési eredményeknek mind a laboratóriumi ellenőrzése mind a rendelkezésre álló geológiai információkkal való összevetése megtörtént.

Kulcsszavak: topográfiai sűrűség, topográfiai korrekció, Nettleton-féle módszer, együttes meghatározás, L_2 normás becslés

1 Bevezetés

A topográfiai felszín valamely P pontjában (1. ábra) értelmezett szabadlevegő nehézségi rendellenességek az atmoszféra tömegvonzásának elhanyagolása mellett tükrözik a Föld összes tömegeloszlási rendellenességének hatását:

**MTA GGKI, 9400 Sopron, Csatkai u. 6-8.*
E-mail: papp@ggki.hu



1. ábra. A felszíni szabadlevegő nehézségi rendellenesség magyarázata párhuzamosnak feltételezett szintfelületek esetén

$$\Delta g_{FA} \cong g_P - \gamma_{P'} \ , \tag{1}$$

ahol g_P a nehézségi gyorsulás és $\gamma_{P'}$ a normál nehézségi gyorsulás értéke a P illetőleg a P' pontban.

Általában megállapítható, hogy a P pont közelében a vonatkozási ellipszoidhoz viszonyított legerőteljesebb sűrűség- vagy tömeg rendellenesség maga a topográfia. E miatt Δg_{FA} jelentős korrelációt mutat a P pont magasságával. A korreláció jól közelíthető egy lineáris modellel, amelynek magasságfüggő tagja tulajdonképpen a Bouguer-féle lemez hatását írja le:

$$\Delta g_{FA} \cong 2\pi G \rho_t H_P + a \ , \tag{2}$$

ahol G az univerzális tömegvonzási állandó, ρ_t a térfogatsűrűség, H_P a P pont magassága és a egy additív állandó, mely fizikailag a tekintett terület Bouguer-féle nehézségi rendellenességeinek átlagaként értelmezhető.

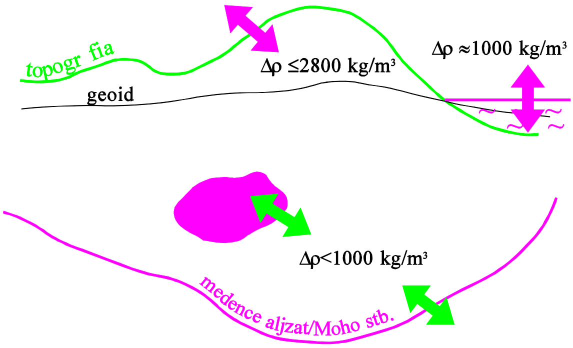
2 A Nettleton-féle módszer alkalmazásának feltételei

A Nettleton-féle módszer a (2) egyenlet paramétereinek iteratív meghatározásán alapul (Nettleton 1939) és elsősorban a Bouguer-féle javítás kiszámításához szükséges ρ_t értékének becslésére használatos. Eredeti célja a topográfia „zavaró” tömegvonzásának kiküszöbölése volt a nehézségi mérésekből (pl. Camacho et al. 2001). Ebben az értelemben tehát az *elsődleges zavarforrás* (2. ábra) maga a topográfiai felszín, mivel ez jelentős sűrűség határfelületet képez az atmoszféra és a Föld testének tömegei között. A sűrűség változás kb. 1000 kg/m^3 és 2800 kg/m^3 értékek között ingadozik ezen a felületen. A *másodlagos zavarforrás* (2. ábra) oka a Föld felszíne alatti sűrűség változás. Ebben a tartományban a változás mértéke általában jóval kisebb, mint 1000 kg/m^3. Azonban sok esetben a felszín illetve a tengerszint alatti, legtöbbször nagy mélységben jelen lévő sűrűség változásból származó, pl. izosztatikus tömegzavar összességében jóval meghaladja a tengerszint feletti, elsődleges zavarforrásból származó tömegeket. Így gyakran előfordul, hogy ezek tömegvonzása egy nagyságrendbe esik a felszínen.

A (2) közelítés érvényességét alapvetően két tényező határozza meg: 1) a topográfiai felszín illetve 2) a felszín alatti sűrűség eloszlás változékonysága (Rao and Murty 1973).

A *topográfiai felszín változékonysága* a nehézségi mérés terepi javításán (*TC*) keresztül vehető figyelembe. *TC* értéke a P pontban a valódi felszín által határolt tömegek és az egyenletes, H_P vastagságú Bouguer lemez között mutatkozó tömeg többlet illetve hiány mértékétől függ. A terepi javítás figyelembe vételével (2) az alábbi alakra módosul:

$$\Delta g_{FA} \cong a + 2\pi G \rho_t H_P + TC(\rho_t) \ . \tag{3}$$



2. ábra. Jellemző felszíni és kéregbeli sűrűség rendellenességek

Nyilvánvaló, hogy ha a felszín geometriája, azaz pl. az azt leíró digitális modell rögzített, akkor *TC* kizárólag ρ_t*=áll.* függvénye. Nettleton eredeti megoldásában mind ρ_t mind *TC* „végső" értéke iterációval számítható ki (pl. Rózsa 2002). Lehetőség van azonban a paraméterek egy lépésben történő meghatározására a következő egyenlet alkalmazásával:

$$\Delta g_{FA} = a + \left(2\pi G H_P + TC_{p=1}\right)\rho_t + \delta g_{CB} = \Delta g_{CB} + \left(2\pi G H_P + TC_{p=1}\right)\rho_t \;, \qquad (4)$$

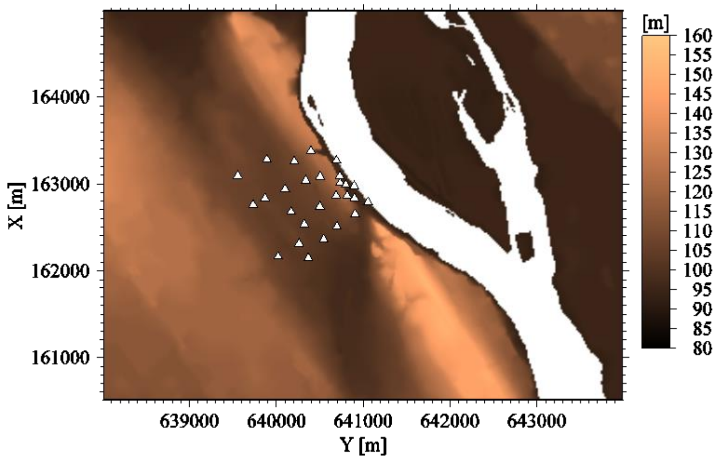
amelyben $TC_{\rho=1}$ a terepi korrekció értéke egységnyi térfogatsűrűségre meghatározva és $\Delta g_{CB} = a + \delta g_{CB}$ az ún. teljes Bouguer-féle rendellenesség, amelyre fennáll a $M\{\delta g_{CB}\}=0$ feltétel. A kiegyenlítés ill. a paraméter becslés elméletének megfelelően δg_{CB} a Δg_{FA} „mérés" véletlen jellegű javítását képviseli a (4) közvetítő egyenletben. Értéke egy adott *P* pontban jellemzi a használt lineáris matematikai-fizikai modell (3) illeszkedését a pontbeli szabadlevegő nehézségi rendellenességhez.

A *felszín alatti sűrűség eloszlás változékonysága* is jelentősen befolyásolja a Nettleton-féle módszer pontosságát. Ha ez a vizsgált területen szisztematikus, azaz trend-szerű (regionális) tulajdonságokat mutat, akkor ennek figyelmen kívül hagyása ρ_t becslése során hibás eredményre vezet. Ugyanis az *a* állandó (4) csak a Δg_{FA} adatokban megnyilvánuló stacionárius jellemző leírására alkalmas. Ennek értéke megmutatja az átlagos helyi tömegeloszlás viszonyt a Föld és annak ellipszoidi modellje között, mivel ez utóbbi hozza létre a nehézségi gyorsulás normálértékét (γ), amely vonatkoztatásként szolgál a mért *g* érték számára (1). A (4) összefüggés eleve kizárja nem véletlenszerű, azaz szabályos felszín alatti sűrűség változásból származó tömegvonzási hatások determinisztikus modellezését. Természetesen ebben az esetben a „véletlenszerűség" igen szubjektív, hiszen, ha egy jellemző (pl. a nehézségi rendellenességek területi képe) egy kis területen szisztematikusnak illetve dominánsnak tűnik, az nagyobb környezetben szemlélve akár egy „lényegtelen" részlet is lehet. Mivel azonban a szabadlevegő rendellenességek tartalmazzák az összes tömeg rendellenesség hatását, a Nettleton-féle módszer használata előtt alaposan meg kell vizsgálni, hogy ezek közül mely hatás kiszűrése vezet a legkisebb torzítású becslési eredményre. A vizsgált terület méretének csökkentése általában biztosíthatja a regionális hatások befolyásának korlátozását, de a bemutatandó esettanulmányok közül az egyik (t.i. a dunaföldvári) éppen ellenpéldát szolgáltat erre.

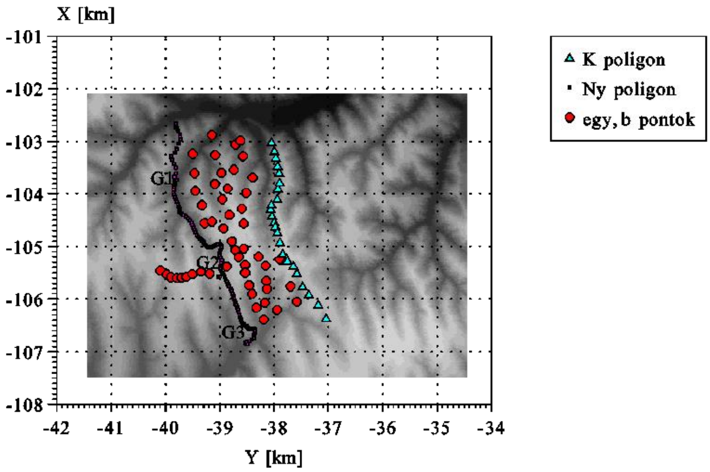
3 A teszt területek topográfiájának és geológiájának bemutatása

A dunaföldvári löszfal mozgásvizsgálatára létrehozott teszt terület (Mentes és Pápai 2004) kiterjedése kb. 1.5 km × 1.2 km (3. ábra). A Duna medrével párhuzamos löszfal két részre osztja a területet. A parti terület átlagos magassága 97 m, amíg a löszfaltól nyugatra levő plató 107 m átlag magasságú. A 10 m átlagmagasság különbség ellenére a fal magassága helyenként eléri a 30 m-t is. A talajt felépítő üledékek vízszintesen rétegzettek és túlnyomórészt löszt tartalmaznak, időnként homokkal és agyaggal vegyesen.

A Mecsekalja-törésvonal geodinamikai vizsgálatára kijelölt terület Ófalutól délre található. A topográfia igen változékony, elsősorban észak-déli irányú völgyekkel szabdalt. Az itt létesített geodéziai-gravimetriai hálózat kiterjedése kb. 3 km × 4 km. A 4. ábrán bemutatott domborzat statisztikáit az 1. táblázat tartalmazza. A terület geológiáját különböző kőzetekből felépülő szerkezeti egységek alkotják, melyeket vastag agyag és lösztakaró borít.



3. ábra. A dunaföldvári tesztterület digitális domborzat modellje. A fehér háromszögek a gravimetriai pontokat jelölik. Az egyéb fehér területek a Duna vízfelületét mutatják. A koordináták az EOV rendszerben adottak



4. ábra. Az ófalui tesztterület digitális domborzat modellje és szintezési-gravimetriai ponthálózata. G1, G2 és G3 jelöli a mérések során felhasznált gravimetriai bázispontokat. A koordináták centrális EOV rendszerben adottak

1. táblázat. Az ófalui tesztterület topográfiájának statisztikái a terület 20 m × 20 m-es digitális domborzat modelljéből meghatározva. Az adatok méter egységben adottak

minimum	maximum	átlag	Szórás
134	299	232	±36

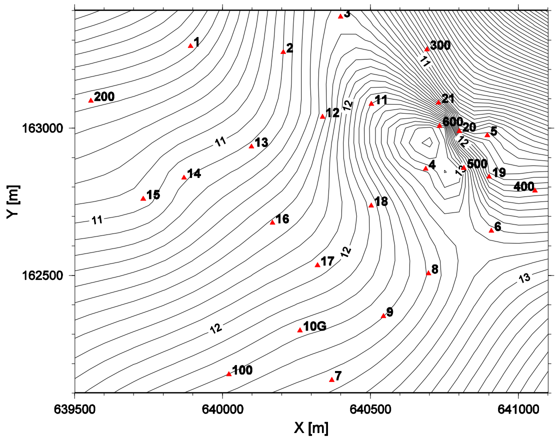
4 A nehézségi adatok előzetes vizsgálata

Dunaföldváron 27 ponton (3. ábra) történt nehézségi gyorsulás érték meghatározás az MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézet LCR G949 sz. műszerével. Ezek közül 6 pont kifejezetten geodéziai mozgásvizsgálati célokra létesült. A pontok az átlagosnál sűrűbben helyezkednek el a löszfal közvetlen környezetében a tereplépcső hatásának minél pontosabb kimutatása céljából. A mérésekből levezetett nehézségi gyorsulás értékek megbízhatósága a mozgásvizsgálati hálózat gravimetriai méréseinek kiegyenlítése alapján (Benedek és Papp 2005) jobb, mint ±20 μGal (1 μGal=10^{-8} m/s^2).

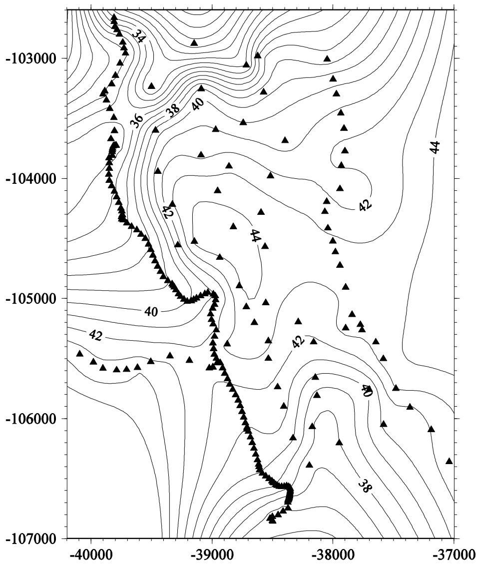
Az ófalui területen (Papp és Benedek 2005) összesen 222 ponton történt g érték meghatározás (4. ábra). A pontok két, alapvetően észak-dél irányú poligont és egy „kitöltő” hálózatot alkotnak. A szabadlevegő nehézségi rendellenességek meghatározása mindkét terület esetén a

$$\Delta g_{free-air} \cong g_P - \left(\gamma_{P''} - \left(\partial g / \partial H\right) H_P\right) \tag{3}$$

képlettel történt, amelyben $\gamma_{P''}$ a GRS80 normálképletből számítható normál nehézségi gyorsulás és $\partial g/\partial H$ a nehézségi gyorsulás vertikális gradiensének normálértéke (-0.3086 mGal/m). A rendellenességekből készített térképek (5. és 6. ábra) több-kevesebb korrelációt mutatnak a domborzattal. Ezen túl a dunaföldvári adatokban egy határozott és egyenletes, észak-nyugati irányú csökkenés tapasztalható (~ 2mGal/km). Ez azonban semmiképpen sem kapcsolható a topográfiai felszínhez, hiszen az a löszfal közvetlen környékének kivételével szinte teljesen vízszintes. Hasonló, regionálisnak ill. szabályosnak tekinthető jellegzetesség az ófalui területen nem fedezhető fel.



5. ábra. A szabadlevegő nehézségi rendellenességek térképe a dunaföldvári területen. Szintvonalköz: 0.1 mGal. A háromszögek a gravimetriai pontokat jelölik. A koordináták EOV rendszerben adottak



5. ábra. A szabadlevegő nehézségi rendellenességek térképe az ófalui területen. A fekete háromszögek a szintezési-gravimetriai pontokat jelölik. Szintvonalköz: 1 mGal. A koordináták méter egységben és centrális EOV rendszerben adottak

Az 5. ábrán látható regionális anomália kép nyilvánvalóan nem stacionárius, ezért a sűrűség meghatározás előtt az adatokból eltávolítandó. A kimutatott csökkenés összefüggésbe hozható a harmadkor előtti medencealjzat erős, észak-nyugati irányú dőlésével (6. ábra), amelynek oka az aljzat jelentős kimélyülése. Ennek központja a területtől kb. 5 km-re, észak-nyugatra van. Itt az aljzat eléri a 2000 m-es mélységet, míg a vizsgálati terület alatt csak kb. 1100 m-en húzódik. A kimélyülés által okozott relatív tömeghiány következtében, annak centruma felé haladva fokozatosan csökken a g értéke. Ez a tendencia jól modellezhető egy egyszerű első fokú polinommal (azaz síkkal):

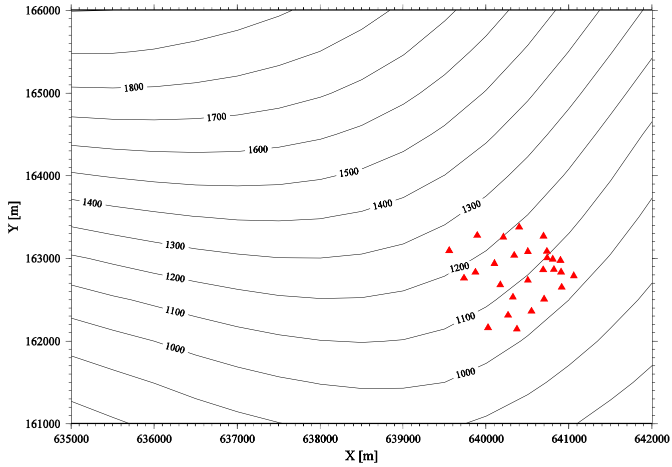
$$\Delta g_{FA}^{trend} = \sum_{i=0}^{1}\sum_{j=1}^{1} a_{ij} x^i y^j \quad , \tag{6}$$

ahol a_{ij} a polinom együtthatója, x és y pedig a nehézségi mérési pontok koordinátái. Az együtthatók meghatározása legkisebb négyzetes illesztéssel történt. A kapott sík (7. ábra) dőlése nyugat-keleti illetve észak-déli irányban $\partial(\Delta g)/\partial x$=1.07 mGal/km illetve $\partial(\Delta g)/\partial y$=-1.27 mGal/km mértékű.

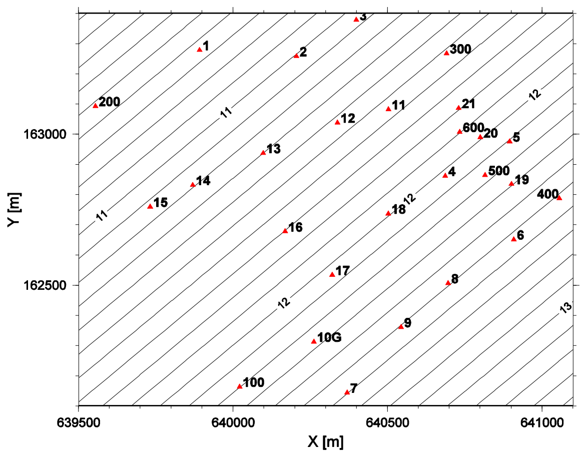
A trend eltávolításával képezett maradék rendellenességek

$$\Delta g_{FA}^{m} = \Delta g_{FA} - \Delta g_{FA}^{trend} \tag{7}$$

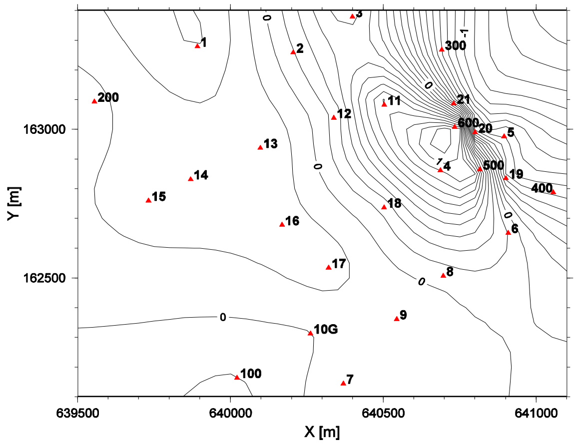
területi képe a 8. ábrán látható.



6. ábra. A harmadkor előtti medencealjzat mélységének térképe Dunaföldvár körzetében. Szintvonalköz: 100 m. A háromszögek a gravimetriai pontokat jelölik



7. ábra. A szabadlevegő nehézégi rendellenességek 1. fokú trendfelülete a dunaföldvári gravimetriai pontokra illesztve. Szintvonalköz: 0.1 mGal. A háromszögek a gravimetriai ponrokat jelölik



8. ábra. Maradék szabadlevegő nehézségi rendellenességek a dunaföldvári területen. Szintvonalköz: 0.1 mGal. A háromszögek a gravimetriai pontokat jelölik

5 A terepi korrekciók előzetes értékeinek meghatározása

A TC előzetes értékeinek (4) szerinti meghatározásához mindkét területen 20 m × 20 m vízszintes felbontású helyi digitális terepmodellek (DTM) álltak rendelkezésre. A távoli (≤ 167 km) hatások figyelembe vételéhez ezek a részletes modellek kiegészültek Magyarország domborzatának 500 m × 500 m felbontású DTM-jéből generalizált (Kalmár et al. 1995) térfogatelem modelljével. A helyi, digitalizálással előállított DTM-ek magassági értelmű javítása a nehézségi pontok mért magasságainak figyelembe vételével történt. Ez a művelet biztosította a pontok ellentmondásmentes illeszkedését a DTM felszínéhez. A TC előzetes értékeinek statisztikái a 2. táblázatban találhatók.

2. táblázat. A terepi korrekciók ρ=1000 kg/m^3 sűrűség értékkel számított statisztikái. Az adatok mGal egységben adottak

terület	adatok száma	minimum	maximum	átlag	szórás
Dunaföldvár	27	-0.40	0.00	-0.06	±0.09
Ófalu	222	-0.68	-0.09	-0.28	±0.12

6 A topográfiai átlagsűrűség legkisebb négyzetes becslése

Attól függően, hogy a *g* mérésekből számított szabadlevegő nehézségi rendellenességek milyen javításokkal/redukciókkal vannak ellátva, négyféle közvetítő egyenlet írható fel a Δg_{FA} észlelések és a meghatározandó modell paraméterek (a, ρ_t) között:

$$\Delta g_{FA} = a + 2\pi G H_P \rho_t + \delta g_{CB} \quad , \tag{8}$$

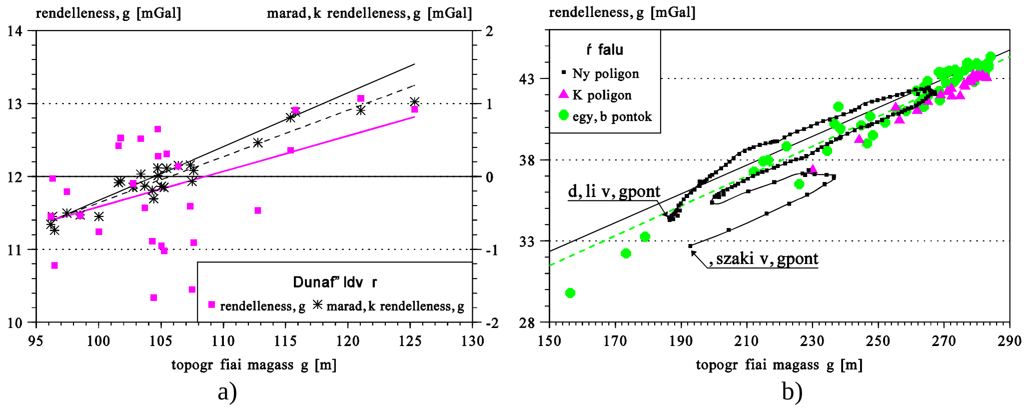
$$\Delta g_{FA} = a + \left(2\pi G H_P + TC_{\rho=1}\right)\rho_t + \delta g_{CB} \quad , \tag{9}$$

$$\Delta g_{FA}^{m} = a + 2\pi G H_P \rho_t + \delta g_{CB} \quad , \tag{10}$$

$$\Delta g_{FA}^{m} = a + \left(2\pi G H_P + TC_{\rho=1}\right)\rho_t + \delta g_{CB} \quad . \tag{11}$$

(8) esetén a terepi javítás nélküli szabadlevegő rendellenességek, (9)-ben a terepi javítással ellátott szabadlevegő rendellenességek, (10)-ben a (7) szerinti maradék rendellenességek, míg (11)-ben a terepi javítással ellátott maradék rendellenességek képezik az észleléseket az egyenletek bal oldalán.

A (8)-(11) definíciók szerint meghatározott észlelések magasságfüggését a 9. ábra mutatja. A kiegyenlítésre vonatkozó részletes adatok a 3. táblázatban megtalálhatók. Ófalu esetében (9/b ábra) jól követhető az Ny poligon mentén a magasságfüggés mértékének rendszeres helyi eltérése az átlagos meredekségtől, amely a déli végpont előtti szakaszon a legnagyobb. Ez jelentős topográfiai sűrűség változásra utalhat a kérdéses szakaszon.



9. ábra. Szabadlevegő- és maradék szabadlevegő nehézségi rendellenességek magasságfüggése. a) Dunaföldvár: a szürke vastag vonal a (9), a szaggatott fekete vonal a (10) és a folytonos fekete vonal a (11) egyenletet ábrázolja. b) Ófalu: a szaggatott szürke vonal a (8), a fekete folytonos vonal a (9) egyenletet ábrázolja. A fekete jeleket összekötő görbe vonal az Ny poligon pontjainak bejárási útvonalát mutatja

3. táblázat. A sűrűség becslések a posteriori statisztikái. μ_0 a súlyegység középhibája, μ_ρ pedig a sűrűség középhibája

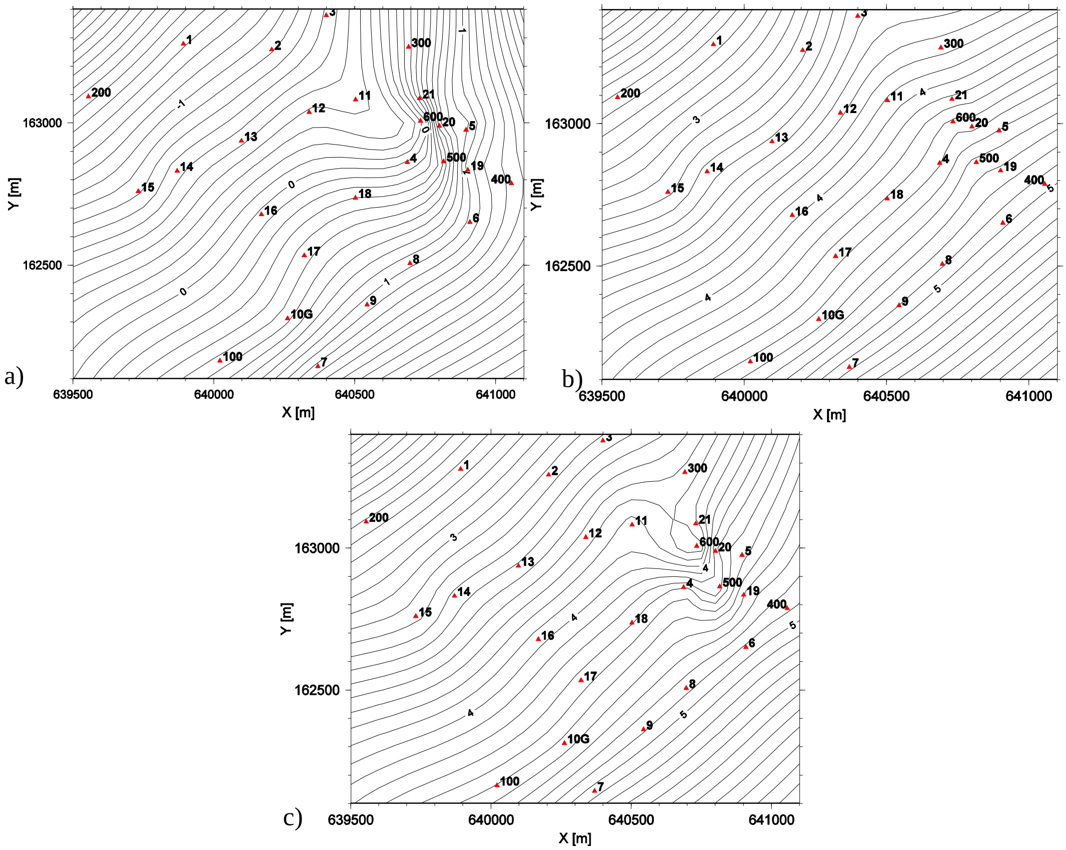
terület	egyenlet	μ_0	$\rho_t \pm \mu_\rho$ [kg/m^3]	a [mGal]	egyenletek száma
Dunaföldvár	(9)	±0.72	1163±543	6.71	27
	(10)	±0.14	1517± 92	-6.72	27
	(11)	±0.15	1764±113	-7.72	27
Ófalu	(8)	±0.93	2192± 48	17.10	222
	(9)	±0.93	2115± 46	19.06	222

7 A Bouguer-féle rendellenességek számítása és elemzése

A dunaföldvári területre vonatkozó teljes Bouguer-féle rendellenesség térképek a 10. ábrán láthatók. Itt a becsléssel kapott (ρ_t=1764 kg/m^3) sűrűség mellett az ennél jóval magasabb, általánosan használt 2670 kg/m^3 érték is alkalmazásra került. A 10/a ábrán jól azonosítható egy éppen a löszfal helyén lokalizálható „szellem" rendellenesség, amely a helytelen sűrűség érték használata miatt jött létre. Az ilyen jellegű látszólagos anomáliák igen félrevezetők, hiszen belőlük nem létező, tengerszint alatt elhelyezkedő geológiai szerkezetekre lehet tévesen következtetni. A 10/c térképről a terepi javítás fontossága látszik. Elhanyagolása hasonló eredménnyel járhat, mint a helytelen sűrűség érték alkalmazása, mivel itt is megjelenik egy földtanilag nem indokolható rendellenesség.

8 A sűrűség becslés eredményeinek összevetése geológiai információkkal

A dunaföldvári területről begyűjtött felszíni kőzetminták laboratóriumi vizsgálatából megállapított átlagos sűrűség érték 1610 kg/m^3±100 kg/m^3, mindössze 3.7% átlag víztartalom mellett. A 11. ábrán látható, hogy a legvalószínűbb becslési érték mintegy 150 kg/m^3-el magasabb a laboratóriumi eredménynél. Ennek oka talán a felszín közeléből gyűjtött minták igen alacsony víztartalma.

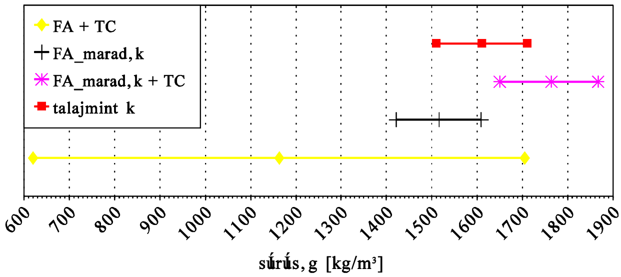


10. ábra. Bouguer-féle rendellenességek a dunaföldvári tesztterületen. **a)** teljes Bouguer rendellenesség ρ_t=2670 kg/m^3, **b)** teljes Bouguer rendellenesség ρ_t=1764 kg/m^3, **c)** egyszerű Bouguer rendellenesség ρ_t=1764 kg/m^3

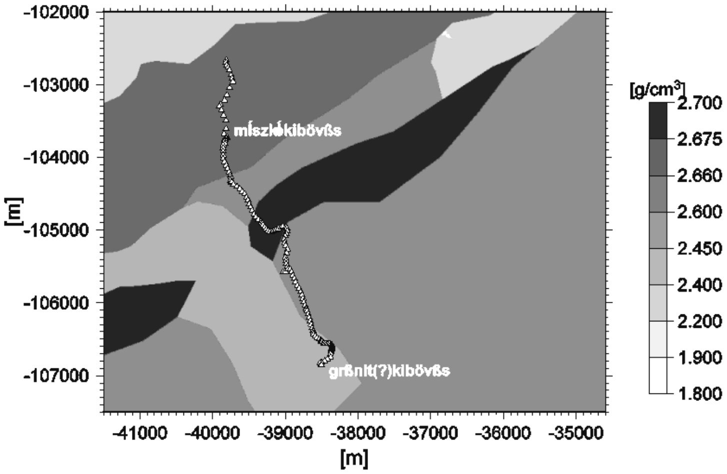
Ugyanis a mintákon elvégzett hézagtérfogat mérések 32% és 42% között ingadoztak. Ez arra utal, hogy 1 m^3 lösz, akár 400 kg vizet is fel tud venni telített állapotban, így sűrűsége elérheti a 2000 kg/m^3 értéket. Az bizonyos, hogy a Duna közelsége miatt a felszín alatti rétegek jelentősen több nedvességet tartalmaznak, mint ami a mintákból következik. Ezért nem kizárható, hogy a becslés eredménye közelebb van a természetbeli térfogatsűrűséghez, mint a felszíni mintákból meghatározott átlag érték.

Ófalu környékének felszín közeli geológiai képződményeiről és azok feltételezett sűrűségeiről a 12. ábra ad felvilágosítást. Ezen túlmenően az Ny poligon mentén két helyen is kőzetkibúvások vannak, melyek a szintezési mozgásvizsgálati vonal végpontjait rögzítik. Az északi végponton laza, réteges szerkezetű mészkő, míg a déli végponton tömörebb kőzetek találhatók. Ez ellentmond a geológiai térképnek, mely szerint a legkisebb sűrűségű kőzet éppen a déli végponton települt. Az ellentmondást tovább erősíti az, hogy a 9/b ábra elemzésekor (6. szakasz) megállapított részleges sűrűség növekedés éppen ezen a végponton valószínűsíthető a nehézségi adatok alapján.

Minden esetre a Nettleton-féle módszerrel becsült átlag sűrűség (3. táblázat) jóval alacsonyabb (~ 300 kg/m^3-el), mint ami a geológiai információk alapján várható. Azonban a felszínen helyenként igen vastagon települt lösz ill. agyagrétegek végeredményben csökkentik az átlag értéket, hiszen ezek sűrűsége a tapasztalatok alapján (1600 – 1800) kg/m^3 körüli.



11. ábra. A dunaföldvári sűrűség becslések eredményeinek összehasonlítása



12. ábra. Az ófalui terület fedőtakaró nélküli, felszín közeli kőzeteinek térképe. A fehér háromszögek az Ny jelű poligon pontjait mutatják. A koordináták centrális EOV rendszerben adottak

8 Következtetések

A bemutatott példák jól demonstrálják a Nettleton-féle módszer és a terepi korrekció meghatározás legkisebb négyzetek szerinti paraméter becslési eljárásban történő összekapcsolásának hatékonyságát. A megfelelő adatelőkészítés elvileg biztosítja a valósághű eredményt, amelyet azonban mindig össze kell vetni a geológiai információkkal. Nagy kiterjedésű területek esetén, ahol a topográfiai kőzettömegek horizontális sűrűségváltozása már jelentős lehet, ez különösen fontos.

Köszönetnyilvánítás. A kutatásokat a T043413 sz. OTKA és az EU5 EVG1-2001-00061 OASYS programok támogatták.

Hivatkozások

Benedek J, Papp G (2005): Graviméteres mérések kiértékelése műszervizsgálat céljából. Geomatikai Közlemények, VIII. 201-208.

Camacho AG, Montesinos FG, Vieira R and Arnoso J (2001): Modelling of crustal anomalies of Lanzarote (Canary Islands) in light of gravity data. Geophys. J. Int. 147, 403-414.

Kalmár J, Papp G, Szabó T (1995): DTM-based surface and volume approximation. Geophysical applications. Comp. and Geosci., 21, 245-257.

Mentes Gy, Eperné I (editors) (2004): Landslide monitoring of loess structures in Dunaföldvár, Hungary. Geodetic and Geophysical Res. Inst. Hung. Acad. Sci., Sopron. p. 84.

Nettleton LL (1939): Determination of density for reduction of elevation factor. Geophysics, 4, 176.

Papp G, Benedek J (2005): Gravitációs inverzió alkalmazása a geoid vizsgálatában. Geomatikai Közlemények, VIII. 231-238.

Rao VB, Murty BVS (1973): Note on Parasnis' method for surface rock densities. Pure and Applied Geophysics, 110, 1927-1931.

Rózsa Sz (2002): Magas frekvenciájú adatok felhasználása a geoidmeghatározásban. PhD disszertáció, BME, Budapest.

GRAVIMETRIAI GEOID KORREKCIÓJA GPS-SZINTEZÉSI ADATOK FELHASZNÁLÁSÁVAL

Zaletnyik Piroska, Paláncz Béla**, Völgyesi Lajos*, Kenyeres Ambrus****

***Correction of the gravimetric geoid using GPS-levelling data** – The time-consuming, labour-intensive method of traditional levelling can be substituted by GPS-levelling, using a precise geoid model. The optimal geoid model is a combination of the GPS-derived and the gravimetrically-derived geoid undulations. The GPS-gravimetric geoid can be constructed by adding a corrector surface to the original gravimetric geoid, which can be determined by using the GPS-levelling data. The GPS-gravimetric geoid can be given in analytical form using a third-degree spline interpolation. Results are promising; fitting of the corrector surface can be performed by 1-2 cm accuracy. Attention is called to the importance of the homogeneous distribution of the GPS/levelling data, elimination of gross errors, and to the optimal separation of the learning and the test data set.*

Keywords: GPS-gravimetric geoid, GPS/levelling, corrector surface, spline interpolation

Az idő- és munkaerőigényes szintezéssel történő magasságmeghatározás kiváltható GPS mérésekkel, megfelelő pontosságú geoidmodell alkalmazásával. Ezt a megfelelő pontosságú geoidot a GPS/szintezési adatok és a gravimetriai geoid kombinálásával adhatjuk meg. A GPS-gravimetriai geoid előállítása úgy történik, hogy az eredeti gravimetriai geoidhoz hozzáadjuk a GPS/szintezési adatok felhasználásával meghatározott korrekciós felületet. Harmadfokú spline interpolációt alkalmazva a korrigált geoid is megadható analitikus alakban. Az eredmények bíztatóak, a felületillesztés 1-2 centiméteres pontossággal megoldható. Rámutatunk, hogy fontos a GPS/szintezési adatok egyenletes eloszlása, durva hiba szűrése és a módszerek tesztelése szempontjából a tanuló és teszthalmaz optimális szétválasztása.

Kulcsszavak: GPS-gravimetriai geoid, GPS/szintezés, korrekciós felület, spline interpoláció

1 Bevezetés

A Föld fizikai alakjának, a geoidnak meghatározása napjaink fontos feladata. A gravitációs teret térképező műholdak méréseinek köszönhetően illetve új földi mérések bevonásával egyre jobb geoidmegoldások születnek. Ugyanakkor a nagy pontosságú GPS mérések is egyre több felhasználó számára lesznek elérhetőek, az aktív GPS hálózatok és a hálózati RTK (Real Time Kinematik) korrekciók használatával.

A GPS-szel történő magasságmérés során olyan geoid alkalmazására van szükség, amely segítségével geodéziai (centiméteres) pontossággal számíthatjuk át a mért ellipszoid feletti magasságokat az EOMA rendszerében ismert tengerszint feletti magasságokká. Ehhez használhatjuk a korrekciós felülettel illesztett GPS-gravimetriai geoidot.

2 GPS/szintezési adatok eltérései a gravimetriai geoidtól

GPS mérésekből ellipszoid feletti magasságot határozunk meg, geodéziai gyakorlatban viszont tengerszint (geoid) feletti magasságokkal dolgozunk, amelyeknek a meghatározása szintezéssel történik. Az idő- és költségigényes szintezést azonban megfelelő geoidmodell alkalmazásával GPS mérésekkel is helyettesíthetjük, hiszen a geoidunduláció értéke a geoid-ellipszoid távolságát adja meg. Az átszámításhoz a következő egyszerű összefüggést használhatjuk:

* *Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Általános és Felsőgeodézia Tanszék, H-1521, Budapest. Magyar Tudományos Akadémia Felsőgeodéziai és Geodinamikai Kutatócsoport.*
** *Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Fotogrammetria és Térinformatika Tanszék, H-1521, Budapest.*
*** *FÖMI Kozmikus Geodéziai Obszervatórium, 1149 Budapest, Bosnyák tér 5.*
E-mail: piri@agt.bme.hu, palancz@epito.bme.hu, volgyesi@eik.bme.hu, kenyeres@sgo.fomi.hu

$$h - H - N = 0, \tag{1}$$

ahol h az ellipszoid feletti, H a tengerszint feletti magasság és N a geoidunduláció értéke.

Természetesen az (1) összefüggés nem csak a GPS magasságok helyi rendszerbe történő átszámításához alkalmazható. Ha ugyanis rendelkezésünkre állnak olyan pontok, ahol nem csak a gravimetriai geoidmagasság értékét ismerjük, hanem GPS mérés és szintezés is történt, akkor ezzel tesztelhetjük a geoid pontosságát. Általában megállapítható, hogy az (1) összefüggés számos tényező miatt nem teljesül, a kisebb-nagyobb eltéréseket e-vel jelölve:

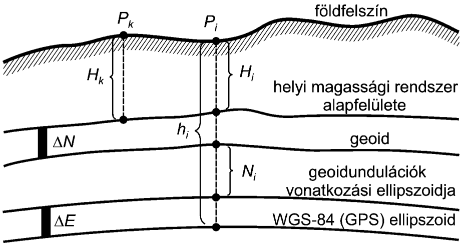
$$h - H - N = e \ . \tag{2}$$

A nemzetközi gyakorlatban ezeket az eltéréseket ún. korrekciós felület megadásával szokták modellezni. Ez a korrekciós felület teremt kapcsolatot egy globális vagy lokális gravimetriai geoidmodell és a GPS ill. szintezési adatokból meghatározható „GPS geoid" között.

Az eltérések okai Fotopoulos et al. (2002) vizsgálatai szerint a következők lehetnek:

- a háromféle magassági adat véletlen hibái,
- dátum eltérések,
- az adatok mérési módszereiből, modellezéséből és kiegyenlítéséből adódó szabályos hibák és torzulások (elsősorban a hosszúhullámú geoideltérések az alkalmazott geopotenciális modellből adódóan, szabályos hibák a szintezési adatokban, rosszul modellezett GPS hibák - pl. troposzférikus javítások -, szintezési hálózatok kiegyenlítéséből keletkező torzulások),
- és természetesen a referencia pontok időbeli instabilitása is ide tartozik.

A korrekciós felülettel elsősorban a dátum eltéréseket és a szabályos hibákat lehet modellezni. Tekintsünk most el a gravimetriai geoid illetve a GPS és a szintezési adatok szabályos hibáitól, és csak a dátum eltérésekre összpontosítsunk. Az 1. ábra alapján látható, hogy a korrekciós felület ebben az esetben is kettős szerepet tölt be. A ΔN lehet a helyi magassági rendszer (jelen esetben pl. a Balti alapszint) és az alkalmazott geoidmodell szintje közötti eltérés (mindkettő a Föld nehézségi erőterének egy-egy különböző potenciál szintfelülete), illetve ΔE a GPS mérések referencia ellipszoidja és a geoidundulációk vonatkoztatási ellipszoidja közötti eltérés. Ezek az eltérések általában nem írhatóak le egy konstans eltolással, csak valamilyen bonyolultabb összefüggéssel.



1. ábra. Lehetséges dátumeltérések

Érdekes megfigyelni, hogy a gravimetriai geoidok fejlődésével, hogyan változnak a korrekciós felülettel modellezendő hibák. Erre jó példa az EUVN_DA adatbázis, amely több mint 1200 európai nagypontosságú GPS/szintezési pont adatait tartalmazza. Ezekből számíthatóak az eltérések különböző gravimetriai geoidoktól. Az újabb geoidmodellek alkalmazásával jelentős mértékben, bizonyos területeken felére, harmadára csökkentek az eltérések (Kenyeres et al. 2006).

3 Korrekciós felület típusok

A korrekciós felületek többnyire valamilyen paraméteres modellel írhatók le:

$$a_i^T \cdot x = N^{GPS} - N^{grav}, \tag{3}$$

ahol az x vektor tartalmazza a modell ismeretlen paramétereit, a pedig a kiválasztott modell alakmátrixának ismert együtthatóit. Az N^{GPS} a GPS-szintezési adatokból számítható GPS geoidmagasságok, az N^{grav} pedig a gravimetriai geoidmagasságok rövidítése.
A nemzetközi szakirodalomban korrekciós felületként számos különböző paraméteres modell alkalmazásával találkozhatunk, az egyszerű síkillesztéstől kezdve, a polinomillesztésen, hasonlósági transzformációkon, spline-okon, Fourier-sorokon, waveleteken keresztül egészen a végeselem módszer alkalmazásáig. A megfelelő modell kiválasztása nem triviális feladat, függ az adott terület sajátosságaitól, a mérési pontok sűrűségétől és eloszlásától.

A megfelelő módszer kiválasztásánál szerepet játszhat az a szempont is, hogy a kapott eredmény analitikus formában legyen megadható. Ebben az esetben ugyanis a formula egyszerűen kiértékelhető valamilyen magas szintű (például C vagy Java) nyelvben, amelyek rendkívül gyorsak és a program helyigénye is messze kisebb, mint a teljes adatmennyiség tárolásához szükséges tárkapacitás.

A téma népszerűsége miatt nehéz felsorolni az összes megoldást, de azért álljon itt néhány jellemző példa, hogy ki, milyen módszereket alkalmazott:

- Kollokáció (Forsberg és Madsen 1990)
- Különböző fokszámú polinomok (Shretha 1993)
- Fourier sorok (Haagmans 1998)
- Spline interpoláció (Featherstone 2000)
- Végeselem módszer (Jäger és Schneid 2002)
- Wavelet-ek (Soltanpour et al. 2004)
- Kombinált legkisebb négyzetek szerinti kiegyenlítés (Fotopoulos 2005).

A vizsgálatainkban 340 magyarországi szintezett GPS pontból álló adatállományt használtunk. Ennek átlagos hibája néhány centiméterre tehető, de sok durva hibás pont is volt az állományban. A durva hibák szűrése után a 340 pontból 304 pont maradt az adatbázisban (Kenyeres és Seeman 1999). Vizsgálatainkban a GPS-szintezési adatokkal javított HGTUB2000 geoidmodellt használtuk (Tóth és Rózsa 2000), és a maradék 304 pont eltéréseit modelleztük az alábbi különböző módszerek alkalmazásával:

- különböző fokszámú polinomok,
- mesterséges neurális hálózatok,
- harmadfokú spline interpoláció,
- végeselem módszer (vékonylemez spline).

A végeselem módszerhez a *FEM-Design* szoftvert a többi számításához a *Mathematica* szoftvert használtuk. A *FEM-Design* szoftver elsősorban mechanikai számítások végzésére készült, de mint a példánkból látjuk a mi területünkön is jól alkalmazható.

4 Az adatok előkészítése

Amint említettük, 304 szintezett OGPSH ponton kívül rendelkezésünkre állt a számításokhoz a HGTUB2000 gravimetriai geoid, 211680 pontban, $\varphi = 30''$ és $\lambda = 50''$ felbontással, tehát közel 1 km-es rácsháló sarokpontjaiban megadott geoidunduláció értékekkel.

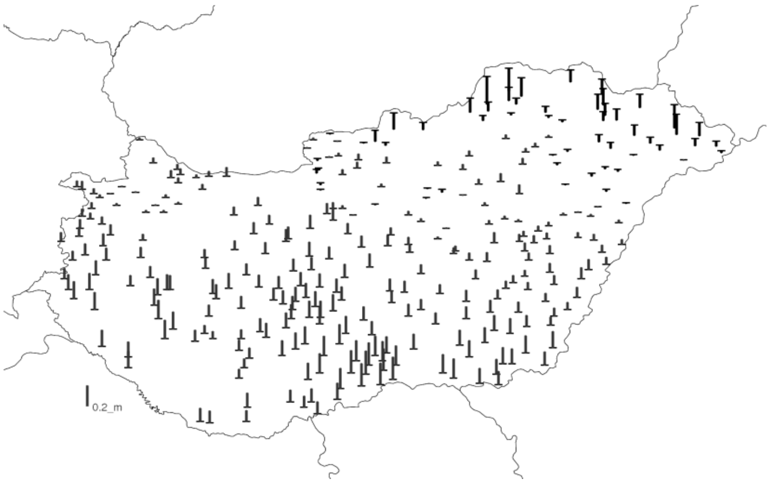
A korrekciós felülettel modellezni kívánt eltérések kiszámításához ugyanazokban a pontokban kell ismernünk mind a GPS/szintezési, mind a gravimetriai geoid magasságokat. Ehhez valamilyen interpolációs technikával meg kell határozni a kérdéses 304 pontban a gravimetriai geoid értékét, majd az említett különbségek a (3) összefüggés felhasználásával számíthatók.

Miután közel 1 kilométerenként vannak a pontok és ezen belül a geoid jó megközelítéssel síknak tekinthető, így az egyik lehetőség a bilineáris interpoláció alkalmazása 4 szomszédos pont alapján. Ha valamilyen függvénnyel szeretnénk interpolálni, analitikus formában megadva a geoidot, akkor erre jó lehetőséget nyújt a térbeli spline interpoláció. Esetünkben a geoid 8484 pontjára illeszkedő harmadfokú spline interpolációt alkalmazva (Salamon 2006), a 211680 pontból álló teljes geoidot igen jól (1-2 cm hibával) közelítő analitikus formulát állítottunk elő, melynek szerkezete a következő:

$$N(\varphi,\lambda) = w_0 + \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot ((\varphi-\varphi_i)^2 + (\lambda-\lambda_i)^2)^{3/2} , \tag{4}$$

ahol w_0 és w_i a korrekciós felület paraméterei, n pedig a felhasznált tanuló pontok száma.

A bilineáris és a térbeli spline interpolációs módszer eredményei nagy pontossággal egyeztek, az eltérések szórása mindössze 3 mm volt. Mi végül is a spline interpolációval számítottuk ki a gravimetriai geoid adatait a 304 pontban. Ezeknek a GPS geoidtól való eltéréseit mutatja a 2. ábra, az 1. táblázatban pedig az adatok statisztikai jellemzőit láthatjuk.



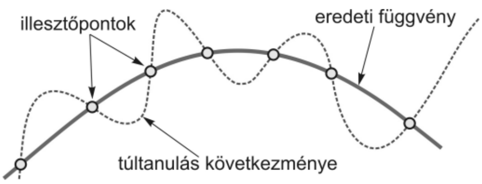
2. ábra. GPS geoid és gravimetriai geoid eltérései 304 pontban, spline interpolációval előállítva

1. táblázat. A 304 pontbeli GPS-gravimetriai geoid eltéréseinek statisztikai jellemzői

Átlag	Szórás	Min	Max
6.8 cm	8.7 cm	-27.4 cm	+22.5 cm

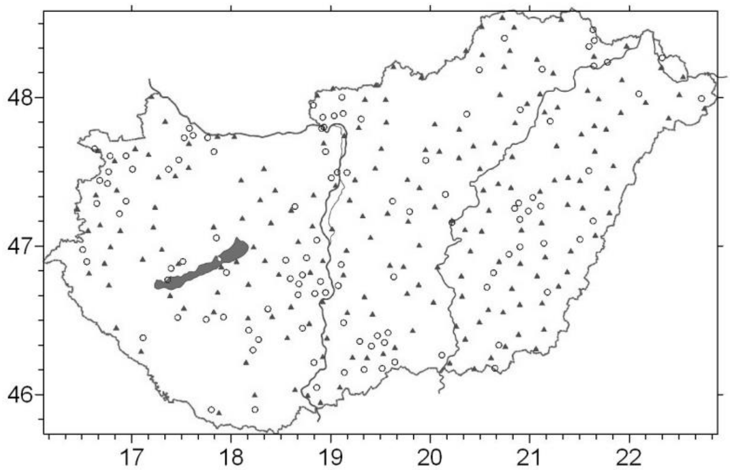
5 Az alkalmazott modell hatékonysága

Matematikai szempontból a korrektor felület előállítása nem más, mint egy kétváltozós függvény közelítése szabálytalanul elhelyezkedő mérési adatok (φ_i, λ_i, e_i) alapján. A közelítés hatékonyságának becslésére az egyik fontos paraméter a maradék hibák vizsgálata, ez azonban nem nyújt támpontot a modell általánosító képességére. Magas fokszámú felületek esetében felléphet a 3. ábrán szemléltetett ún. túlparaméterezés, vagy túltanulás jelensége, amikor az illesztéshez használt pontoktól eltérő pontokban megnő a hiba nagysága.



3. ábra. Túltanulás jelensége

Az ún. túltanulás elkerülése végett a rendelkezésre álló mérési adatokat tanuló halmazra és teszt halmazra szokás felosztani. A tanuló halmaz alapján végezzük el a közelítő függvény előállítását és ennek általánosíthatóságát a teszt halmazzal ellenőrizzük. Már ez az első lépés is több problémát vet fel. Mivel a mérések elrendeződése nem szabályos és kevés is van belőlük – esetünkben mindössze 304 darab – nem egyszerű feladat a teszt halmaz elemeinek a kiválasztása, hiszen ha ezeket ügyetlenül választjuk meg, a megmaradó tanuló halmaz alkalmatlan lehet a megfelelő közelítés előállítására. Az egyik lehetséges megközelítés a probléma megoldására, ha a teszt halmazt egy elemű halmaznak választjuk, úgy, hogy mindig más-más pontra kerül a választás. Ez azt jelenti, hogy n mérési adat esetén n-szer oldjuk meg a feladatot, tanulóhalmazként az aktuális (n-1) darab pontra vonatkozóan. Az egyelemű teszthalmazokra kapott hibák alapján, azokat súlyozva becsüljük a közelítés hibáját (Fotopoulos-Sideris, 2005). Az eljárás lényegében egy speciális Gauss - Jacobi módszernek tekinthető (Awange-Grafarend, 2005). Ez a módszer azonban nem ad arra támpontot, hogy amennyiben további GPS mérési adatokkal rendelkeznénk, az adott közelítés mennyire lenne megfelelő. Erre sokkal inkább megfelel a mesterséges intelligencia területén (például *neurális hálózatok* vagy *support vector machine*) alkalmazott tanuló/teszt halmaz módszer, Zaletnyik et al. 2004. A kérdés azonban továbbra is az, hogy miként állítjuk elő ezeket a halmazokat. Az általunk javasolt és alkalmazott megoldás lényege, hogy a teszthalmaz elemeit úgy határozzuk meg, hogy az eredeti mérési adatok halmazában lévő közeli mérési pontok eltérő, tanuló-, vagy teszthalmazba kerüljenek. A 4. ábra szemlélteti a tanulóhalmaz és a teszthalmaz elemeit. Az eredeti mérések 2/3-a került a tanuló és 1/3-a teszthalmazba.



4. ábra. Tanuló pontokat háromszögek, a teszthalmaz pontjait körök jelölik

6 Alkalmazott modellek eredményei

A korrekciós felület típusának megválasztása nem egyértelmű feladat, célszerű több módszert is megvizsgálni és az adott feladathoz a legjobban illeszkedő megoldást választani.

2. táblázat. Korrekciós felületek maradék eltérései a tanuló és a tesztpontokban

Módszer	Tanulóhalmaz eltérései (cm)				Teszthalmaz eltérései (cm)			
	átlag	szórás	min	max	átlag	szórás	min	max
2. fokú polinom	0.0	3.5	-13.7	8.4	0.0	3.4	-10.9	7.1
3. fokú polinom	0.0	3.4	-11.7	7.7	0.0	3.4	-11.8	6.6
4. fokú polinom	0.0	3.2	-9.3	9.9	0.1	3.3	-10.9	5.5
Regularizált neurális hálózat	0.0	2.3	-9.3	6.5	-0.4	2.7	-10.2	4.6
Neurális hálózat	0.0	1.7	-4.7	4.0	-0.2	1.8	-5.1	4.3
Végeselem (FEM)	0.0	0.0	-0.0	0.0	-0.3	1.3	-5.0	2.0
3. fokú spline	0.0	0.0	-0.0	0.0	-0.2	1.2	-4.8	2.0

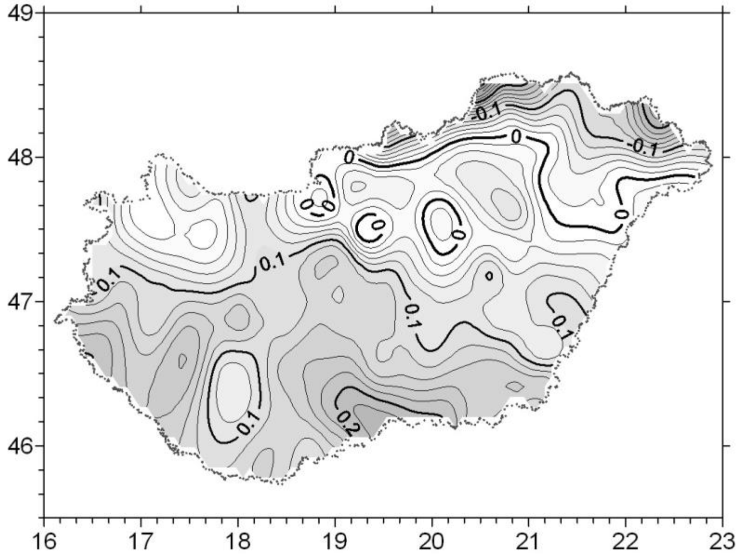
Az összehasonlítás végett igyekeztünk minél több felülettípust alkalmazni mind az illesztés pontossága tekintetében (maradék ellentmondások a tanuló pontokban), mind a modell általánosító képességének a vizsgálata szempontjából (eltérések a tesztpontokban). Az 2. táblázat tartalmazza az erre vonatkozó eredményeket, mind a tanuló, mind a teszt adatokra, cm mértékegységben. A táblázatban megtalálható az eltérések átlaga, szórása, valamint ezek minimális és maximális értékei.

Az alkalmazott módszerek között voltak 2. 3. és 4. fokú polinomokkal történő közelítések valamint neurális hálózatok radiál bázisú aktivációs függvényekkel. Mivel a neurális hálózatok hajlamosak a túltanulásra, figyelembe vettünk az egyik megoldásban egy ún. regularizációs tagot, aminek segítségével simább felületet lehet elérni. Ezen kívül a végeselem módszer és a gravimetriai geoid közelítésekor is már felhasznált harmadfokú spline került alkalmazásra.

Az 2. táblázatban a tanuló és teszthalmaz szórásait tekintve csökkenő sorrendben soroltuk fel a módszereket. Feltűnő, hogy az utolsó két módszer esetében a felület tökéletesen, mm alatti hibával, illeszkedett a tanuló pontokra, viszont az ilyen esetekben várható túltanulási jelenség sem következett be. Ennek a magyarázata, abban rejlik, hogy míg az első 5 módszer globális közelítést valósít meg, addig ez utóbbiak lokálisan közelítik, alacsony fokszámú felületekkel az egész területet. Így ez utóbbi két módszer adja még a tesztpontok esetében is a legkisebb maradék eltérést.

7 A harmadfokú spline interpoláció eredményei

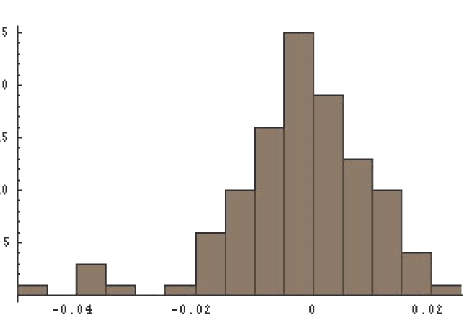
Vizsgáljuk meg a korrekciós felületmodell 5. ábrán bemutatott eredményét! Összevetve a harmadfokú spline interpolációval előállított korrekciós felületet a 2. ábrán bemutatott eltérések ábrájával, látható, hogy a korrekciós felület illeszkedik az eltérésekre. Természetesen, ha durva hibás pontok maradnak az állományban, ez a módszer arra is tökéletesen fog illeszkedni, ezért fontos, hogy előzőleg megfelelő durvahiba szűrésen menjenek keresztül a tanuláshoz, és a teszteléshez felhasznált adatok.



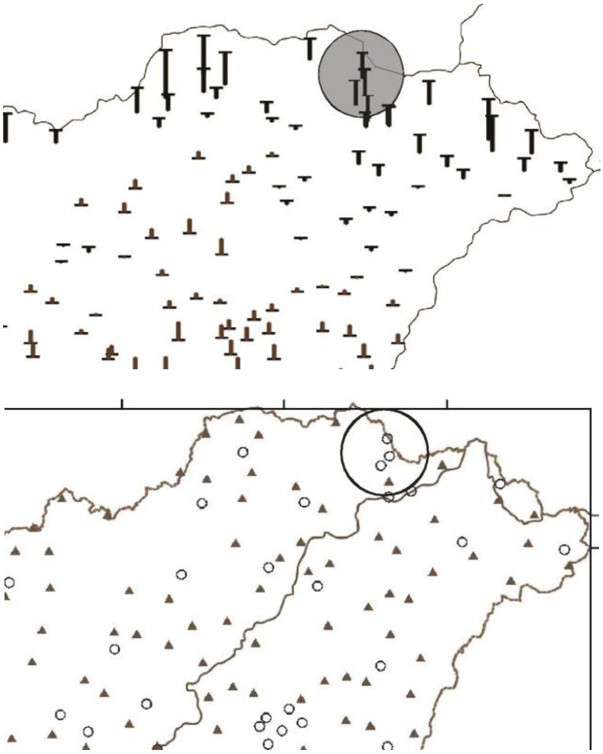
5. ábra. Harmadfokú spline interpolációval előállított korrekciós felület. Az izovonalak értékköze 0.02 m.

Visszatérve a 2. táblázathoz, feltűnő még, hogy a teszthalmazon a negatív eltérések maximuma lényegesen (mintegy 1.5-2.5-szer) nagyobb, mint a pozitív eltérések maximuma, ugyanakkor az átlag 0 környékén van. Ezeket az eltéréseket okozhatja például néhány durva hibás pont is. Vizsgáljuk meg ezért az eltérések 6. ábrán látható hisztogramját!

A 6. ábrán látható, hogy mindössze 5 pont okozza ezeket a kiugró értékeket, az összes többi eltérés 2 cm alatt van. Feltételezve, hogy a modell általánosító képessége kielégítő, ebből akár arra is következtethetnénk, hogy durva hibás pontok maradtak az adatainkban. Azonban érdemes még megnézni e hibás pontok területi elhelyezkedését is. A 7. ábrán az eredeti eltéréseket szemléltető ábrából kinagyítva mutatunk egy részletet, ahol 3 ilyen pont található (lásd a határ közelében lévő bekarikázott pontokat), az ábra alsó részén pedig a tanuló-tesztpontok elhelyezkedését mutató ábrának ugyanezen részlete látható. Innen nyilvánvaló, hogy nem durva hibáról van szó, csupán arról, hogy e tesztpontok ellenőrzése esetén extrapolációra kerül sor, interpoláció helyett. Mindhárom pontban eredetileg is lényegesen nagyobbak voltak a gravimetriai geoidtól való eltérések, mint a környezetében lévő pontokban, így nem is várhatjuk, hogy ezeken a helyeken megfelelő eredményt kapjunk.

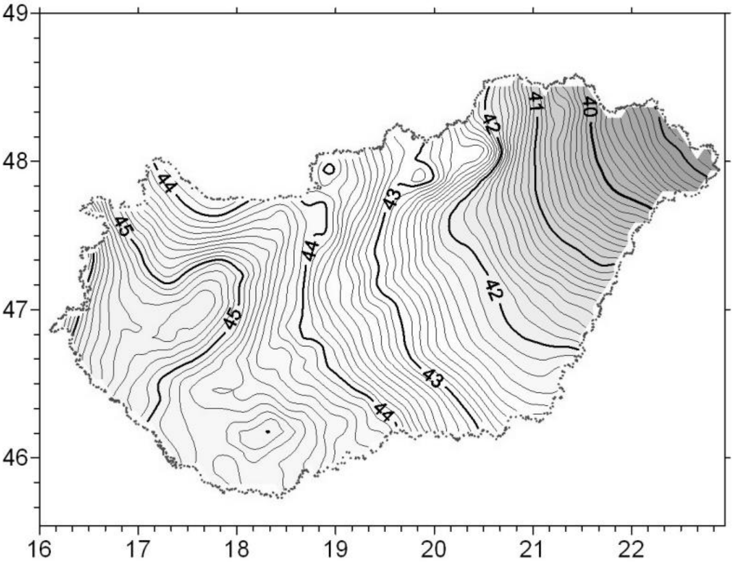


6. ábra. Harmadfokú spline interpolációval kapott maradék eltérések hisztogramja a tesztpontokban



7. ábra. Durva hibásnak vélhető tesztpontok

Végezetül a 8. ábrán a harmadfokú spline interpolációval meghatározott korrigált geoidfelületet láthatjuk.



8. ábra. A korrigált geoidfelület

8 Összefoglalás

A költséges szintezéssel meghatározott magasságmeghatározás kiváltható GPS mérésekkel megfelelő pontosságú geoidmodell alkalmazása mellett. A rendelkezésre álló adatokat felhasználva a legjobb eredményt úgy érhetjük el, ha kombináljuk a gravimetriai geoidot a GPS-szintezési adatokkal. Az előbbi egy meglehetősen sűrű rácsháló pontjaiban ismert, tükrözi a geoid finom szerkezetét, míg az utóbbi csak jóval ritkábban elhelyezkedő pontokban áll rendelkezésre, bár a GPS magasságok tengerszint feletti, helyi magassággá történő transzformációja során ez ad pontosabb eredményt. Elsősorban a különböző szabályos hibák és dátum eltérések miatt a kettő között viszonylag nagy eltérések találhatóak. Ezek modellezése az eltérésekre illeszkedő, interpoláció/regresszió segítségével meghatározott korrekciós felülettel történhet.

A dolgozatban a korrekciós felület előállítását vizsgáltuk különbözõ módszerek, mint például az algebrai polinomok, neurális hálózatok, a végeselem módszer és spline interpoláció alkalmazása esetén.

A vizsgálatot 304 szintezett OGPSH pont és a HGTUB200 gravimetriai geoid közel 1 km-es felbontású rácshálójának sarokpontjaiban megadott geoinduláció értékeivel végeztük.

A GPS/szintezési adatok felhasználásával meghatározott korrigált geoidot úgy kapjuk, hogy a meghatározott korrekciós felületet hozzáadjuk az eredeti gravimetriai geoidhoz, – így például harmadfokú spline interpolációt alkalmazva a korrigált geoid is megadható analitikus alakban.

A módszerek közül legeredményesebbnek, 2 cm-es maximális eltéréssel, a spline interpolációs módszer bizonyult. A neurális hálózatok a gyakorlat számára még mindig elfogadható 4 cm-es maximális eltérést adtak. Ez a mérőszám a polinomok esetén már 6 cm volt.

Az eredmények tehát bíztatóak, a felületillesztés 1-2 centiméteres pontossággal megoldható. Az igazán használható centiméteres geoidfelülethez persze az kellene, hogy a szintezés és a GPS mérésekből származó adataink is legalább ilyen pontosak legyenek. Ugyancsak fontos az adatok egyenletes eloszlása, durvahiba szűrése és a módszerek tesztelése szempontjából a tanuló és a teszthalmaz ideális szétválasztása (amint láthattuk ezt a 6. és a 7. ábrából levonható következtetések kapcsán). Ez utóbbi feladat megoldására már más módszereket is elkezdtünk vizsgálni, melyekkel esetleg hatékonyabban kiküszöbölhetőek lennének az extrapolációs problémák, illetve egyenletesebb ponteloszlást lehetne biztosítana a tanuló halmazban (*http://library.wolfram.com/infocenter/MathSource/6615*).

Érdemes lenne azt is megvizsgálni, hogy más tanuló halmaz választása esetén mennyire térnének el egymástól a felületillesztés után kapott eredmények.

Tervezzük, hogy az itt bemutatott módszereket az egész európai kontinensre alkalmazzuk, felhasználva az EUVN_DA adatbázisban szereplő GPS/szintezési adatokat.

Köszönetnyilvánítás. A végeselem számításokat a *FEM-Design 6.0* végeselem szoftverrel végeztük. Ezúton mondunk köszönetet a StruSoft Kft.-nek, aki a szoftvert rendelkezésünkre bocsátotta, valamint Dr. Kirchner Istvánnak aki a rendszer használatában komoly segítségünkre volt. A kutatás a FÖMI KGO és a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke közötti kutatási együttműködés keretében valamint a T043007 és a T046718 sz. OTKA támogatásával valósult meg.

Hivatkozások

Awange JL, Grafahrend EW (2005): Solving Algebraic Computational Problems in Geodesy and Geoinformatics, Springer Berlin.

Featherstone W (2000): Refinement of gravimetric geoid using GPS and levelling data. Journal of Surveying Engineering, May. 126; 2, 27-56.

Forsberg R, Madsen F (1990). High Precision Geoid Heights for GPS Leveling. Proceedings of the 2rd International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, Sept. 2-7, Ottawa, Canada, 1060-1074.

Fotopoulos G, Featherstone WE, Sideris MG (2002): Fitting a Gravimetric Geoid Model to the Australian Height Datum via GPS Data. Presented at the IAG Third Meeting of the International Gravity and Geoid Commission, Thessaloniki, Greece, Aug. 26-30.

Fotopoulos G (2005) Calibration of geoid error models via a combined adjustment of ellipsoidal, orthometric and geoid height data. J. of Geodesy, 79; 1-3, 111-123.

Fotopoulos G, Sideris MG (2005): Spatial Modeling and Analysis of Adjusted Residuals over a Network of GPS-levelling Benchmarks, GEOMATICA 59; 3, 251-262.

Haagmans R, de Bruijne A, de Min E (1998): A procedure for combining gravimetric geoid models and independent geoid data, with an example in the North Sea region. DEOS Progress Letters 98.1, Delft University Press.

Jäger R, Schneid S (2002): GNSS Online Heighting based on the Concept of a Digital Finite Element Height Reference Surface (DFHRS) and the Evaluation of the European HRS. Proceedings, ENC - GNSS 2002 Symposium, European Navigation Conference. Kopenhagen.

Kenyeres A, Seeman J (1999): Az OGPSH-pontok tengerszint feletti magasságának meghatározása GPS-technikával, Geodézia és Kartográfia, 1999; 1, 18-23.

Kenyeres A, Sacher M, Ihde J, Denker H, Marti U (2006): EUVN_DA:Establishment of a European Continental GPS/Leveling Network, IGFS2006 Symposium, 28.08-01.09, Istanbul, Turkey.

Kotsakis C, Sideris MG (1999): On the adjustment of combined GPS/levelling/geoid networks. Journal of Geodesy, 73; 8, 412-421.

Salamon D (2006): Curves and Surfaces for Computer Graphics, Springer Science Business Media, New York.

Shretha R, Nazir A, Dewitt B, Smith S (1993): Surface Interpolation Techniques to Convert GPS Ellipsoid Heights to Elevations. Surveying and Land Information Systems, 53, 2, 133-144.

Soltanpour A, Nahawandchi H, Featherstone WE (2006): The use of second-generation wavelets to combine a gravimetric qausigeoid model with GPS-levelling data, Jornal of Geodesy (Accepted 9 February).

Tóth Gy, Rózsa Sz (2000): New Datasets and Techniques – an Improvement in the Hungarian Geoid Solution, Paper presented at Gravity, Geoid and Geodynamics Conference, Banf, Alberta, Canada.

Zaletnyik P, Völgyesi L, Paláncz B (2004): Approach of the Hungarian Geoid Surface with Sequence of Neural Networks. Int. Arch. of Photogr, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, XXXV; Part B-YF, Istanbul, 119-122.

FÖLDI LÉZERSZKENNELÉS ALKALMAZÁSA EGYES FÁK VIZSGÁLATÁRA

*Király Géza, Brolly Gábor, Márkus István**

Application of terrestrial laser scanning for investigation on single trees – *This paper describes the processing and results of a terrestrial laser scanning survey. The field-work was done on a protected, forest reserve sites. A new method was developed for the position determination and diameter at breast height (DBH) estimation of a single tree. Several further methods were tested and statistically evaluated for DBH and tree heights. The lower part of the tree trunks were modelled in 3D automatically.*

Keywords: terrestrial laser scanning, forestry, single trees, automatic detection, modelling

Cikkünkben egy földi lézeres letapogatás feldolgozásával és eredményeivel foglalkozunk. A felvételezés védett területen, egy erdőrezervátumban történt. Egy új módszert dolgoztunk ki az egyes fák helyzetének és mellmagassági átmérőjének meghatározásához. A mellmagassági átmérő és a famagasság meghatározásához számos további módszert próbáltunk ki, és az eredményeket statisztikailag értékeltük. Az egyes fák törzsének alsó részéről automatikus térbeli modelleket készítettünk.

Kulcsszavak: földi lézerszkennelés, erdészet, egyes fák, automatikus felismerés, modellezés

1 Előzmények, célkitűzések

A NyME Földmérési és Távérzékelési Tanszékén már több éve foglalkozunk a lézeres letapogatással, valamint annak alkalmazási lehetőségeivel, elsősorban a természetvédelem és az erdészet szakterületén. Eddigi vizsgálatainkban repülőgépről történő légi lézeres letapogatásokkal foglalkoztunk (Király és Márkus 2005, és Brolly et al. 2007). 2006 elején lehetőségünk adódott, hogy az új technológiát a földről is kipróbáljuk egy természetvédelmi szempontból jelentős erdőrezervátum területén.

Munkánk során az elsődleges cél az volt, hogy megvizsgáljuk a földi lézeres letapogatás lehetőségeit erdei környezetben. Elsősorban az egyes fák, valamint a faállomány bizonyos paramétereinek meghatározására tettünk kísérletet. Fontos volt az erdőrezervátum adott részének állapotrögzítése, valamint az, hogy – amennyiben a technológia alkalmasnak bizonyul – a felvételezés referencia-adatokat szolgáltasson egyéb kutatásainkhoz is. Az egyéb lehetséges technológiák alkalmazásának lehetőségeivel Bazsó (2007) foglalkozik.

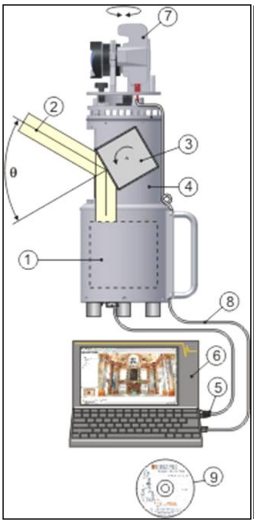
2 Terepi felmérés

A földi lézerszkenneres (LS) terepi felmérések a Hidegvíz-völgy erdőrezervátumban, 2006. április 7-én, egy Riegl LMS-Z420i szkennerrel történtek.

A Riegl egy osztrák cég, amelynek szkennerei mind légi, mind földi, valamint ipari kivitelben világszerte ismertek. A műszer felépítési vázlata, valamint fényképe látható az 1. ábrán. Az eszköz legfontosabb paramétereit pedig az 1. táblázat tartalmazza.

A Hidegvíz-völgy erdőrezervátum a 63 hazai erdőrezervátum-hálózatból ~20 ha-os magterületével a kisebbek közé tartozik. Az ER-46-os azonosítóval jelzett rezervátum a Soproni-hegységben, az osztrák határ közelében található (2. ábra).

*NyME, Földmérési és Távérzékelési Tanszék, 9400 Sopron, Bajcsy-Zs. u. 4.
E-mail: kiraly.geza@emk.nyme.hu

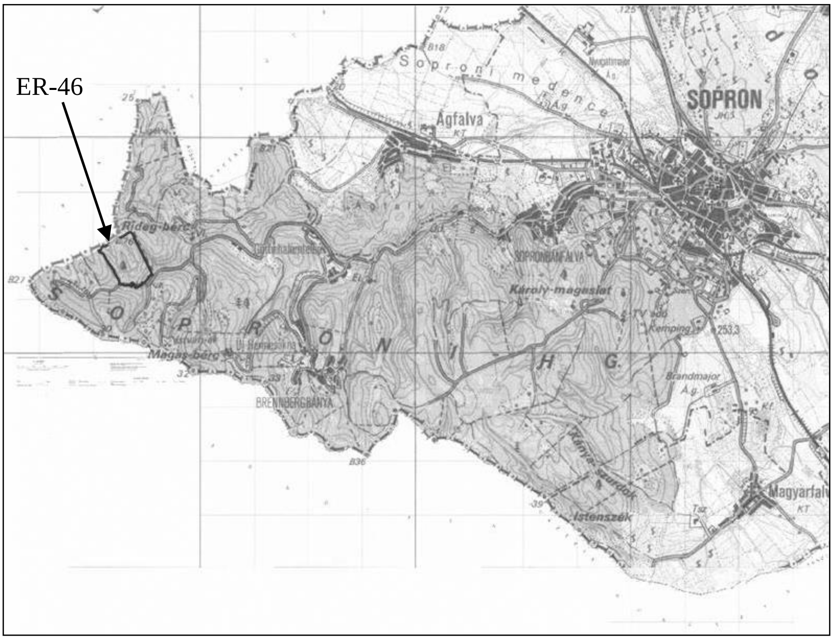


1. Távmérő elektronika
2. Lézer-sugár
3. Forgó/oszcilláló tükör
4. Forgó optikai fej
5. TCP/IP csatoló
6. Laptop
7. Fényképezőgép
8. USB/FireWire csatoló
9. RISCAN Pro program

1. ábra. A Riegl LMS-Z420 szkenner felépítése és fényképe

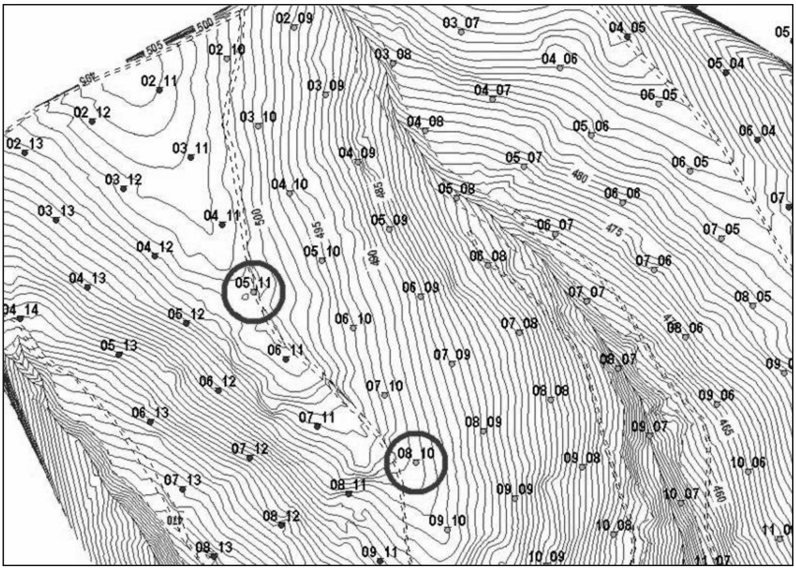
1. táblázat. A Riegl LMS-Z420 szkenner legfontosabb paraméterei

paraméter	érték
Hatótávolság	2 – 1000 m
Frekvencia	8 kHz
Szögfelbontás	0.002°
Pontosság	10 mm



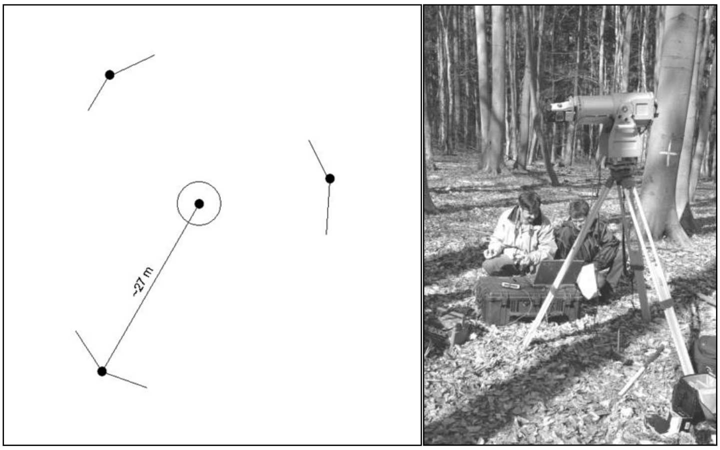
2. ábra. A Hidegvíz-völgy erdőrezervátum (ER-46) elhelyezkedése

A NyME Erdőmérnöki Kara – elsősorban a jó megközelíthetőség miatt – felvállalta a rezervátum hosszútávú vizsgálatait. Ennek keretében a magterületen az 50*50 m-es ún. ERDŐ+h+á+l+ó – amely a mintavételi háló az erdőrezervátumokban – kitűzésre került, valamint a hálópontokban megtörténtek a faállomány-szerkezeti (FAÁSZ) felmérések is (3. ábra).



3. ábra. ERDŐ+h+á+l+ó, valamint a felvételi pontok

A kitűzött hálópontok közül kettőt választottunk ki (05-11, 08-10; 3. ábra), amelyeken a lézerszkennelést elvégeztettük. A letapogatásokat úgy kértük, hogy a hálópontról körbe, vízszintes értelemben 360°-on, függőlegesen ~ -40° -90°-ig, ezen túlmenően pedig három külső álláspontból a mintapont felé vízszintes értelemben ~180°-os tartományban készüljön el a felvételezés (4. ábra).



4. ábra. A felvételezés módja, valamint a műszer a hálóponton

Az egyik álláspontról (05-11) ezen kívül mérőállomással felmértünk minden 30 m-nél közelebbi, és 5 cm-nél vastagabb fát. Ezen faegyedek fafaját, és mellmagassági átmérőjét (valójában a mellmagassági kerületüket) is rögzítettük.

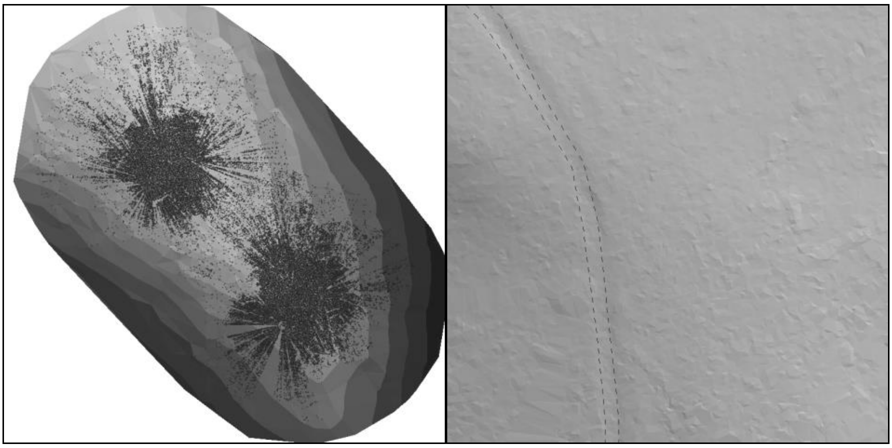
3 Adatfeldolgozás

3.1 Az adatok előfeldolgozása

Az adatok előfeldolgozását a szkennelést végző piLINE Kft. végezte el. Az előfeldolgozás során az egyes álláspontokból készített pontfelhőket egymáshoz illesztik. Ezt a szkenneléskor kihelyezett, több álláspontból is látható reflektorok segítségével végzik. A szkenneléssel párhuzamosan készült fényképek előfeldolgozásával meghatározzák az egyes pontok RGB színhármasát. Általában szükség van az egymáshoz illesztés pontosítására is, amit nem csak a reflektorok alapján, hanem az összes pont bevonásával készítenek el. Ezután már csak a pontfelhő szűrése – amely történhet pl. intenzitás alapján, vagy a pontok közötti legkisebb távolság megadásával – és az adatok exportja következik.

3.2 Az adatok további feldolgozása

A nyers adatok (RAW) további feldolgozását már a tanszékünkön végeztük el. Az első, és legfontosabb lépés a terepmodell (TM) elkészítése volt. A terepmodellt iteratív módon, nagyobb cellamérettől egészen a finom cellaméretig a pontok szűrésével készítettük el. Az első ciklusban az abszolút magasságok minimumát kerestük az adott cellán belül. Utána ezen pontok alapján készítettünk egy TM-t, amely alapján kiszámoltuk a pontok relatív magasságát. A következő iterációs lépésekben már azokat a pontokat kerestük az adott cellán belül, ahol a relatív magasság a legkisebb. Ezen túl még arra is szükség volt, hogy a hibás (terep alatti) pontokat kiszűrjük. Végül előállt egy olyan modell, amely az álláspontok közelében nagyon részletes, azoktól távolodva egyre durvább, és vannak helyek, ahol nincs is pont a terepen (5. ábra).



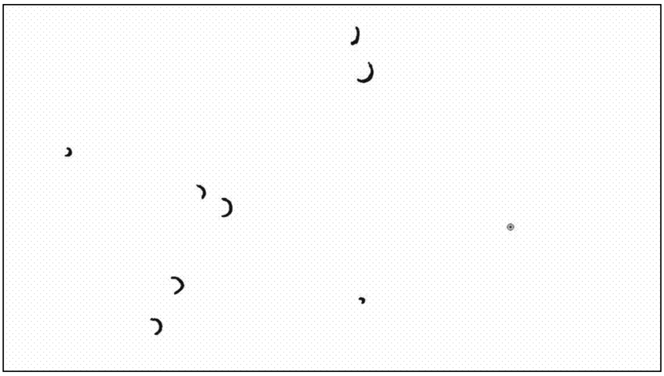
5. ábra. A terepmodell pontjai, valamint egy részlete

A magassági modellek másik fontos tagja az ún. borított felszín modellje (BFM). Ennek előállításához maximumszűrőt alkalmaztunk az abszolút magasságokra. A BFM esetében fontos a megfelelő cellaméret megválasztása. A két modell elkészítésének összehasonlítását tartalmazza a 2. táblázat.

2. táblázat. A terepmodell (TM) és a borított felszínmodell (BFM) előállításának összehasonlítása

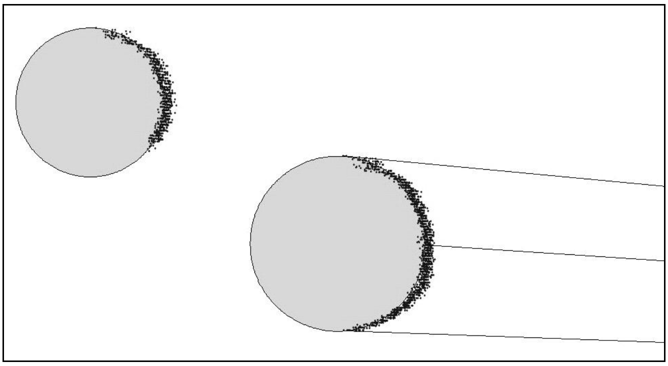
	TM	BFM
Hogyan	Iteratív	Egy lépésben
Szűrő	Minimum	Maximum
Érték	Z, majd ΔZ	Z
Cellaméret	10 m – 0.5 m	Megfelelő

A feldolgozás következő lépése az egyes fák helyének, valamint mellmagassági átmérőjének meghatározása. Ehhez először a TM alapján leválogattuk a terep fölött 1.25-1.35 m magasságban található „mellmagassági” pontokat. Amennyiben egy álláspontból készült a felvételezés, akkor ezek a pontok jellegzetes *holdsarló* (HS) formákat mutatnak (6. ábra).



6. ábra. A mellmagassági pontok elrendeződése

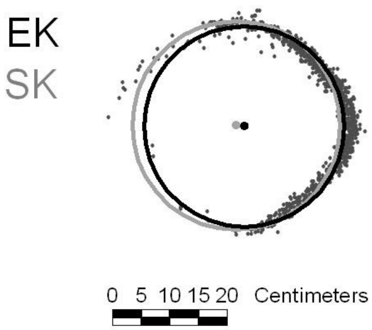
Ezen *holdsarlók* alapján az egyes fák helye automatikusan meghatározható. A módszer a felvételi állásponttól indul ki. Megkeresi a legközelebbi pontot, majd megvizsgálja, hogy ez egy kósza pont-e, vagy egy holdsarlónak a legközelebbi pontja. Az utóbbi esetben a holdsarlóra kört illeszt a középső, valamint a szélső pontok alapján (7. ábra).



7. ábra. Kör illesztése a holdsarlóra

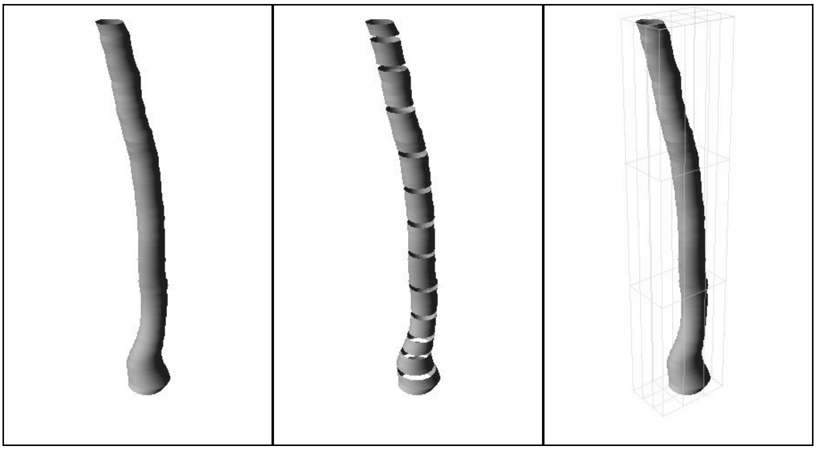
Amennyiben a kör illesztése sikeres volt, és a meghatározott mellmagassági átmérő (D1.3) egy megadott tolerancián belül esik, akkor a megtalált fát, és paramétereit rögzítjük. A kiválasztott pontokat – kósza, vagy a holdsarlót alkotó pontok – kivéve folytatjuk a következő legközelebbi pont felkeresésével. A módszer nagy előnye, hogy teljesen automatizálható, és eddigi tapasztalataink alapján egészen megbízható is (lásd Eredmények). Az egyes fák helyeinek felkeresése történhet még terepi mérések alapján, vagy pedig a leválogatott mellmagassági pontok alapján manuálisan is. Ez utóbbi – bár megbízhatóbb, mint az automatikus holdsarló módszer – meglehetősen időigényes feladat.

Az egyes fák leválogatott pontjai alapján a mellmagassági körök illesztését a holdsarló módszeren kívül kiegyenlítéssel is elvégeztük. A kör középpontjának és sugarának meghatározásához a legkisebb négyzetek módszerét használtuk. Az egyszerű kiegyenlítés (EK) mellett, a pontok súlyozásával történő kiegyenlítéssel (SK) is próbálkoztunk. Azért, hogy a ritkábban mintavételezett törzsrészek kiegyenlítésre gyakorolt hatását vizsgálhassuk, a pontok súlyát az általuk reprezentált körcikk középponti szögével arányosan határoztuk meg (8. ábra). A módszereket kipróbáltuk a középpontból letapogatott, valamint az összes pont alapján is.



8. ábra. Körök illesztése egyszerű és súlyozott kiegyenlítéssel

A feldolgozás következő lépése az volt, hogy a mellmagassági körökből kiindulva az egyes fák törzsét próbáltuk modellezni. Ehhez 10 cm-es lépésközzel válogattuk le a pontokat, és minden ilyen szeletre megpróbáltunk kört illeszteni. A következő szelethez mindig az előzőleg meghatározott kör volt a kiindulási alap, és az új szelettel szemben bizonyos elvárásaink voltak, mint pl. az átmérő-változás bizonyos határértéket ne lépjen túl, valamint az illesztett kör középpontja az előzőhöz viszonyítva ne mozduljon el egy adott mértéknél jobban. Tulajdonképpen ez utóbbival a törzs lehetséges ferdeségét korlátozzuk. Mivel előfordul olyan eset is, hogy az adott magassági tartományban található pontok között sok olyan van, amely nem része a törzsnek (pl. ágak, gallyak, levelek stb.), ezért szükséges volt egy olyan lehetőség is, hogy ha meghatározott számú szeletre nem tud kört illeszteni az algoritmus, de utána igen, akkor tudja még folytatni a törzs modellezését tovább. Tehát az egyes törzseket az 1.3 m-től a 0.2 m-ig lefelé – ez alatt már nem volt értelme próbálkozni a törzsek terpesze miatt –, valamint 1.3 m-től 10 m-ig felfelé 10 cm-es körszeletekben modelleztük. Az eredményt egyszerűen kiköbözhetjük, vagy akár 3D-ban is megjeleníthetjük (9. ábra)

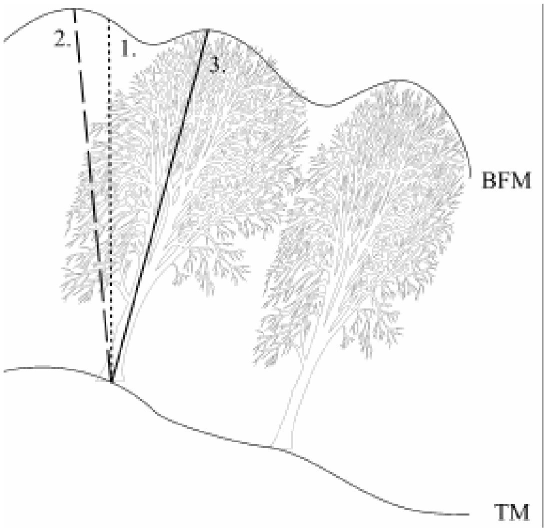


9. ábra. Egy kiválasztott törzs 3D-s modellje

A feldolgozásunk következő lépése az egyes fák famagasságának meghatározása volt. Ezt a BFM-en való megfelelő facsúcs-pont kiválasztásával oldottuk meg. Ennek a pontnak, valamint a fa tövének magasságkülönbsége adja az adott fa magasságát. A facsúcs BFM-en való felkereséséhez a következő módszereket próbáltuk ki:

1. A fa töve feletti BFM pont
2. A fa tövéhez vízszintes értelemben legközelebbi lokális BFM maximumpont
3. A modellezett törzs irányának figyelembevételével felkeresett lokális BFM maximumpont

A három módszert, és a köztük lévő különbséget szemlélteti a 10. ábra.



10. ábra. A facsúcs BFM-en történő felkeresésének módszerei

Ahhoz, hogy a BFM-en a lokális maximumkeresés megfelelő eredményt adjon, szükséges a modell simítása is. Ennek során az a cél, hogy egy fakoronán belüli egyenetlenségeket elsimítsuk, ugyanakkor a kisebb fák koronáját már ne. A megfelelő simítás éppen ezért néha elég problematikus.

4 Eredmények

Az elért eredmények közül jelen munkánkban a következőket ismertetjük:

– A különböző módszerekkel fellelt faegyedek száma
– A mellmagassági átmérő (D1.3)
– Az egyes fák magassága
– A törzsmodell

4.1 Faegyedek száma

Az egyes fák vizsgálatakor – de különösen a faállomány vizsgálatánál – nagyon nagy szerepe van annak, hogy milyen elemszámú mintával dolgozunk. Éppen ezért ennek hatása van az összes többi eredményre is. A 3. táblázatban látható a különböző módszerekkel fellelt fák száma.

3. táblázat. A faegyedek számának meghatározása különböző módszerekkel, különböző nagyságú mintaterületeken

Sugár	m	8.92	17.84	30
Terület	m^2	250	1000	2827.4
Terepi felvétel		19	78	205
Tőszám	db/ha	760	780	725
LS egy felvétel	db	21	83	196
automatikus feldolgozás	%	110.5 %	106.4 %	95.6 %
LS egy felvétel	db	19	68	169
manuális feldolgozás	%	100.0 %	87.2 %	82.4 %
LS több felvétel	db	19	76	209
manuális feldolgozás	%	100.0 %	97.4 %	102.0 %
Tőszám	db/ha	760	760	739

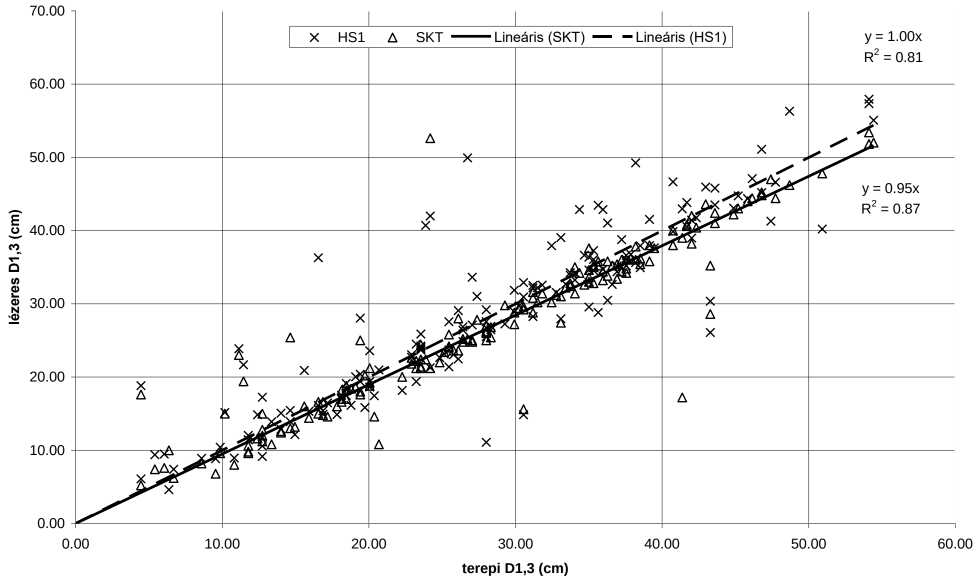
4.2 A mellmagassági átmérő

A mellmagassági átmérő az erdész szakemberek számára rendkívül fontos. Éppen ezért nagy hangsúlyt fektettünk ennek meghatározására. Az eredmények áttekintését a következő táblázat teszi lehetővé.

4. táblázat. A különböző módszerekkel meghatározott mellmagassági átmérők összehasonlítása. (_1 – egy felvétel, _t – több felvétel)

	HS_1	HS_t	EK_1	SK_1	EK_t	SK_t
n	165	173	165	165	165	165
Min	-17.20	-30.17	-23.18	-22.58	-24.18	-24.18
Max	23.17	29.76	17.45	34.42	15.54	28.41
Átlag	0.33	0.02	-0.17	0.13	-1.06	-1.18
Szórás	5.20	6.91	5.14	6.36	3.55	4.19

Még fontosabb talán az, hogy a lézeres letapogatásból milyen pontossággal tudjuk meghatározni egy adott fa mellmagassági átmérőjét. Az 11. ábrán az általunk kiválasztott két legjobb módszer regresszióját láthatjuk.



11. ábra. A mellmagassági átmérők (D1.3) regressziói

A durva hibák különböző kiszűrésével próbálkoztunk, mint például az illesztéshez felhasznált pontok száma, a letapogatás távolsága, vagy a letapogatott ívhossz alapján. Ezen szűrt minták esetében a 4. táblázat adataiban az amúgy igen magas szórás jelentősen csökkent.

4.3 Az egyes fák magassága

A famagasság az erdész szakemberek számára legalább olyan fontos, mint a mellmagassági átmérő, de terepi mérése sokkal nehezebb, pontatlanabb és több szakértelmet is igényel. Éppen ezért itt nyílnak meg igazán a lehetőségek az új módszer számára. Sajnos ebből kifolyólag nem is rendelkeztünk megfelelő referencia-adattal. A FAÁSZ felmérések keretében ténylegesen megmért famagasságok, valamint a lézerszkennelésből a 3. módszer szerint számított magasságok összehasonlítása látható az 5. táblázatban.

5. táblázat. A terepen mért, és a letapogatásból meghatározott famagasságok, és összehasonlításuk

Fafaj	D 1.3 cm	Ref m	LS m	Eltérés
Gyertyán	19.1	18.50	22.25	3.75
Kocsánytalan tölgy	47.8	26.90	24.83	-2.07
Bükk	54.1	27.10	25.27	-1.84
Lucfenyő	40.7	27.80	27.32	-0.48
Vörösfenyő	42.0	26.80	27.81	1.01

4.4 Törzsmodell

Az általunk előállított törzsmodellt egyéb módszerekkel igencsak nehézkes és körülményes lenne előállítani, éppen ezért ilyen tekintetben nem rendelkezünk megfelelő referenciákkal. Az egyes törzsek modellje számos új lehetőséget biztosít a mérnöki munkához.

4.5 Eredmények értékelése

Vizsgálataink célja az volt, hogy a felvételezett faállomány egyes fáinak minél több paraméterét tudjuk a felvett adatokból megbecsülni. A becslésre adott megbízhatósági mutatók szempontjából nagyon fontos az elemszám. A faegyedek számánál a leglényegesebb talán az, hogy automatikus módszerekkel a ténylegesen jelen lévő fák milyen részét sikerül felkeresni. Mivel az általunk kidolgozott módszer elsősorban a középpontból történő szkennelésre vonatkozik, ezért ezt tekintjük irányadónak. A 3. táblázat adatait nézve megállapítható, hogy az egy álláspontból készült felvételezés alapján a törzsszám-meghatározás pontossága a mintaterület méretével fordítottan arányos, de még 30 m sugarú mintakör esetében is eléri a 80 %-ot. Az automatikus módszernek van valamilyen túlbecslése – olyan fákat is „megtalál", amelyek nem is léteznek, pl. lenyúló ágak – ugyanakkor itt is hasonló tendenciát láthatunk. A több álláspontból készült lézeres letapogatás alapján a törzsszám nagy biztonsággal meghatározható, 30 m sugarú mintakör esetében 4 olyan fát találtunk, amely a terepi mérések során kimaradt. A felvételezés geometriájából adódóan (4. ábra) a mintaterület természetesen nem növelhető korlátlanul.

A mellmagassági átmérők esetében a lézeres letapogatásból kiszámított átmérők, és a terepi mérések között nagyobb eltérés mutatkozott, mint azt a felvételezés pontosságából (1. táblázat) gondoltuk volna. Az is érdekes, hogy a kiegyenlítéses módszereknél a regresszió meredeksége kisebb, mint 1 (11. ábra). Ennek számos oka lehet. Vizsgálataink során elsősorban a kör illesztését, és a kiegyenlítést próbáltuk javítani, de ezen kívül még az eltérésekre más magyarázat is elképzelhető. Ilyen például a terepi mérések jellege (kerületmérés mérőszalaggal), és a lézeres méréstechnika (durvakérgű fák esetében a távolság nem pontos) is. Ezek részletes vizsgálatára azonban jelen cikkünkben nem vállalkoztunk.

A famagasságok esetében fordított a helyzet. Itt a terepi mérések jellemezhetők nagyobb bizonytalansággal, és a lézerszkenneléses mérések bizonyultak megbízhatóbbaknak. Ugyanakkor természetes az is, hogy a közbe- vagy alászorult fák esetében a BFM nem alkalmazható.

Az egyes fák törzsmodelljének előállítása vizsgálatainknak olyan eredménye, amelyet hagyományos módszerekkel – a fa kivágása nélkül – lehetetlen megvalósítani. Ez számos olyan lehetőséget kínál az erdőmérnökök számára, amelyet eddig csak jelentősen nagyobb munkával valósíthattak volna meg. Ilyen például az alakszám, valamint alakfüggvény meghatározások. Értékesebb faanyagok esetében a lábon köbözésnek és lábon választékolásnak is jelentősége lehet. A faállományszerkezet vizsgálata, valamint a modellezés már olyan területek, amelyek az erdész szakmán kívül már más, természetvédelemmel foglalkozó szakembereket is érinthet.

Vizsgálataink célja az volt, hogy a felvett adatokból bizonyos jól meghatározott szakmai paramétereket megbecsüljünk. Ugyanakkor a felvett nyers adatok segítségével sikerült az erdőrezervátum egy adott állapotát rögzíteni, méghozzá olyan módon, amely a későbbiekben is lehetőséget biztosít a metrikus információk kinyerésére. Az új technikát nem véletlenül tartják a földi fotogrammetria felváltójának, ugyanis leginkább ahhoz lehet hasonlítani, amikor egy nagyon részletgazdag objektumról mérőképeket készítünk. Jelen pillanatban az objektumnak csak bizonyos paraméterei érdekelnek minket, amelyeket ki is értékelünk. De a rögzített képekről még az objektum számos olyan tulajdonsága meghatározható, amely jelenlegi vizsgálatainknak nem tárgya, vagy nincs megfelelő eszközünk/időnk/pénzünk a kiértékelésére. A lézeres letapogatással előállított adatállomány egy olyan kincsesbánya lehet a jövő kutató-nemzedéke számára, mint pl. számunkra egy archív mérőkamerás légifénykép valamely érdeklődésünkre számot tartó objektumról.

5 Kitekintés

Vizsgálatunk során megbizonyosodtunk róla, hogy érdemes ezzel az új felmérési móddal behatóbban is foglalkozni. Az erdész szakma számára pár olyan lehetőséget nyújt, amely hagyományos módszerekkel nem elérhető. Nagy jelentőségű az adott állapot metrikus rögzítése is, amelyet a későbbiek során is teljes értékűen fel lehet használni.

További vizsgálataink során szeretnénk pontosítani az átmérő-meghatározásokat, főként a durva hibák hatékony kiszűrésével. A magasság meghatározásánál kritikus a borított felszínmodell cellamérete. Fontos továbbá, hogy milyen simítást alkalmazunk. Hosszabb távon szükségesnek látszik a modell szegmentálása is, hogy megkaphassuk az egyes fák koronáját. A törzsmodellek tekintetében a modell felfelé történő kiterjesztése, valamint az elágazások modellezése komoly kihívást jelent.

Véleményünk szerint a módszer a faállomány-szerkezeti felmérések egy lehetséges új eszköze, amely a különleges igényű felmérések esetében jól használható.

Végezetül szeretnénk köszönetet mondani az OTKA-nak a támogatásért (T 048999), a piLINE Kft-nek a hatékony együttműködésért, valamint a terepi felmérésben résztvevő hallgatóknak segítségükért.

Hivatkozások

Bazsó T (2007): Integrált geodéziai műszeregyüttes alkalmazásának vizsgálata erdőrezervátumok területén. Geomatikai Közlemények, X. 281-286.

Brolly G, Király G, Márkus I (2007): Légi lézerszkenning és QuickBird űrfelvétel integrált elemzése határon átnyúló területeken. MTA GGKI, Sopron, Geomatikai Közlemények X. 251-256.

Király G, Márkus I (2005): Digitális domborzatmodell előállítása légi lézerszkenner felvételekből tájökológiai és természetvédelmi kutatások céljára. In Geomatikai Közlemények VIII. MTA GGKI, Sopron, 2005. 247-256.

LÉGI LÉZERSZKENNELÉS ÉS QUICKBIRD ŰRFELVÉTEL INTEGRÁLT ELEMZÉSE HATÁRON ÁTNYÚLÓ TERÜLETEKEN

Brolly Gábor, Király Géza*, Márkus István**

Integrated analysis of a cross-border area by means of aerial laser scanning and QuickBird image – *The main goal of this study to present a classification based on an aerial laser scanning and a very high resolution QuickBird image. The classification was carried out in the cross-border area and supports further vegetation analysis of protected sites. The study includes the data fusion and the object-oriented analysis. The separation of the classes was done on the basis of vegetation heights in categories such as trees, shrubs, and low vegetation, and these were split into subcategories based on the qualitative signatures of the objects.*

Keywords: aerial laser scanning, QuickBird, segmentation, object-oriented classification, vegetation

Jelen munkában egy légi lézerszkennelés és egy nagyfelbontású QuickBird műholdfelvétel felhasználásával végzett osztályozást mutatunk be. Az osztályozással határon átnyúló, védett területeken végzendő vegetációvizsgálatokhoz kívánunk támogatást nyújtani. Ismertetjük az adatok egyesítésének módját és az objektum-orientált feldolgozást. A vegetáció magasságok alapján elkülönítettük a főbb kategóriákat, úgymint fák, bokrok és lágyszárúak, majd ezeket az osztályokat finomítottuk a spektrális tulajdonságok alapján.

Kulcsszavak: légi lézerszkennelés, QuickBird, szegmentálás, objektum-orientált osztályozás, vegetáció

1 Bevezetés

Az osztályozáshoz szükséges adatokhoz a SISTEMaPARC (Spatial Information Systems for Transnational Environmental Management of Protected Areas and Regions in CADSES) projekt keretében jutottunk hozzá. A SISTEMaPARC az Európai Regionális Fejlesztési Alap által finanszírozott INTERREG III. B program egyike, mely a CADSES régió természetvédelmi célú információs rendszereinek fejlesztését valósítja meg. Ebben a projektben működik együtt osztrák részről a Neusidler See – Seewinkel Nemzeti Park, és a Bécsi Műszaki Egyetem Fotogrammetria és Távérzékelés Tanszéke (IPF-TUW), valamint magyar részről a Fertő-Hanság Nemzeti Park és a Nyugat-Magyarországi Egyetem, Erdőmérnöki Kar Földmérési és Távérzékelési Tanszéke.

2 A felhasznált adatok

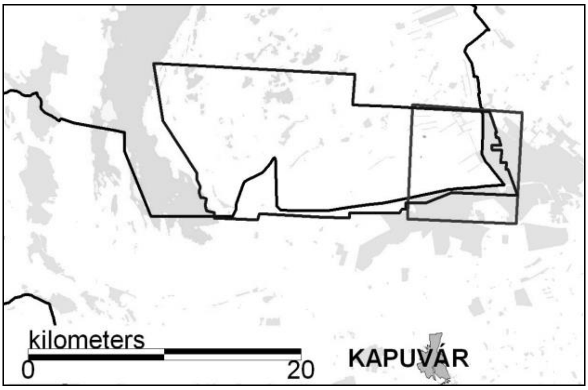
A lézerszkennelést az IPF-TUW megbízásából a TopScan GmBH végezte 2004 novemberében ALTM 2050–es lézerszkennerrel. A domborzatmodell előállítására szolgáló légi lézerszkennelés több tömbben, összesen 340 km^2 területet fedett le, melyből 21.5 km^2 Magyarország területén található (1. ábra). A 2004-ben repült sarródi lézerszkenneléssel (Márkus és Király 2004) 8.6 km^2 közös területe van. A mérés során az első és utolsó visszaverődés 1.6 pont/m^2 átlagos sűrűséggel került rögzítésre. A ponthalmaz tájékozása UTM (ETRS-89) vetületi rendszerben és ellipszoid feletti magasságokkal történt. Ezt követően elkészült a felvett terület nagypontosságú digitális domborzatmodellje (DTM), felületmodellje (DSM), és a kettő különbségeként előállítható normalizált felületmodellje (nDSM), mely az egyes objektumok talaj feletti magasságát tartalmazza (3. ábra). Valamennyi modell raszteres formában került tárolásra, 1 méteres felbontással. Mind a tájékozást, mind a modellek előállítását az IPF-TUW végezte.

*NYME EMK Földmérési és Távérzékelési Tanszék, 9400 Sopron, Bajcsy-Zs. u. 4.
E-mail: gbrolly@emk.nyme.hu

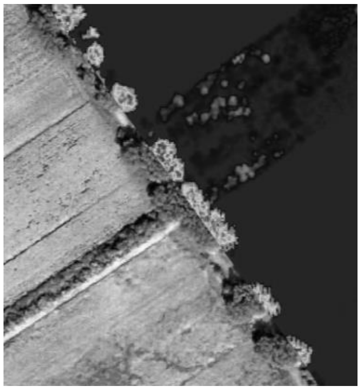
Az űrfelvétel 2005. júliusban készült a QuickBird műholdról (4. ábra), mely napjaink legnagyobb felbontású, polgári célú űrfelvételeit készíti. Az űrfelvétel 64 km^2 területet fed le egyenlő arányban a határ két oldalán, és 42 km^2-en közös területe van a lézerszkenneléssel. A felvétel 4 multispektrális (kék, zöld, vörös, és közel-infravörös) és egy pánkromatikus sávot tartalmaz rendre 2.4 és 0.6 méteres terepi felbontással, 11 bites színmélységgel. Az előfeldolgozás foka „standard", ami azt jelenti, hogy a képet UTM (WGS-84) vetületi rendszerbe illesztve szállítják. Az ehhez szükséges transzformációhoz a műhold pályaadatait használják, a magassági torzulásokat pedig egy egyszerű domborzat-modell alapján csökkentik, de nem végeznek rajta ortorektifikációt (http://www. eurimage.com/products/docs/P_S.pdf).

3 Az adatok geometriai egyesítése

A magassági modellek és az űrfelvétel illeszkedésének vizuális vizsgálata során észlelt több méteres elcsúszások miatt utólagos tájékozásra volt szükség, amit hozzátájékozással oldottunk meg. Mivel az osztrák magassági modellek abszolút tájékozásának pontossága Attwenger (2004) szerint néhány deciméter – amit a Sarródi lézerszkennelés illesztőpontjaira (Bácsatyai et al. 2004) történő mérések is alátámasztanak – a lézerszkennelés töltötte be a referencia szerepét. Ennek során 14 illesztőpontot jelöltünk meg a DSM és a pánkromatikus felvétel között, majd elsőfokú polinomiális transzformációt alkalmaztunk. Bár a tereptárgyak magasságából eredően ezután is helyenként több pixel nagyságú elcsúszás tapasztalható, objektum szinten a magányos fák koronája, a cserjesorok, hidak, stb. egyértelmű kapcsolatot mutatnak (2. ábra).



1. ábra. A lézerszkennelés és az űrfelvétel az osztrák-magyar határon



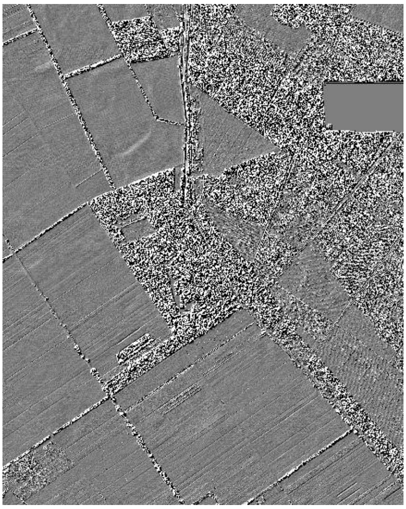
2. ábra. Az illesztés javításának eredménye

4 A mintaterület

A mintaterületet a határ mentén választottuk ki, mely körülbelül egyenlő arányban fed le magyar és osztrák területeket. Az 588 hektáros mintaterület igen változatos felszínborítású: egyaránt találhatók rajta mezőgazdasági táblák, víztárolók, cserjések, védőfásítások, és különböző korú faültetvények, amelyek jellemzően nemesnyár (*Populus x euramericana*) és fehér fűz (*Salix spp*) fafajokból állnak.

5 Az osztályozás

Részben az adatforrások illeszkedésének hibája, részben a nagy felbontásból adódó textúráltságuk miatt a pixel alapú kiértékelés helyett objektum-orientált megközelítést alkalmaztunk. Nagyfelbontású képek osztályozásánál Bock et al. (2005) különösen hatékonynak találták az objektum-orientált megközelítést, amit hazai vizsgálatok is megerősítenek (Kálmán 2006). Az objektum-orientált képfeldolgozás alapegységei a képi objektumok. A képi objektumok kinyerése az azonos tulajdonságú képpontok homogén régiókba történő csoportosításával történik, amit szegmentálásnak hívunk. Az így létrejött képi objektumokon hajtható végre az osztályozás, mely a régiók méretétől függő méret-



3. ábra. Az nDSM árnyékolt megjelenítése az osztályozáshoz kiválasztott mintaterületen

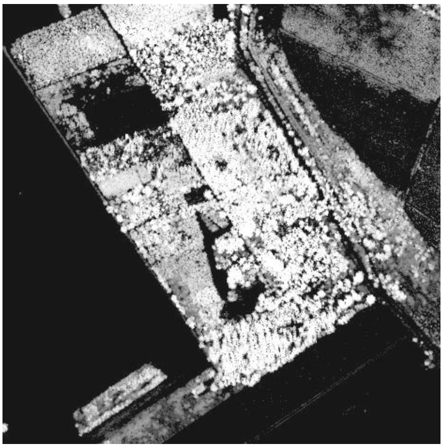
4. ábra. Az űrfelvétel alapján készült színkompozit az osztályozáshoz kiválasztott mintaterületen

aránnyal is jellemezhető. Munkánkban a többfelbontású („multi-resolution") szegmentálást alkalmaztuk (Baatz et al. 1999, Benz et al. 2004), mely az eCognition kereskedelmi szoftverben került implementálásra.

Ennek során a szegmentálás a képi objektumok heterogenitását lokálisan minimalizáló régiónöveléssel történik, a felhasználó által megadott globális feltételek teljesülése mellett. A heterogenitás a közbezárt pixelértékek szórására és az objektum alaki jellemzőire vonatkozik. Az alak a kompaktsággal és a simasággal írható le. Előbbi az objektum kerületének és a befoglalt képpontszám négyzetgyökének hányadosa, utóbbi az objektum kerületének és az objektumot befoglaló téglalap kerületének hányadosa. A globális feltételekkel a kép egészére határozható meg, hogy a fenti paraméterek milyen súllyal szerepeljenek a heterogenitás számításánál. A régiónövelés mértékét a felhasználó által megadott méretarány-tényező határozza meg; nagyobb méretarány-tényező nagyobb képi objektumokat eredményez. Mivel az eredményként kapott képi objektumok topológikus lefedettséget biztosítanak, lehetőség van más méretarány-tényező mellett is megismételni a szegmentálást, mely során az eredeti régiók topológikus felosztása vagy egyesítése valósul meg, ami alsóbb, illetve felsőbb objektumszintet eredményez. A hierarchikus képi objektumok rendszerét fuzzy-osztályozással alakíthatjuk át valós objektumok fogalmi rendszerévé. A fuzzy-halmazok definiálása a tagsági függvények explicit felírásával, felügyelt osztályozással, és ezek kombinálásával történhet. Az objektumok leíró adatai nem csupán a régióba zárt képpontok statisztikáiból vezethetők le, hanem az objektum alaki, szomszédsági, tematikus, és más tulajdonságaiból.

Munkánkban két szegmentálási szintet hoztunk létre. A kisebb felbontású – felső – szint az nDSM magassági adatai alapján, a növényzet vertikális tagozódása szerint osztotta régiókra a mintaterületet. A növényzet vertikális szerkezete szerint határozottabban elkülönül, mint spektrálisan, ezért a régiók pontosabban lefedik a majdani tematikus kategóriákat. Ezzel van összefüggésben az, hogy a régiók határvonalai viszonylag simák maradnak akkor is, ha a heterogenitási jellemzők közül az alakkritérium súlya alacsony. Az alsó szegmentálási szinten ezeket a képi objektumokat osztottuk fel spektrálisan homogén régiókra. A szegmentálási méretarány megválasztásakor felső szinten a túlszegmentálás, alsó szinten az alulszegmentálás határáig kell növelni, majd csökkenteni a méretarány-tényezőt.

Az osztályozást csak az alsó szegmentálási szinten hajtjuk végre, ahol magasságilag és spektrálisan is homogén képobjektumok foglalnak helyet. Az osztályozásba azért sem célszerű bevonni a felső szintet – a vertikális struktúra szintjét –, mert túl nagyok a képobjektumok az adatforrások felbontásához és az osztályozás méretarányához képest. Az osztályok rendszere hierarchikus felépítésű, ahol első szinten a magasság, második szinten a reflektancia értékek alapján történik a besorolás. Az adatok eltérő jellege miatt különböző módszerrel történik az osztályozás a két szinten. Az osztályba sorolás először az nDSM alapján kezdődik, ahol minden képobjektumot a régióba zárt képpontok átlagmagasságával jellemeztünk. Az egyes osztályok tagsági függvénye a magassági osztályok határai alapján egyszerűen megfogalmazható: lágyszárúak (<1 m), cserjék (1-6 m), fák (>6 m). A magassági osztályok spektrális jellemzők alapján történő további felosztására felügyelt osztályozást alkalmaztunk, a négy spektrális csatorna reflektanciaértékeinek felhasználásával. Mivel az osztályozás egységei objektumok, két-három mintával még a textúrált képet mutató osztályok is jól reprezentálhatók (5. és 6. ábra).



5. ábra. Az nDSM szürkeárnyalatos megjelenítése

6. ábra. Az nDSM szegmentálásának eredménye

6 Az osztályozás értékelése, kitekintés

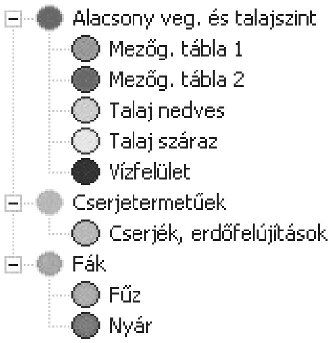
Az egyes osztályok viszonylag alacsony reprezentáltsága miatt, az osztályozás statisztikai értékelése helyett, a geometriai és tematikus pontosság vizuális vizsgálatát végeztük el. A geometriai pontosságot elsősorban a szegmentálás méretarány-tényezője, másodsorban az adatforrások illeszkedésének pontossága és adatsűrűsége határozza meg. A szükséges geometriai pontosságot az osztályozás célja szerint kell megválasztani. Az általunk alkalmazott szegmentálással és osztályozással a földutak, cserjesávok, fasorok, de még a szélesebb koronájú, út menti fák is elkülönülnek. A mezőgazdasági táblákon az esetleges gyomfelverődések, talajnedvességi anomáliák szintén kimutathatók (7. és 8. ábra). Erdőterületeken a legfőbb fejlődési állapotok és az állományalkotó fafajok elegyedési mintázata követhető nyomon.

A tematikus pontosság ellenőrzésekor leginkább árnyékok okozta tévesztéseket észleltünk, amelyek csak a tényleges osztályok találkozásánál, kis területeken fordultak elő. Érdekességként megemlítjük, hogy az alkalmazott osztályszerkezetbe egy képi objektumot nem lehetett besorolni, melyről később kiderült, hogy egy olyan erdőrészlet, melyet a két felvétel közt eltelt idő során kitermeltek, és megkezdték a felújítását.

Az osztályozás továbbfejlesztésére több lehetőség van:

- Elvonatkoztatás: A fizikailag elkülönülő, de fogalmilag összetartozó osztályok összevonása, például a nedves és a száraz talajok esetén.
- Új osztályok kialakítása a képobjektum alakja és szomszédsági viszonyai alapján, például út, mezővédő cserjesáv, fasor.
- Kontextus alapján történő osztályok kialakítása egy felsőbb objektumszinten, például heterogén növény-összetételű objektumok esetén elegyes faállomány, gyomnövényzet, stb. E módszerrel csökkenthető az árnyékok okozta tévedések száma is.

7. ábra. Az osztályozás eredménye



8. ábra. Az osztályszerkezet

7 Összefoglalás

Bemutattunk egy objektum-orientált megközelítésű osztályozást, mely egyidejűleg mennyiségi és minőségi tulajdonságokat is figyelembe vesz. Az adatforrások minőségének és a hatékony szegmentálásnak köszönhetően az osztályozás geometriai pontossága összevethető a hagyományos terepi felvételezés pontosságával. Ugyanakkor fontos megjegyezni, hogy az eredmények lombtalan állapotban végzett lézerszkennelés alapján születtek, hiszen a felvétel elsődleges célja a domborzat vizsgálata volt. A bemutatott osztályozás tehát alátámasztja a légi lézerszkennelés többcélú felhasználhatóságát is.

Köszönetnyilvánítás. Köszönjük a Definiens AG-nek valamint a Varinex Kft.-nek, hogy lehetővé tették számunkra az eCognition Professional szoftver kipróbálását. A kutatás egyes részeit a T 048999 számú OTKA pályázat tette lehetővé.

Hivatkozások

Attwenger M (2006): Airborne Laserscanning Neusidler See – Derivation of the digital surface and terrain model analysis of the digital terrain model. Project report, 3-7.

Baatz M, Schape A (2000): Multiresolution segmentation–an optimization approach for high quality multi-scale image segmentation. In: Strobl et al. (Ed) Angewandte Geographische Informations-Verarbeitung XII, Wichmann Verlag, Heidelberg 179-188.

Bácsatyai L, Kovács Gy, Bányai L (2004): Geodéziai referenciaadatok szolgáltatása légi lézerszkenner felvételek feldolgozásához. Geomatikai Közlemények VIII, 239-247.

Benz U, Hofmann P, Willhauck G, Lingenfelder I, Heynen M (2004): Multi-resolution, object-oriented fuzzy analysis of remote sensing data for GIS-ready information. ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing LVIII, 239-258.

Bock M, Xofis P, Mitchley J, Rossner G, Wissen M (2005): Object oriented methods for habitat mapping at multiple scales. Journal for nature conservation XIII, 75-89.

Kálmán M (2006): Faállomány-magasságok meghatározása korszerű távérzékelési módszerekkel az Állami Erdészeti Szolgálat Szombathelyi Igazgatóságának területén. Diplomaterv, NYME, Erdőmérnöki Kar, Földmérési és Távérzékelési Tanszék. p. 68.

Márkus I, Király G (2004): Digitális domborzatmodell előállítása légi lézerszkenning felvételekből tájökológiai és természetvédelmi kutatások céljára. Geomatikai Közlemények VIII, 247-257.

KÖZLEKEDÉSI CSOMÓPONT BELÁTHATÓSÁGI VIZSGÁLATA FÖLDI LÉZERSZKENNELÉSSEL

*Kibédy Zoltán, Szőcs Katalin, Barsi Árpád**

Visibility proof of road junctions using terrestrial laser scanning *– In order to increase the traffic safety, the goal of our work was to analyze the 3D laser scanning technology as a potential tool. Traffic junctions as potential contingency were analyzed on visibility, which result can decrease the probability of traffic accidents.*

Keywords: terrestrial laser scanning, visibility proof, traffic, junction

Munkánk célja a közlekedés biztonságának fokozása érdekében megvizsgálni a 3D lézerszkennelési technológiát, mint lehetséges eszközt. A feladat a közlekedési csomópontok, mint lehetséges veszélyforrások beláthatóságának vizsgálata, melynek eredményével a közlekedési balesetek esélye csökkenthető.

Kulcsszavak: földi lézerszkennelés, láthatóság-vizsgálat, közlekedés, csomópont

1 Bevezetés

Korunk egyik leggyorsabban fejlődő, és egyre szélesebb körben alkalmazott földi geodéziai mérőeszköze a 3D lézerszkenner. A nagyfokú alkalmazhatóságát bizonyítja a számtalan mérnöki és humán felhasználási kör, úgymint a gépgyártás, az építőipar, vagy akár a régészet. Mindezt a részletes és pontos mérés teszi lehetővé, amely egyben a módszer nehézségét is jelenti. A több millió pontból álló felmérések előnye a teljes lefedettség biztosíthatósága, de a feldolgozandó adatmennyiség komoly számítási kapacitást is igényel, a feldolgozás és a szelektálás a pontok között bonyolult. A technológia alkalmazhatóságát kívánjuk megvizsgálni, hogy segítségével milyen előnyöket nyerhetünk a közlekedés biztonságának javítása érdekében.

2 Célkitűzés, a mérési feladat megoldása

A feladat célja, hogy megvizsgáljuk, hogy adott nézőpontokból egy közlekedési csomópont mely területei láthatók. Ezek a pontok a forgalomban részt vevő autók vezetőinek nézőpontjai. Ha ismertté válik a belátható terület nagysága, a nyert adatokból levonhatók a következtetések, hogy az adott sebességhatár betartásával elkerülhető-e a baleset, illetve melyek azok a távolságok, ahonnan még a közlekedési táblák, jelzések jól láthatók. Az elemzés eredményei a következők lehetnek:

- A megengedett sebesség felső határának csökkentésének szükségessége
- Növényzet ritkításának szükségessége az esetleges kitakarások megszűntetésére
- Parkolóhelyek megszűntetésének, áthelyezésének lehetősége, ha a parkoló jármű korlátozza a szabad kilátást kihajtás esetén

Ezen problémák egy lehetséges megoldásaként alkalmaztuk a lézerszkennert.
(További közlekedés-biztonsági vizsgálatok lézerszkenner alkalmazásával: Pagounis et al. 2006)

2.1 A lézerszkenner működési elve

A lézerszkennerek alapvetően kétféle mérési elven működnek. Az első módszer a fázis-eltolódás (phase-shift) mérésén alapszik. Ez a ritkábban alkalmazott mérési módszer a földi szkennerek között. Gyakrabban alkalmazott mérési módszer a lézerimpulzus futási idejének (time-of-flight) mérésén alapuló módszer.

*BME,FTT 1111 Budapest, Műegyetem rakpart. 1-3.
E-mail: zoltan.kibedy@fmt.bme.hu
katalin.szocs@fmt.bme.hu
barsi@eik.bme.hu

A szkenner a saját koordináta-rendszerében valamely (φ, θ) vízszintes és magassági szög alatt kibocsát egy lézerimpulzust, mely a mérendő felületet elérve részben visszaverődik. A visszaérkezésig eltelt időből számítható a tárgy-műszer távolsága, így rendelkezésre áll a tárgy egy pontjának koordinátája a műszer poláris koordináta-rendszerében. Ezt követően a műszer a megadott szöggel lépteti a mérés irányát. Ez a folyamat másodpercenként 12 000-szer játszódik le az általunk alkalmazott műszernél.

A vizsgálat során a Riegl LMS-Z420i típusú szkennert alkalmaztuk (1. ábra). A műszer főbb paraméterei:

- 360 x 80 fokos látószög (Horizontális x Vertikális)
- 2-800 m hatótávolság
- 4 mm középhiba 50 m-es távolságban (átlagolt)
- Mérési sebesség: 8-12.000 pont/sec
- Minimális szögfelbontás: 0.004 fok
- Lézersugár divergencia: 0.25 mrad

1. ábra. Riegl LMS-Z420i földi lézerszkenner

A mérés során keletkezett pontok halmaza az úgynevezett pontfelhő. A szkennerre szerelt digitális fényképezőgép képeinek a külső és belső tájékozási adatai ismertek, így minden egyes mért ponthoz a valóságnak megfelelő színinformáció is rendelhető, amely nemcsak a látványt fokozza, hanem a feldolgozást is nagymértékben segíti.

2.2 A mérés folyamata

A felmérendő közlekedési csomópontokban első lépésként az egyes álláspontokból készített részletmérések automatikus összeillesztését lehetővé tevő mesterséges kapcsolópontok kihelyezése történik. Ezek a kapcsolópontok olyan testek, melyek a szkenner számára ismert alakúak, és nagy fényvisszaverő képességgel rendelkeznek. Ezeket a mérőszoftver automatikusan felismeri, és képes a középpontjuk precíz meghatározására. A műszer áthelyezésével és a kapcsolópontok ismételt mérésével hátrametszéssel meghatározható az új álláspont helye és helyzete. Így a részletmérések egymáshoz kapcsolhatók. Ha ezek a kapcsolópontok, vagy a mérés valamely pontjai rendelkeznek más koordináta-rendszerben koordinátákkal, akkor a lézerszkenneres mérések áttranszformálhatók a másik rendszerbe. Minden álláspontban a szkennelést követően elkészülnek a digitális fényképek a terepről. (2. ábra)

2. ábra. Digitális panoráma fénykép

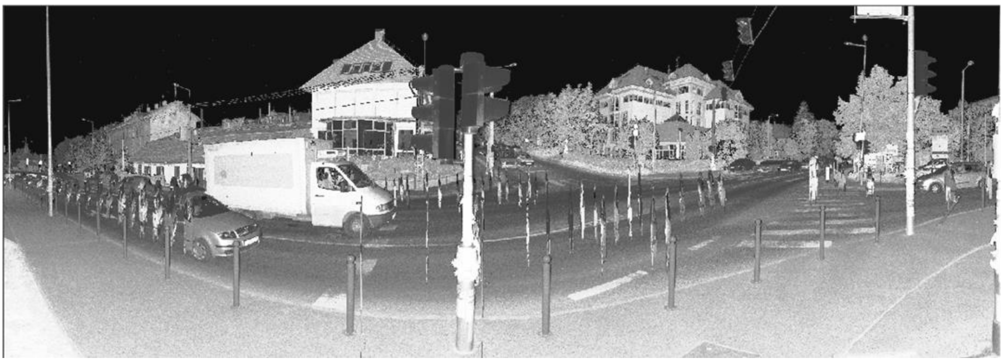
2.3 A forgalom, mint probléma – mérési sorozat (scansequence)

Optimális mérési körülmények között is szinte lehetetlen, hogy a lézerszkenneres mérést ne terhelje a közúti forgalomból származó mérési zaj. A nagy mértékű forgalom lehetetlenné teszi a kiértékelést, mivel jelentős kitakarást okoz. Ezzel rontja a kiértékelés pontosságát, csökkenti a használhatóságát (3. ábra).

Lehetőség van az éjszakai mérésre, amikor kisebb a forgalom, mivel ez nem jelent problémát a mérés folyamán, ellenben a színinformáció, melyet a pontfelhőhöz csatolunk, kevésbé lesz jó minőségű. Az egyes álláspontok megfelelő megválasztásával csökkenhet a zaj, de ez sem jelent teljes körű megoldást.

A Riegl által gyártott szkenner, illetve feldolgozó szoftver rendelkezik egy speciális mérési funkcióval, az un. mérés-sorozattal (scansequence), amely jól alkalmazható nagy forgalmú helyszíneken. A funkció alkalmazásával a mérés folyamata annyiban módosul, hogy a részletmérést egy előre megadott darabszámban végzi el a műszer. Ekkor egyetlen álláspontról több sorozat mérés is készül, amelyek nem egyeznek meg teljesen. A mérések különbsége az elhaladó forgalomból adódik. Ha az egyik mérési körben elhalad egy jármű a szkenner által kibocsátott lézersugár előtt, akkor a járműről visszaverődő impulzus adja meg a pont koordinátáit, és nem a számunkra szükséges terepi pont kerül rögzítésre. Ha ugyanabba az irányba több mérés is történik, akkor azt kell megtartani, amelyhez a legnagyobb műszer-tárgy távolság tartozik. Így nagyobb valószínűséggel a megfelelő pont került bemérésre. Ezzel a módszerrel szinte a teljes forgalom kiszűrhető. Azok a pontok, amelyek így is bent maradtak, manuálisan eltávolíthatók minimális munka ráfordítással.

Ugyanezzel az elvvel megoldható, hogy a fényképeken szereplő járművek se jelentsenek gondot a feldolgozásnál. Több sorozat fénykép elkészítésével létrehozható egy olyan képsorozat, amelyen nem szerepelnek járművek. Mivel a szkenner több képsorozat esetén az egyes fényképeket ugyanabból a pozícióból készíti, így lehetőség nyílik a képek összevágására is valamely képfeldolgozó szoftver segítségével.



3. ábra. Forgalommal terhelt mérési eredmény intenzitás szerinti színezéssel

2.4 A mérések eredménye

Az elvégzett mérések eredménye egy olyan pontfelhő, amely a vizsgált kereszteződést a lehető legnagyobb mértékben lefedi. A pontfelhő nem tartalmazza a mérés során a szkenner előtt elhaladó gyalogos- és járműforgalomból származó, felesleges pontokat. Létrejön továbbá egy olyan fénykép-sorozat, amelyek színinformációját hozzárendelhetjük a felmért pontfelhő pontjaihoz. (4. ábra)

4. ábra. Mérés eredménye a forgalom kiszűrése után

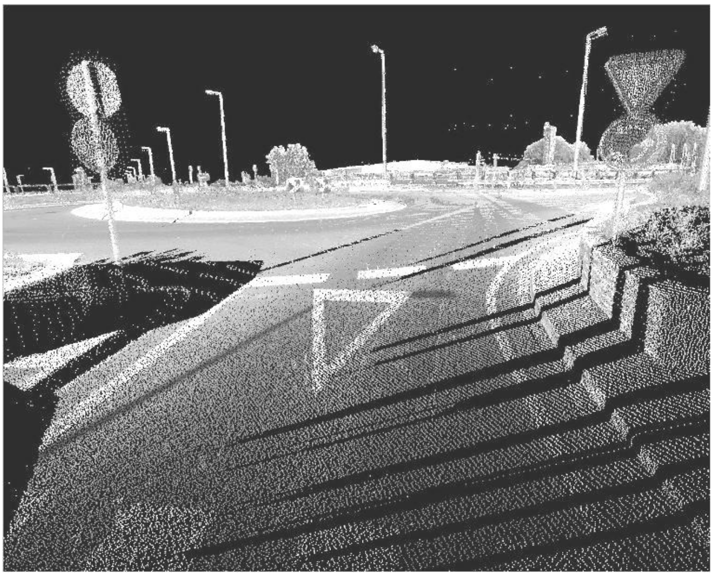
3 A mérés kiértékelése, elemzések

A mérések kiértékelésére kétféle módszert alkalmaztunk:

- Kiértékelés szemléléssel
- Kiértékelés láthatósági vizsgálattal

3.1 Kiértékelés szemléléssel

Az első módszerként a triviális megoldást választottuk. Mivel a mérés eredménye egy 3 dimenziós pontfelhő, aminek megjelenítésére használt szoftver 3 dimenzióban jelenít meg, így kézenfekvő megoldás, ha kihasználjuk a rendszer adta lehetőségeket. Ebben a környezetben lehetőségünk van a nézőpontunk szabad mozgatására, lehetséges közelíteni, távolítani a nézőpontot. Így kiválaszthatunk egy olyan pontot a térben, ahonnan a vizsgálatot el kívánjuk végezni. A perspektivikus megjelenítés, valamint a valósághű színek segítségével könnyen eldönthető, hogy adott nézőpontból mely részek láthatók a felmért területen. Mondhatnánk, hogy erre elég lenne a vizsgálandó pontból a terepen egy fényképet készíteni, de sajnos erre nem mindig van lehetőség. Sok esetben nem lehet a közlekedést megszakítani út- vagy sávlezárásokkal, még több esetben a felvételt készítő is komoly veszélynek van kitéve, ha az útpályára merészkedik, valamint távolságokat, koordinátákat nem nyerhetünk a későbbi tervezési, átépítési munkákhoz. A lézerszkenneres mérés előnye, hogy nem szükséges a veszélyforrás közelében tartózkodni, a mérés elvégezhető nagyobb távolságról is. Továbbá számtalan fénykép készítése szükséges, ha megfelelő mennyiségű nézőpontot kívánunk felvenni, valamint egy helyszínrajzra nehezen vihető csak át a látható terület határa. Az 5. ábra egy tetszőleges nézőpontból történő szemlélés eredményét mutatja.



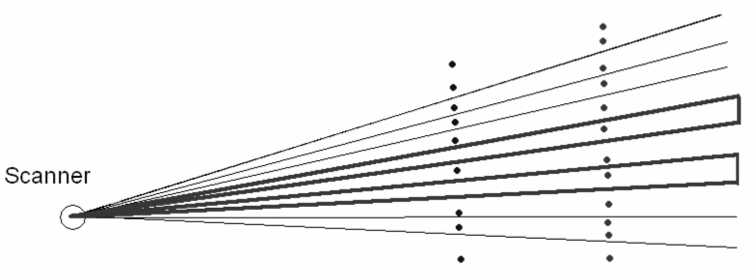
5. ábra. Láthatóság vizsgálata szemléléssel

3.2 Kiértékelés számításokkal

A szkennelt pontfelhő minden pontjának koordinátája (X Y Z) formátumban férhető hozzá. A láthatóság vizsgálata oly módon zajlik, hogy a nézőpontba áthelyezzük a pontfelhő origóját, majd minden egyes pontnak a koordinátáit átváltjuk derékszögű koordináta-rendszerből poláris koordináta rendszerbe, így minden egyes pont helyzetéről elmondható, hogy valamekkora vízszintes és magassági szög alatt látszik. A problémát az okozza, hogy ebben az esetben még nem tudjuk szétválasztani az előtérben lévő pontokat azoktól, amik a háttérben tartózkodnak és nem láthatók, mivel a pontok között nincs semmiféle logikai vagy topológiai kapcsolat. Egyfajta koordináta-lista áll így mindössze rendelkezésünkre.

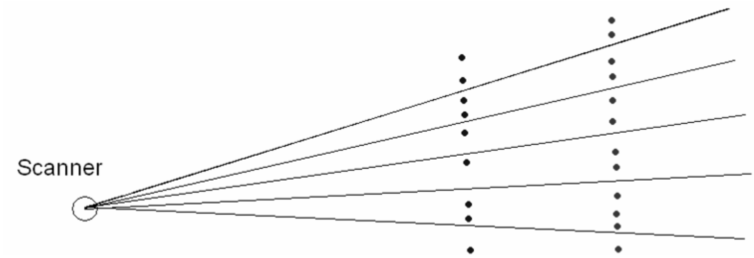
A láthatósági vizsgálat egyik lehetséges megoldása egy rácsháló felállítása a poláris koordináták alapján. Minden egyes rácselem rendelkezik egy $\Delta\varphi$, $\Delta\theta$ rácsmérettel. A poláris koordinátákkal rendelkező pontokat a rácselemekbe soroljuk a koordinátájuk szerint a következő módon. A pontfelhő pontjainak listáján végighaladva meghatározzuk, hogy melyik rácselembe esik az aktuális pont a listából. Ha arra az elemre még nem esett pont, akkor eltároljuk a pont poláris koordinátáját az adott rácsponthoz (φ, θ, d) formában, ahol a d értéke mutatja a nézőpont és a tárgypont távolságát. Abban az esetben, ha a rácselem tartalmazott már pontkoordinátát, akkor megvizsgáljuk, hogy az aktuális pont tárgy-nézőpont távolsága mekkora. Ha nagyobb, mint a rácsban már szereplő ponté, akkor nem történik semmi, ha kisebb, akkor kicseréljük a listában szereplő elem koordinátáival a rácselemben tároltat. A művelet végeredménye egy olyan több dimenziós tömb, amely azokat a pontokat tartalmazza, amelyek előtt az adott szemlélési irányban nem szerepel kisebb távolságra lévő pont. Ezzel a módszerrel a távolabbi pontokat kihagyjuk a listából azt feltételezve, hogy ami közelebb van, az látszik is, hiszen ha az előtt is lenne pont, akkor az látszódna. A módszer nem alkalmazható üvegfalakkal (pl. kirakatüvegekkel) lehatárolt kereszteződésben, hiszen az üvegen átlátunk, de a szkenner megmérheti az üveg felületét is.

A rácselem méretének megfelelő megválasztása a vizsgálat kritikus pontja. Abban az esetben, ha a rácselemek méretét nagyra választjuk, a mérés kiértékelése elnagyolt, durva lesz. Abban az esetben, ha a rácsháló felbontását a szükségesnél kisebbre választjuk, a kiértékelés megbízhatósága romlik. Ennek magyarázatára szolgál a 6. ábra.



6. ábra. Láthatóság vizsgálat nem megfelelő rácsfelbontás alkalmazásával

Az ábrán a szkennerhez közelebbi pontok jelentik azoknak a pontoknak a halmazát, amelyek a nézőpontból biztosan láthatók, a távolabbi pontok viszont nem. A 6. ábra szemlélteti azt az esetet, amikor a rács felbontása a szükségesnél nagyobb, azaz a rácselemek a szükségesnél kisebb méretűek. Ekkor léphet fel az az eset, amikor van olyan rácselem, amibe nem esik a valóságban látható pontok közül egy sem, viszont homogén sűrűségű pontfelhő esetén a nézőponttól távolodva egyre nagyobb a valószínűsége, hogy egy másik pont, ami nem látható a valóságban, beleesik az elembe. Az optimális rácsméretet a 7. ábra szemlélteti.

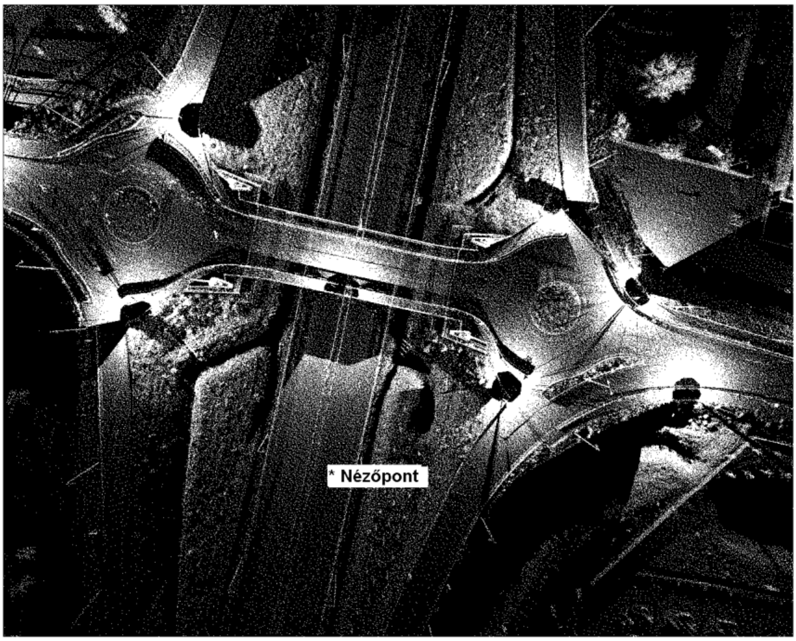


7. ábra. Láthatóság vizsgálat megfelelő rácsfelbontás alkalmazásával

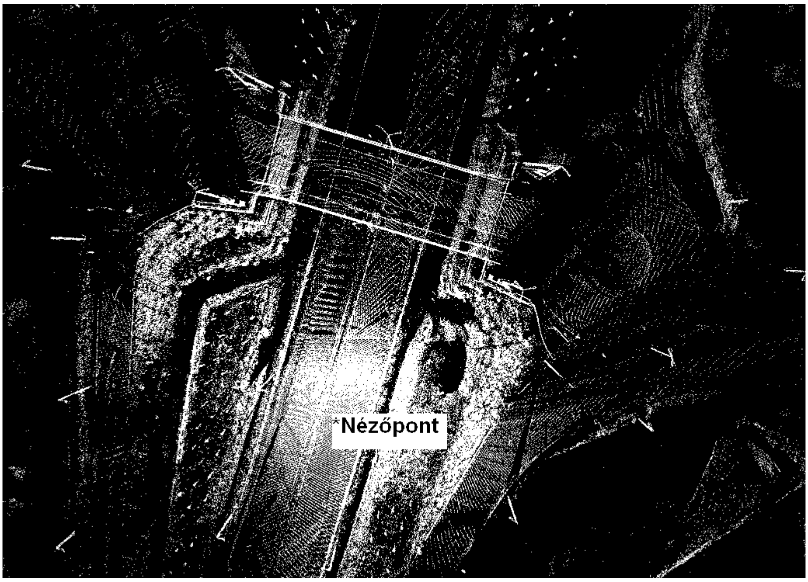
Az elemzés elvégzésével a pontfelhő megmaradt pontjait elmenthetjük olyan formátumba, ahogy azt vissza tudjuk olvasni a megjelenítő szoftverbe. Egy ilyen elemzés végeredményét láthatjuk a 8. ábrán felülnézetből.

4 Eredmények értékelése

A láthatóság-vizsgálat eredménye egy olyan ponthalmaz, amely a felmért pontok azon részhalmaza, amelyek az adott szemlélési pontból láthatók. Ez a halmaz már nem tartalmazza azokat a pontokat, amelyek a mérés során fellépő forgalomból adódik. Mivel ez a módszer nem tökéletes, így léteznek olyan pontok is, amelyek a szűrés során nem a megfelelő halmazba kerülnek, így bár láthatók lennének, mégsem szerepelnek a végeredmény halmazában. Ennek ellenére a módszer tökéletesen alkalmazható, mivel a tévedés mértéke az összes felmért ponthoz képest elhanyagolható. (8. ábra)



8.a ábra. A felmérés eredménye



8.b ábra. A láthatóság-vizsgálat eredménye

Ezek alapján elkészíthető a helyszínrajzra a látható területek határvonalai, eldönthető, hogy a közlekedési jelzések mely pozíciókból láthatók. Amennyiben a felmérés alapján átépítés szükségessége áll elő, úgy a felmérésből előállítható egy nagy részletességű állapotfelmérés.

A részletességnek köszönhetően egyéb baleseti tényezők is figyelembe vehetők. Dokumentálható a burkolati felfestések megléte, vagy akár a burkolat lejtésének szöge, a nyomvályú mélysége, vagy a csapadékvíz elvezetéshez szükséges feltételek teljesülnek-e. Mindezen szempontok szerint végrehajthatunk elemzéseket, melynek alapját egyetlen napon elvégezhető mérés eredményéből levezethetünk.

Mindezen tényezők figyelembe vételével megállapítható, hogy a technológia alkalmazhatóságában számtalan lehetőség rejlik. Sokoldalúsága, a mérés pontossága, részletessége, az adatgyűjtés sebessége, valamint költsége egyértelműen igazolja a technológia létjogosultságát, mely egyre szélesebb körben válik elterjedtté a műszaki életben.

Köszönetnyilvánítás. A szerzők szeretnének köszönetet mondani a piLINE Kft-nek a rendelkezésükre bocsátott jó minőségű 3D lézerszkennelt adatokért.

Hivatkozások

Pagounis V, Tsakiri M, Palaskas S, Biza B, Zaloumi E (2006): 3D Laser Scanning for Road Safety and Traffic Accident Reconstruction XXIII FIG Congress Munich, Germany.

ADATGYŰJTÉS ÉS NAVIGÁCIÓ ISMERETLEN EXPEDÍCIÓS TERÜLETEN

*Ládai András Dénes**

***Data collection and navigation on an unknown expedition area –** This paper presents an application of archaeological Geographic Information System (GIS): data collection from an unknown, unsurveyed terrain and the method of data collection. It demonstrates the possibilities and the limits of these methods. In the second part it reviews the future application of the compiled digital basic map: GPS navigation, archaeological surveying and the final map creation.*

Keywords: expedition, archaeology, GIS, image processing, GPS navigation

A szerző egy szudáni régészeti expedíció geodéziai és térinformatikai támogatásának munkálatait mutatja be. Ismerteti, milyen eszközökkel gyűjtött információkat az addig gyengén feltérképezett Nílus menti területről. Rávilágít ezen eszközök lehetőségeire és korlátaira, majd a cikk második felében az elkészített digitális alaptérkép további felhasználásáról ejt szót: GPS alapú navigáció, terepi adatgyűjtés, majd a végleges térkép elkészítése.

Kulcsszavak: expedíció, régészet, térinformatika, digitális képfeldolgozás, GPS navigáció

1 Bevezetés

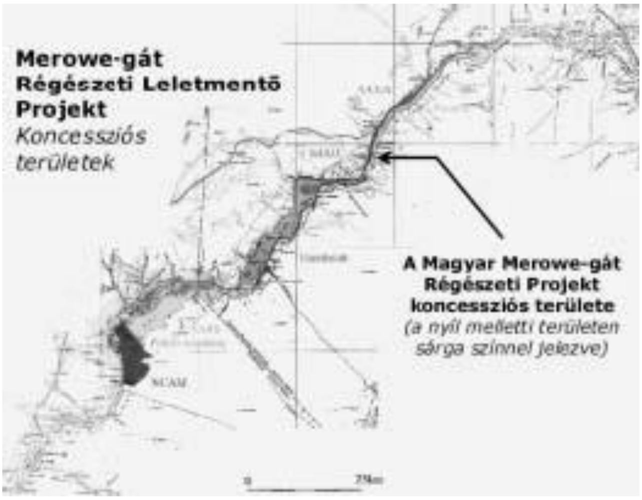
A szudáni kormány egy igen nagy volumenű beruházásba fogott: völgyzáró gátat épít a Nílus negyedik zuhatagánál, amely az ország egyre növekvő energiaigényét fogja kielégíteni. Az építkezés megkezdése előtt az érintett területet régészek kutatják át letűnt kultúrák, régmúlt idők visszamaradt emlékei után, hogy gazdagítsák az emberiség történelmi ismereteit. Az érintett terület azonban hatalmas: a gát által felduzzasztott folyóvíz hozzávetőlegesen kétszáz kilométeres szakaszon fog megáradni, elöntve mindent a Nílus mentén. A veszélyeztetett terület ősidők óta lakott, s minden történelmi korszak maga után hagyta nyomait. Ezért nemzetközi régészeti leletmentő összefogást hoztak létre, amelynek keretében felosztották a veszélyeztetett területet a jelentkező országok között. A nagy országok között Magyarország is képviseltette magát: régészeket, egyiptológusokat, arabista és építész szakembereket fogott össze Lassányi Gábor, a Magyar Merowe-gát Régészeti Projekt vezetője. Ez a projekt mintegy húsz kilométeres szakasz felkutatását vállalta magára. Tanszékünkre 2005 novemberében érkezett a felkérés, hogy vegyünk részt az expedícióban: az ismeretlen területről minél részletesebb térképi adatokra van szükség! A szakmai kihívás izgalmas, így örömmel elvállaltam a feladatot, majd, mint geodéta is csatlakoztam a felderítő csapathoz. Az előkészítő munkánk során a korábbi tapasztalatokat is felhasználtam (Gregori és Szűcs 2005).

2 Felkészítő munkálatok

2.1 A rendelkezésre álló anyagok

Egy XIX. század végére tehető, folyam menti felmérésből kellett kiindulnom. Ezen a szelvényen jelölték ki a résztvevő nemzetek koncessziós területeit (1. ábra). A térképről leolvasható a helyi települések neve, és a határok – a jól felismerhető vádik (vízmosások) – melyek közelítő földrajzi koordinátáit is meghatározták. Ez a térkép nem túl részletes, ennél jóval több adatra lenne szükségünk. A végcél, hogy egy térinformatikai rendszert kialakíthassunk a térkép alapján, amely segítségünkre lesz a navigációban és az adatrögzítésben egyaránt. Ezen feltételek rögtön kizárják a könnyen elérhető térképek (autóstérképek, interneten fellelhető „ábrák”) mindegyikét, hiszen méretarányuk kicsi és a GPS vonatkozási rendszerébe sem könnyű beilleszteni.

*BME FTT 1111 Budapest, Műegyetem rkp.3.
E-mail: alada@mail.bme.hu



1. ábra. A koncessziós területek

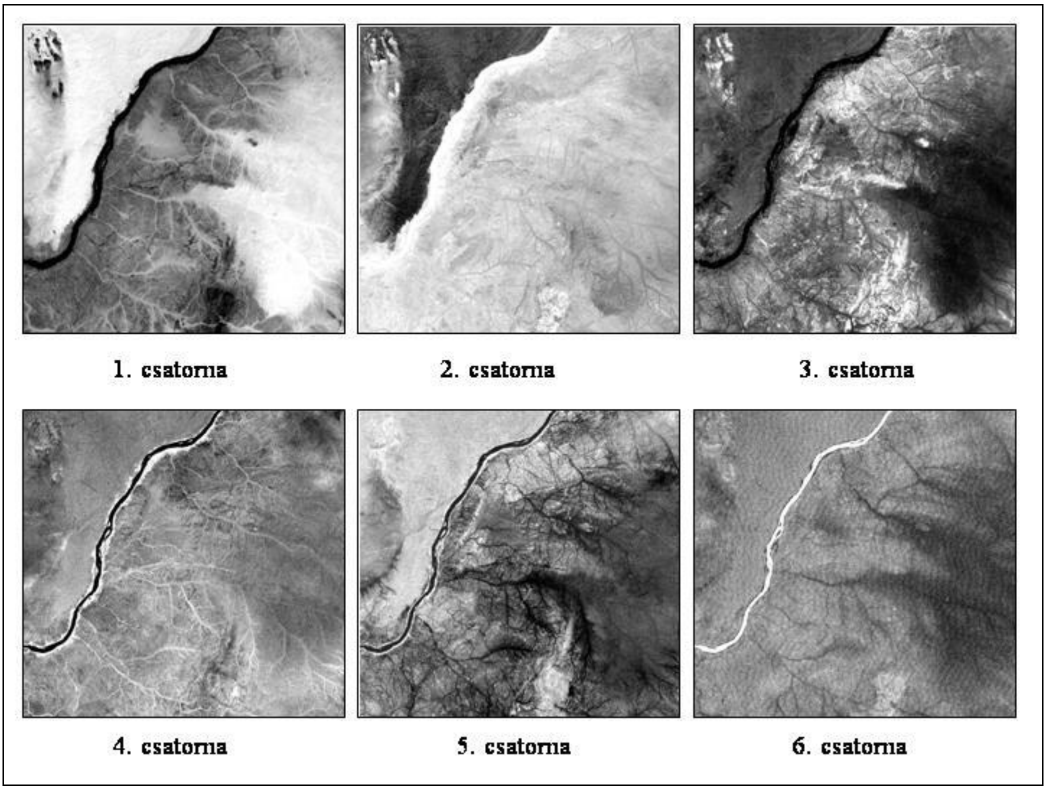
A Google Earth műholdképe nem túl részletes, de mindenképpen többletinformációkat nyújtott. Tovább böngészve találtam több olyan honlapot, ahonnan topográfiai térképeket vásárolhatnánk a világ számos részéről. Ilyen úton férhetünk hozzá Szudánról a szovjetek által készített szelvényekhez, azonban ezek méretaránya (a legnagyobb 1 : 250 000) még mindig nem kielégítő. Bár a szudáni állami térképészeti hivatal által készített 1 : 100 000 méretarányú felmérés már jónak mondható, alapfelületét és koordinátarendszerét nem sikerült megismernünk a felkészülési idő alatt. Így ez utóbbi „nézegetésen” kívül másra nem alkalmas, a feldolgozás során térinformatikai célokat nem szolgálhat. Az ideális alapanyag egy olyan adatbázis lehetne, mely megfelelő felbontással (méretaránnyal), domborzati viszonyokról részletes információkkal és ismert georeferenciával rendelkezik. A megoldást a Landsat ETM+ multispektrális műholdfelvétel és az SRTM radaros domborzati felmérések együttes használatával találtam meg.

A Landsat ETM+ 30 m felbontású 7+1 csatornás felvétel. Az első három a látható tartományban készül (kék, zöld, vörös), a 4. és 5. a közeli és közepes infra, a 6. a termális, a 7. közepes infra tartományokban érzékel. A +1 csatorna egy fekete-fehér (pan) felvételt tartalmaz, amelynek felbontása 15 m. Ez a műholdkép lehetőséget ad arra, hogy a felszínborítottságról és a felszínhasználatról megfelelő információkhoz jussunk. Megkülönböztethetjük egymástól a beépített területet, a csupasz felszínt, a növényzetet, a vízfelületet. Ez természetesen tovább finomítható, különböző növényfajtákat ismerhetünk fel, s a felszínt borító kőzettípusok is elkülöníthetők.

A rendelkezésünkre álló felvételen 2001. 10. 31-i dátum található. Nekünk ez megfelelő, hiszen biztosak lehetünk abban, hogy a célterületünkön lényegesnek mondható változások nem történtek. A feldolgozás előtt érdemes megismerkedni részletesebben a felvétel tulajdonságaival. Az egyes csatornák szemrevételezésekor tapasztalható, hogy igen erős a korreláció köztük. Szinte mindegyiken felismerhetők ugyanazon felszíni alakzatok. A különböző RGB kombinációkat megtekintve a bizonyosság csak erősödött bennem. Elvégeztem néhány felügyelet nélküli osztályozást, s a végeredményen már nem is csodálkoztam: semmi újabb információval nem gazdagodtam az előző vizuális elemzéseinkhez képest.

Főkomponens transzformációval kapott felvételek negyedik csatornáján jelenik meg először a növényzet; ez meglehetősen érdekes tény. De érthető is, hiszen a sivatagban a növényzet előfordulása igen kis valószínűségű, itt is csupán a folyó mellett pár tíz méteres sávban található.

A másik felhasznált nyersanyag az SRTM3 SAR-radar felvételekből előállított terepmodell. Felbontása 3 szögmásodperc (~90 m) és majdnem minden kontinenst lefed. Nem túl részletes, előzetes információnak azonban megfelel. E radar felvételek „egyszeri berepüléssel” készültek (single-path), vagyis a két különböző beesési szögből egy időben készült mérés egy hosszú antenna segítségével történt.



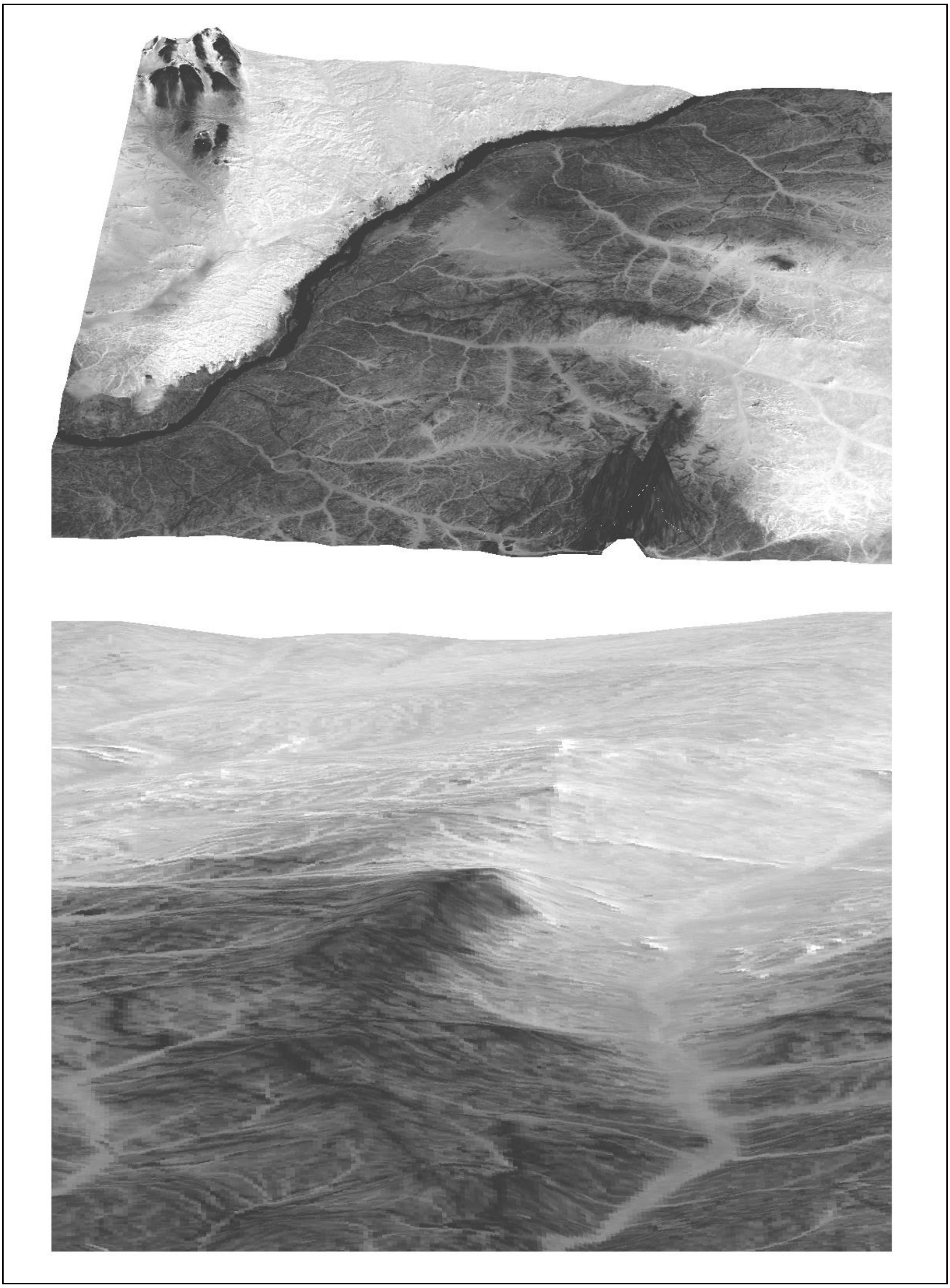
2. ábra. A főkomponens analízis csatornái

2.2 A végtermékek

A kiválasztott Landsat felvétel alapján már megszerkeszthető a kívánt térkép, csupán néhány „varázslatot" kell még eszközölni a nyersanyagon. A felbontás majdnem megfelelő, de tudunk még növelni rajta a PAN felvétel segítségével. Egy főkomponens analízis alapú felbontás egyesítéssel (resolution merge) az eredeti 28.5 m pixelméret 14.25 m-esre javítható. Ez pedig már megengedi az 1:100000 méretarányú ábrázolást. Végeredményként egy papíralapon és digitális alaptérképként is használható képet kell kapnunk, amit az 5-4-1 csatornák megjelenítésével értem el (http://web.pdx.edu/~emch/ip1/bandcombinations.html). Ez a sivatagos területeken gyakran használt kombináció minden lényeges információt kiemel: a folyót, a mellette fekvő vegetációt, a vádikat, valamit megkülönbözteti a sziklás sivatagot a homokostól.

Az SRTM3-ból levezetett végtermék egy szintvonalmodell volt, amely segítségével tervezhetőbbé vált a terepi munka. A 10 méteres szintvonalköz, amelyet még ki lehetett hozni, elegendő volt ahhoz, hogy irányt mutasson a kutatásoknak. Színskálával fel tudtunk állítani egy sürgősségi sorrendet, hiszen a mélyebben fekvő területek elsőbbséget élveznek, míg a magasabban fekvő területek feltárása kevésbé szükséges. Hozzá kell tenni, hogy a maximális vízszintemelkedésről semmiféle információ nem állt rendelkezésünkre, azt titkosan kezelik a hatóságok. Így az, hogy milyen magasságig kell kutatnunk, és mi az, amit már mindenképp elhagyhatunk, továbbra is bizonytalan maradt. Az irányt meghatározhattuk, a határt sokkal inkább az idő szabta meg.

A két nyersanyag összedolgozásának eredményeként megkaptuk a célterületünk virtuális modelljét. A domborzatmodellen megjelenített műholdfelvétel lehetővé tette, hogy az irodánkban ülve madártávlatból bejárhassuk a jövőbeli kutatási területet.



3. ábra. A virtuális célterület madártávlatból

3 Terepi feladatok

A terepi feladatok négy fő csoportra oszthatók. Az utazás során a GPS-es navigáció és útvonalrögzítés, terepi adatrögzítés GPS-szel, részletes geodéziai felmérés, valamint az ásatások geodéziai támogatása.

A GPS-es navigációhoz és útvonalrögzítéshez egy kis kézi készüléket alkalmaztunk (Garmin - eTrex Venture). A navigáció során segítségünkre volt a Garmin készülékbe feltöltött vektoros alaptérkép. A nem túl részletes, és meglehetősen pontatlan adatbázis komoly segítség volt a sivatagos területeken, ahol a tájékozódás a helyieknek is embertpróbáló feladatnak bizonyul. A rögzített útvonalakat később visszanézhettük a számítógépünkön, és szerkesztés után, mint terepjáróval járható utat raktároztuk el. A visszaút során a „trackback" funkcióval követhettük a már tárolt irányt.

A terepi adatrögzítés a lelőhelyek koordinátáinak meghatározását jelentette. Ezek között egyedi sírok, vagy sírcsoportok, nagyobb temetők, őskori szálláshelyek is előfordulnak. A valóságban nagyobb kiterjedéssel rendelkező objektumok (pl. a temetők) is csak egy ponttal lettek bemérve. A részletesebb felmérés már geodéziai úton történt.

A régészeti objektumok mellett jól azonosítható tereppontokat is rögzítettem, a műholdfelvételünk utólagos ellenőrzése céljából. Mint utólag kiderült nem is hiába.

A GPS-es navigáció és adatrögzítés megfelelő használatához hozzásegített Takács Bence és Gáspár Péter internetes jegyzete (http://www.agt.bme.hu/public_h/gps2/gps2.html, Mire képesek az olcsó GPS vevők?)

A részletesebb felmérések egy Zeiss DALTHA A10 redukáló tahiméterrel történtek. Az áramellátás bizonytalansága miatt esett a választás e műszerre. Így ha az aggregátorunk fel is mondja a szolgálatot, a geodéziai munkálatok tovább folytatódhatnak.

Az ásatások geodéziai támogatását főként a derékszögű hálózat kitűzése és a pillanatnyi állapotok rögzítése jelentette.

4 Utólagos munkálatok

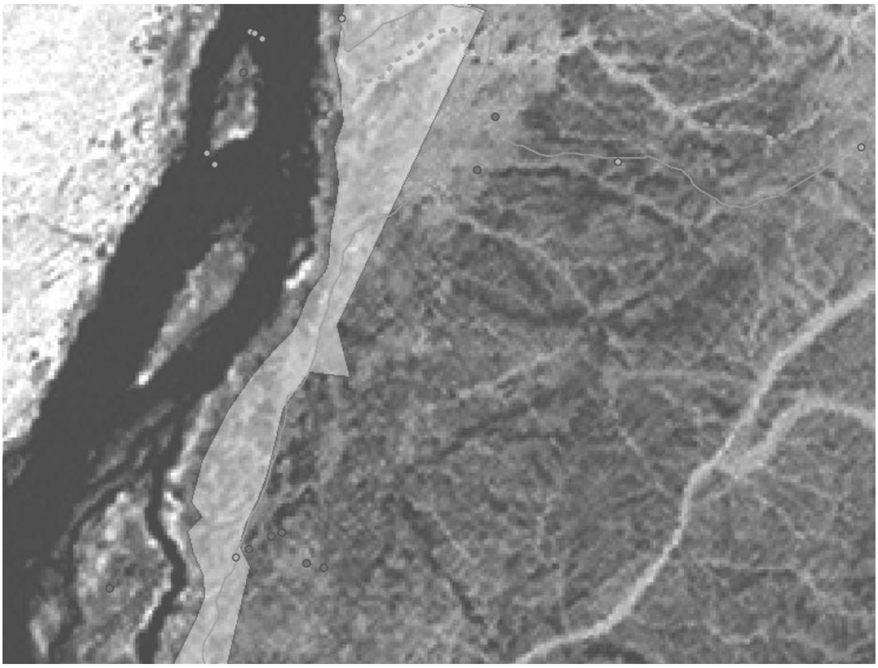
A vádik találkozásánál és a Níluson található szigetek csúcsainál felvett koordináták alapján kiderült, hogy az alaptérképünket jócskán (150 m) el kell tolnunk ahhoz, hogy a rögzített objektumaink a megfelelő helyen jelenjenek meg. Az utólagos feldolgozásnál talán ez jelentette a legnagyobb változtatást a kiinduló adatokhoz képest.

A raszteres feldolgozást a vektoros adatok kiértékelése és tisztítása követte. Ez a következő munkarészekből állt: felesleges, többszörösen bemért útvonalak egységesítése, az ellenőrző pontok, a régészeti objektumok, valamint a települések sarokpontjainak szétválasztása, a települések megszerkesztése. A vektoros adatbázis végül az 1. számú táblázat szerint alakult, és a 4. és 5. ábra szemlélteti.

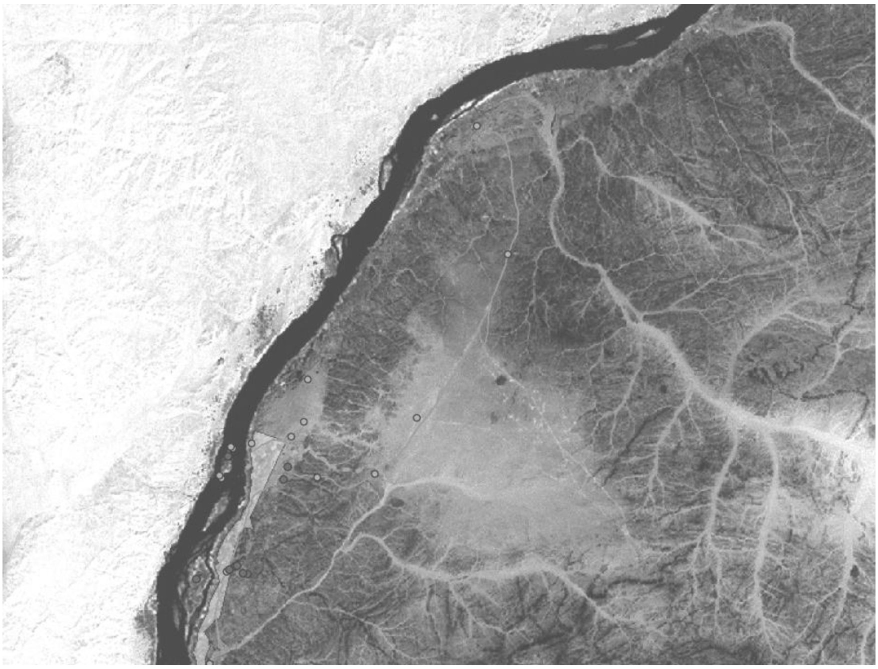
1. táblázat. A vektoros adatbázis osztályai

osztályok	geometria
régészeti objektumok	pont
ellenőrző pontok	pont
terepjáróval járható útvonal	vonalas
lakott terület	felület

A teljes térinformatikai rendszer még készítés alatt áll. A leíró adatbázis fő feladata a leletekhez és lelőhelyekhez tartozó jellemzők tárolása és azok lekérdezhetősége. A szükséges információkat a régész szakemberek fogják megadni, amint a teljes feldolgozással elkészülnek.



4. ábra. Az elkészült geometriai adatbázis



5. ábra. Az elkészült geometriai adatbázis

5 Összefoglalás

A cikkben bemutattam egy régészeti expedíció térinformatikai és geodéziai támogatásának egy lehetőségét. A szóba jöhető alapadatok ismertetése után rávilágítottam a feldolgozhatóságukban rejlő lehetőségekre és korlátokra egyaránt. A végcélt is ismertettem: terepi munkálatok során gyűjtött adatok térinformatikai rendszerbe való integrálását.

Köszönetnyilvánítás. Köszönet illeti az expedíció geodéziai támogatóit: HUNGIS Alapítvány, Mélyépítő Alapítvány, Peregrinatio V. BME Alapítvány, Az Építés Fejlődéséért Alapítvány. Nagyvonalú anyagi támogatásuk nélkül nem valósulhattak volna meg e régészeti projekt térinformatikai és geodéziai munkálatai. Ugyanakkor hálás vagyok munkatársaimnak is, akik távollétemben tanszéki feladataimat ellátták.

Hivatkozások

Gregori Á, Szűcs L (2005): Geodéziai módszerek Egyiptomban a Bir-Minihi ásatáson. Sopron, Geomatikai Közlemények VIII, 167-174.

IRÁNYÁTVITEL MOM GI-B3 GIROTEODOLITTAL A SVÁJCI GOTTHARD-BÁZISALAGÚT ÉPÍTÉSÉN

Szabó Gergely, Égető Csaba**

Application of MOM Gi-B3 gyrotheodolite for orientation transfer to the Gotthard Base Tunnel – *Until the beginning of the nineties different types of gyrotheodolites were produced in the Hungarian Optical Works (MOM). The last mass-production gyrotheodolite for engineering surveying was the MOM Gi-B3 type with a north-seeking accuracy of 3" to 8". The Department of Geodesy and Surveying of the Budapest University of Technology and Economics possesses such a gyrotheodolite. The temperature characteristic curve of this instrument was determined by test measurements in the climate chamber of the Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zürich. To prove this calibration line and the suitability of the MOM Gi-B3 gyrotheodolite and to compare the instrument with Gyromat (manufacturer: Deutsche Montan Technologie GmbH, Germany) gyrotheodolites a field test was carried out in spring 2006. In this test the orientation transfer into the Gotthard Base Tunnel (Sedrun, Switzerland) was made. The results of this field test correspond to the reference values derived from Gyromat instruments within the accuracy (1σ) of the instruments. The accuracies of the orientation transfer made by Gyromat and MOM Gi-B3 are equivalent. These results confirm the reference values of the measured directions and the mentioned temperature characteristic curve as well as the suitability of both types of gyrotheodolites for orientation transfers.*

Keywords: gyrotheodolite, temperature characteristic curve, orientation transfer, base tunnel

A Magyar Optikai Művekben (MOM) a kilencvenes évek elejéig folyt különböző giroteodolitok sorozatgyártása. Az utolsó, mérnökgeodéziai célra sorozatban gyártott MOM giroteodolit a Gi-B3 típusú volt, amelynek mérési pontossága 3–8". A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke rendelkezik egy ilyen műszerrel, amellyel 2006 tavaszán kalibráló méréseket végeztünk a Zürichi Műszaki Egyetem (ETH Zürich) Geodéziai Intézetének klímakamrájában. Az itt meghatározott hőmérsékleti jelleggörbe helyességét és a műszer irányátvitelre való alkalmasságát Sedrunban, a svájci Gotthard-bázisalagút építésén, egy összehasonlító mérés keretében vizsgáltuk. Az összehasonlítás referenciadatai Gyromat (gyártja: Deutsche Montan Technologie GmbH, Németország) giroteodolittal végzett mérésekből származnak. A MOM Gi-B3 giroteodolittal meghatározott azimutok és a Gyromat giroteodolittal meghatározott referencia-azimutok a mérési pontosságon (1σ) belüli egyezést mutatnak. A két különböző giroteodolit által meghatározott irányok pontossága tehát egymással egyenértékű. Mindezen eredmények a hőmérsékleti jelleggörbe és a referencia-azimutok megbízhatóságát támasztják alá, továbbá bizonyítják mindkét műszertípus irányátvitelre való alkalmasságát.

Kulcsszavak: giroteodolit, hőmérsékleti jelleggörbe, irányátvitel, bázisalagút

1 MOM giroteodolitok

1.1 Műszerfejlesztés

A MOM giroteodolitok fejlesztése *Pusztai Ferenc* későbbi Kossuth-díjas műszertervező irányításával 1960-ban kezdődött a Magyar Optikai Művekben. Két évvel később elkészült az első Gi-B1 típusjelzésű giroteodolit. A fejlesztések előrehaladtával Halmos (1968) a Gi-B2 giroteodolitra vonatkozó 4.4"-7.9" irányátviteli pontosságot publikált. A mérési pontosság a későbbi Gi-B11 esetében elérte a 3" értéket. Az utolsó mérnökgeodéziai pontosságú, sorozatban gyártott MOM giroteodolit a Gi-B3 típusú volt. A Magyar Optikai Művek a giroteodolitok és rátétgiroszkópok különböző típusaiból több mint háromezer darabot gyártott, és legnagyobbrészt külföldön értékesített. A magyar giroteodolitokat sikerrel használták többek között a CERN 27 km

*BME AGT, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.
E-mail: gszabo@gmx.net, csabiegeto@yahoo.de

hosszú részecskegyorsító alagútjának építésén és a közép- és kelet-európai országok fővárosainak metróépítésein.

1.2 A MOM Gi-B3 giroteodolit

A Gi-B3 típusú giroteodolit (1. ábra és 2. ábra) egy automatikus lengéskövető berendezéssel[1] ellátott félautomatikus műszer[2], amelynek a gyári adatok szerinti mérési pontossága 5-8". A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Általános- és Felsőgeodézia Tanszéke (BME AGT) rendelkezik egy ilyen műszerrel, amely az épülő budapesti metróvonal építésekor kerül felhasználásra. Tapasztalataink szerint ezzel a műszerrel 3-4" mérési pontosság is elérhető.

A MOM giroteodolitokat úgy szerkesztették, hogy azok hőmérsékletváltozás okozta műszerállandó-változása még a széles -40°C és +50°C közötti hőmérséklettartományon is csekély, lehetőleg a mérési pontosságot meg nem haladó nagyságú legyen. A Gi-B3 giro- és teodolit-egységei között mechanikus, bontható kapcsolat van (a giro-egységek cserélhetők). A két egység közti optikai irányátvitelre a teodolitot autokollimátoros távcsővel, ill. a giro-egységet tükörrel szerelték fel. A teodolit-egység hőmérsékletváltozás okozta iránytorzítása a mérés helyszínén meghatározható. Ezen művelet során az autokollimátoros távcsővel ill. a geodéziai távcsővel az autokollimációs segédtükörre végzett iránymérések különbségeként a két irány közel 90° nagyságú törésszögének, azaz a Δ_1 műszerállandónak a mérés időpontjára vonatkozó értéke kerül meghatározásra. (Az autokollimációs segédtükör az 1. ábrán láthatóan a teodolit előtt helyezkedik el.) Konstans környezeti hőmérséklet mellett a Δ_1 műszerállandó két egymást követő mérésre vonatkozó értékei <3" eltérést mutatnak, azonban a Δ_1 műszerállandó két nem egymást követő mérési időpontra és azonos mérési hőmérsékletre vonatkozó értékei akár 10"-cel is eltérhetnek egymástól. Átlagosan +4ºC hőmérsékletemelkedés a Δ_1 műszerállandó 1"-cel való csökkenését okozza.

A BME AGT MOM Gi-B3 giroteodolitjával 2006 tavaszán kalibráló méréseket végeztünk a Zürichi Műszaki Egyetem Geodéziai Intézetének (Institute für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich) klímakamrájában. A giro-egységre vonatkozó hőmérsékleti jelleggörbe a 3. ábrán látható. A diagramból kitűnik, hogy a giro-egység iránymutatásának hőmérsékletváltozás okozta ingadozása a műszer $\pm 1\sigma$ mérési pontossági tartományán belül marad. Leolvasható továbbá, hogy ugyanazon iránynak a +2ºC ill. a +22ºC hőmérsékleteken meghatározott azimutértéke között 14" eltérés adódik, amelyet azonban némileg kompenzálhat az ellenkező előjellel változó Δ_1 műszerállandó. A jelleggörbe törés- és végpontjaiban leolvasható hőmérsékleteken rendre $n \geq 6$ mérést végeztünk. A 3. ábrán látható +1 sigma és –1 sigma tartományok az n darab x_i mérési eredményből számított $\bar{x}$ középértékhez (jelleggörbe) tartozó szórás értékei, azaz:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (1)$$

ahol σ a minta tapasztalati szórása.

A MOM Gi-B3 giroteodolit különböző pontraálló berendezésekkel szerelhető fel (vetítőtüske, optikai vetítő, zsinóros függő), amelyek pillér- vagy földi jel felett 0.3–0.9 mm hibahatáron belüli pontraállást tesznek lehetővé. A kör- és skálaleolvasások nincsenek automatizálva, azokat analóg módon kell elvégezni. A csillagászati északi irányhoz tartozó körleolvasás a lengésfordulópont-leolvasások közepeléséből a szabadlengés-megfigyelésekből számított korrekció figyelembevételével számítható ki.

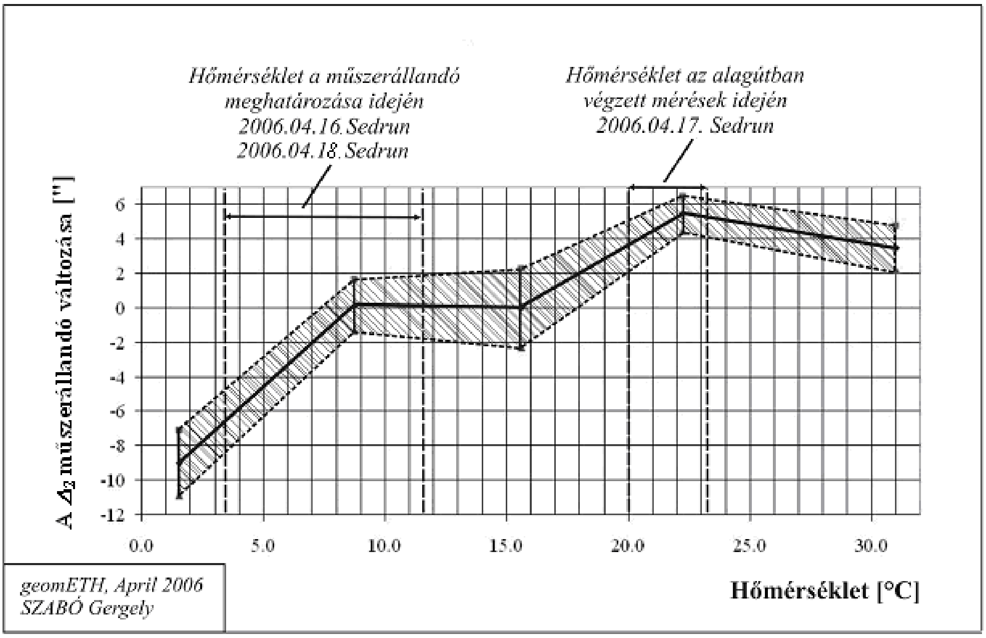
---

[1] Automatikus lengéskövető berendezés: A torziós szalagot felfüggesztő műszerelemet – felső befogó – fényelektromos vezérlés segítségével szervomotorok forgatják automatikusan a lengőrész mozgásával azonos mértékben (ezáltal a szalag torziós nyomatéka egy mérés ideje alatt állandó).

[2] Félautomatikus műszer: a lengésfordulópontokhoz tartozó körleolvasások elvégzése nem automatizált módon történik. A lengésnek a fordulópontok előtti, mintegy fél-egypercnyi hosszúságú szakaszain az észlelő egy autokollimátort figyelve az alhidádé lassú forgatásával követi a pörgettyű lengését, majd a fordulópontoknál leolvasásokat végez a vízszintes körön.

1. ábra. MOM Gi-B3 giroteodolit pilléren

2. ábra. MOM Gi-B3 giroteodolit műszerállványon



3. ábra. MOM Gi-B3 hőmérsékleti jelleggörbéje (a műszer gyári száma: 1/310124/B)

2 Irányátvitel a Gotthard-bázisalagút építésén

Az 1.2 pontban ismertetett hőmérsékleti jelleggörbe helyességét és a MOM Gi-B3 műszer irányátvitelre való alkalmasságát Sedrunban, a svájci Gotthard-bázisalagút (Gotthard-Basistunnel: GBT) építésén egy összehasonlító mérés keretében vizsgáltuk. Az összehasonlítás referencia-adatai Gyromat giroteodolittal végzett mérésekből származnak, ezáltal a két különböző giroteodolit is összehasonlításra került.

2.1 Mérések

A terepi méréseket az irányátvitelnél szokásos három lépésben végeztük el:

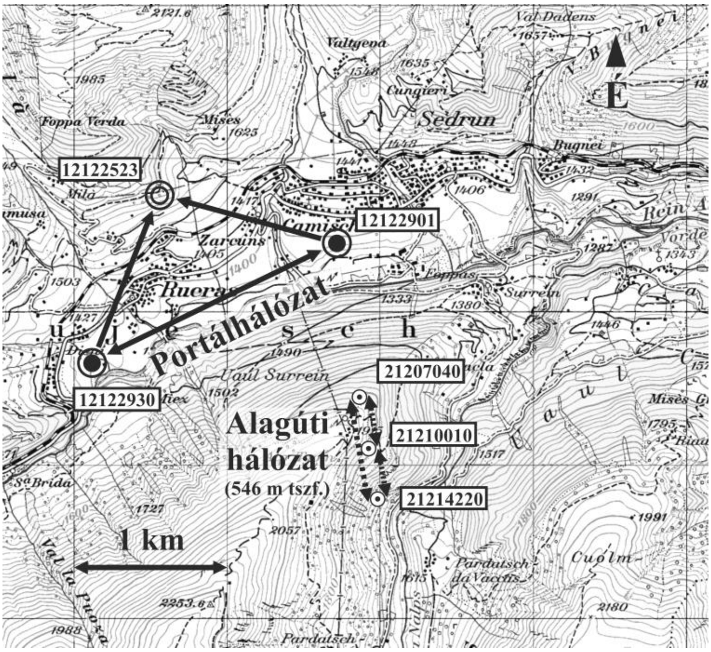
1. Δ_2 műszerállandó meghatározása a GBT ún. portálhálózatában (első nap, 6 mérés).
2. Mérések az alagútban (második nap, 9 mérés).
3. Δ_2 műszerállandó ellenőrző meghatározása a portálhálózatban (harmadik nap, 4 mérés).

A Δ_2 műszerállandó-meghatározás a műszer és az alapponthálózat között teremt kapcsolatot, egy nem konvencionális értelemben vett tájékozási szög meghatározásának formájában. A Δ_2 műszerállandó a csillagászati északi irány és az alaphálózati északi irány által bezárt szög (az alaphálózat tájékozásának maradék ellentmondása) valamint a giromotor tengelye és a lengőrészre szerelt autokollimációs tükör normálisa által bezárt vízszintes szög összege. A Δ_2 műszerállandó értéke egy alaphálózat adott kiterjedésű részére vonatkozóan állandónak tekinthető.

A 4. ábrán látható hálózatban a 12122901 számú pilléren és a kővel állandósított 12122930 számú ponton központosan felállva végeztünk méréseket. (Egy mérés alatt egy mérési ciklus értendő, amely a következőkből áll: lengésmegfigyelés, iránysorozat mérés, Δ_1 műszerállandó meghatározása.) A 12122901–12122930 bázisvonalon kívül iránymérést végeztünk a hegyen lévő 12122523 számú jelrúdra is. Az 1812 m hosszú bázisvonal pszeudó-azimutját (egy közelítő pontosságú Δ_2 műszerállandó felhasználásával) oda-vissza meghatároztuk. A bázisvonali irányzásokhoz központosan elhelyezett jelgömböt használtunk.

A több mint nyolcszáz méterrel a felszín alatt húzódó bázisalagútban a 4. ábrán jelölt három földmérési főalapponton központosan felállva végeztünk irányméréseket a műszer által éppen el nem foglalt másik két főalapponton elhelyezett jeltárcsára. A pontok közt kitűzhető három referenciairány azimutját az esetlegesen fellépő oldalrefrakció kiküszöbölése érdekében oda-vissza méréssel határoztuk meg. Az irányok hossza 297 m, 421 m és 718 m.

A főalappontok közötti három alagúti irány irányszögeit az utóbbi években különböző Gyromat giroteodolitokkal végzett többszöri irányátvitel segítségével határozták meg, így az ismert irányszögek megbízható referenciának tekinthetők.



4. ábra. Topográfiai térképrészlet Sedrun környékéről a mért irányokkal
(A térkép forrása: Bundesamt für Landestopografie, Svájc)

2.2 Számítások

Egy irány MOM Gi-B3 giroteodolittal mért nyers azimutja:

$$A = (I - N_0) + \Delta_1 + \Delta_2 \tag{2}$$

ahol I a geodéziai távcsővel irányzott irány irányértéke, N_0 az autokollimátoros távcsővel végzett lengésmegfigyelésből számított csillagászati északi irányhoz tartozó irányérték (amely nem azonos a csillagászati északi irányba mutató geodéziai távcsőhelyzethez tartozó irányértékkel), Δ_1 a teodolit-egység műszerállandója és Δ_2 a giro-egység műszerállandója (1.2 és 2.1 fejezet).

A (2) alapján számított nyers azimutmérési eredményeket a következő redukciókkal láttuk el (zárójelben az adott redukció mértéke):

1. Hőmérsékleti redukció (+10.4" – +3.6" a portálhálózati mérésekre, ill. -1.6" – 0" az alagúti mérésekre)
   Számítás: 3. ábra alapján, +20.0°C alagúti hőmérsékletre redukálva.
2. Függővonal-elhajlás miatti redukció (-1.0" – -7.8"), Zanini (1992) alapján:

$$\delta A_{\eta,\xi} = -\eta \cdot tg\varphi - (\xi \cdot \sin A_{csill} - \eta \cdot \cos A_{csill}) \cdot ctgz \cong A_{csill} - \eta \tag{3}$$

   ahol η és ξ: a függővonalelhajlás komponensei (K-Ny, É-D); φ: földrajzi szélesség; A_{csill}: csillagászati azimut (a mért azimut); z: zenitszög
3. Meridiánkonvergencia[3] (~ -1.0°), Zanini (1992) alapján[4]:

$$\gamma^{cc} = 106.68y + 1.78766 \cdot 10^{-2} xy + 4.3065 \cdot 10^{-6} yx^2 - 1.4355 \cdot 10^{-6} y^3 \tag{4}$$

   ahol y és x : síkkoordináták
4. Második irányredukció[3] (< 0.2"), Zanini (1992) alapján[4]:

$$\Delta_{12}^{cc} = \frac{\rho^{cc}}{6R^2}(y_2 - y_1)(x_2 - 2x_1) \tag{5}$$

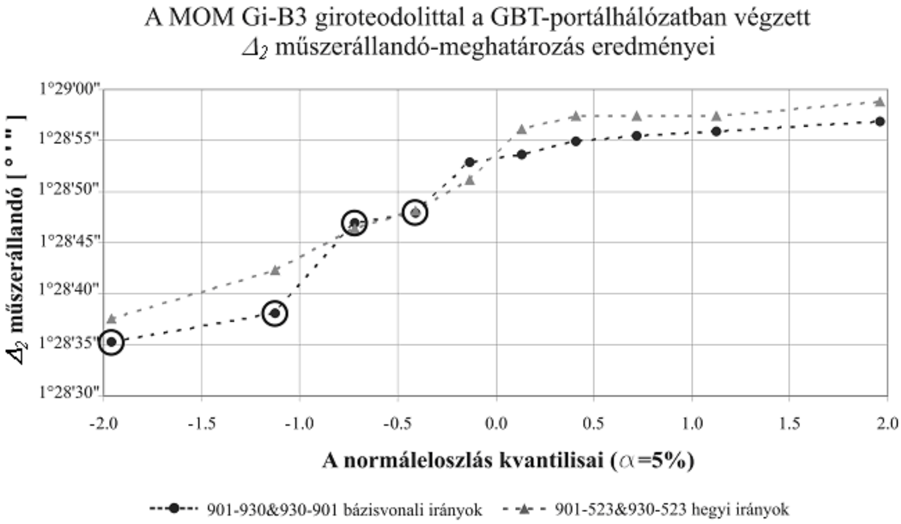
   ahol ρ^{cc}: 1 radián [cc] szögegységben kifejezve (636619.8); R a Föld sugara; ill. y, x: síkkoordináták.

A giroteodolitokkal végzett irányátvitel a függővonalelhajlások tekintetében hipotézisen alapszik. Ez alatt az értendő, hogy a függővonalelhajlások értékét nem közvetlenül asztronómiai mérésekből, hanem egy számítással létrehozott geoidmodellből vezették le. A modellből számított η és ξ komponensek pontossága 3cc ≈ 1" (Ingensand et al. 1998). A modellszámítás következményeként az irányátvitel eredménye a valósághoz képest szabályos eltérést mutathat, ez azonban két különböző giroteodolittal végzett irányátvitel eredményeinek összehasonlításából nem derül ki.

Az egyes mérések redukált mérési eredményei alapján számított Δ_2 műszerállandó-értékek az 5. ábrán láthatók. A Stahel (2000) által ismertetett statisztikai vizsgálat alapján megállapítható, hogy a portálhálózatban négy bázisvonali mérés durva hibával terhelt, továbbá, hogy a 12122523 számú jelrúdra (hegyi irány) mért irányok szabályos hibával terheltek.

A végleges Δ_2 műszerállandót és az alagúti irányok irányszögét a legkisebb négyzetek módszere szerint végzett kiegyenlítéssel, egyetlen lépésben számítottuk. A hegyi irányokra és az 5. ábrán jelölt, durva hibával terhelt bázisvonali irányokra vonatkozó mérési eredményeket kihagytuk a kiegyenlítésből. (Ez tette szükségtelenné a több lépésben végzett iteratív kiegyenlítés alkalmazását.) A kiegyenlítést a svájci Bundesamt für Landestopografie LTOP nevű kiegyenlítő szoftverével és hagyományos paraméteres kiegyenlítéssel is elvégeztük. Mindkét számítási mód azonos eredményre vezetett.

[3] *cc* alatt a [gon] szögegység tízezred része értendő. 400gon = 360º.
[4] A megadott képletek a svájci ferdetengelyű szögtartó hengervetületre vonatkoznak.



5. ábra. A portálhálózatban végzett Δ_2 műszerállandó-meghatározás eredményei.
(A durva hibával terhelt bázisvonali méréseket bekarikáztuk.)

A Stahel (2000) által Quantil-Quantil-Plotnak (5. és 6.a-c ábra) nevezett diagram előállítása a következőként történik:

1. A becsült x_i modellparaméternek a mintaközéptől való n darab $a_i = (x_i - \bar{x})$ eltérését nagyság szerint sorbarendezzük: (a_n).
2. A standard normális eloszlás sűrűségfüggvényének felhasználásával, (1-α) konfidenciaszint alapul vételével számított p_i valószínűséghez tartozó kvantilis értékéhez (azaz a sűrűségfüggvény x értékéhez) hozzárendeljük az (a_n) sor i-edik tagját. p_i értékei:

$$p_1 = \frac{\alpha}{2};\ i = [2..n] \text{ esetére: } p_i = p_{i-1} + dp \text{ ahol } dp = \frac{1}{n-1}(1-\alpha)$$

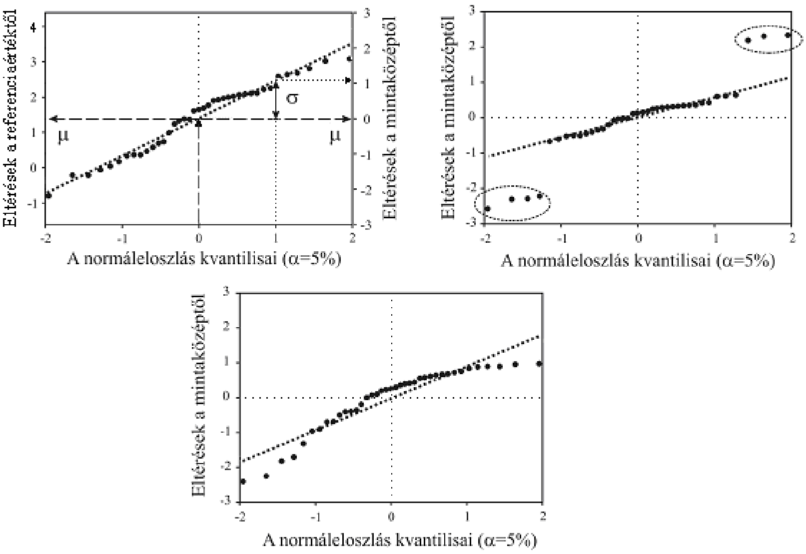
   α szokásos értéke: 0.05.
3. Az n darab értékpárt koordinátarendszerben ábrázoljuk.

Az így elkészített diagramból egyszerűen megállapítható, hogy az (a_n) sorba rendezett eltérések, azaz a mérési eredmények normális eloszlásúak-e. A három legfontosabb esetet mutatják a 6.a-c ábrák. A normáleloszlású eltérések esetében a kvantilisok és az eltérések közötti összefüggés egyértelműen lineáris, továbbá a mintaközép értéke valamint a minta szórása a diagramból leolvasható (lásd 6.a ábra): a mintaközép értéke a regressziós egyenes értéke a 0 kvantilisnál, míg a minta szórása a regressziós egyenes meredeksége.

2.3 Eredmények

A kiegyenlítés eredménye a három alagúti referenciairány irányszöge valamint a Δ_2 műszerállandó. Az irányszögek kiegyenlítés utáni pontossága 3.6", ami egyben az irányátvitel „külső” pontossága.

A kiegyenlítésből származó irányszögeknek a Gyromat által meghatározott és referenciának tekintett irányszögekkel való összehasonlítása az egyes alagúti irányokra -0.6", +0.3" ill. +0.3" eltéréseket mutatott. A Gotthard-bázisalagútban mért Gyromat-irányszögek a posteriori pontossága n=602 mérés alapján 3.5" (Stengele 2007).



6.a-c ábra. Quantil-Quantil-Plot példák: (a - bal felső) normáleloszlású eltérések, (b - jobb felső) normáleloszlású eltérések durva hibás mérésekkel, (c - alsó) szabályos hibával terhelt eltérések

3 Összefoglalás

A MOM Gi-B3 giroteodolittal meghatározott azimutok és a Gyromat giroteodolittal meghatározott referencia-azimutok a mérési pontosságon (1σ) belüli egyezést mutatnak. A két különböző giroteodolit által meghatározott azimutok pontossága egymással egyenértékű. A MOM Gi-B3 giroteodolittal a Gotthard-bázisalagútban elvégzett irányátvitel (relatív tájékozás) pontossága 3.6". Mindezen eredmények a hőmérsékleti jelleggörbe és a referencia-azimutok megbízhatóságát támasztják alá, továbbá bizonyítják mindkét műszertípus mérnökgeodéziai pontosságú irányátvitelre való alkalmasságát.

Köszönetnyilvánítás. Ezúton szeretnénk köszönetet mondani Dr. Hilmar Ingensand professzor úrnak (Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich) és Dr. Ádám József professzor úrnak (BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék) a munkálatokhoz nyújtott anyagi támogatásért.

Köszönetünket fejezzük ki az együttműködésért az Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich munkatársainak (Susanna Naldi, Dante Salvini, Adrian Ryf és Jules Fenner), továbbá Tóth Lajos úrnak (GeoDesy Kft.), a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék dolgozóinak, Franz Ebneter úrnak és Fritz Bräker úrnak (AlpTransit Gotthard AG), Ivo Schätti úrnak (Konsortium Vermessungsingenieure Gotthard-Basistunnel), valamint az ARGE TRANSCO Sedrun földmérő mérnökeinek.

Ez a publikáció a Magyar Ösztöndíj Bizottság anyagi támogatásával készült.

Hivatkozások

Halmos F (1968): Föld alatti létesítmények tájékozása giroteodolittal, különös tekintettel az áttörési mérésekre. Budapest, Geodézia és Kartográfia, 4.

Ingensand H, Carosio A, Ebneter F (1998): Geodetic Methods, Mathematical Models and Quality Management for Underground Surveying in the Swiss Project Alp-Transit. XXI. FIG-Kongress, 19.-25. Juli, Brighton (GB).

Stahel WA (2000): Statistische Datenanalyse: Eine Einführung für Naturwissenschaftler. 3. Aufl., Vieweg Verlag, Wiesbaden.

Stengele R (2007): Erster Hauptdurchschlag im Gotthard Basistunnel – Tunnelvermessung in Theorie und Praxis. 15th International Course on Engineering Surveying, 17.-20. April, Graz (A), Wichmann Verlag.

Zanini M (1992): Hochpräzise Azimutbestimmung mit Vermessungskreiseln. Report IGP 209., Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH Zürich.

INTEGRÁLT GEODÉZIAI MŰSZER-EGYÜTTES ALKALMAZÁSÁNAK VIZSGÁLATA ERDŐREZERVÁTUMOK TERÜLETÉN

*Bazsó Tamás**

The application study of integrated geodetic instruments in forest reservations – *Designation and research of the forest reservation started in the 1800`s in Europe and in the 1900`s in Hungary. Complex and unified examination of these forests started only in the past decades. A huge amount of data is necessary to inspect the processes in the forests and for comparison purposes. It requires significant amount of time to collect with traditional instruments. A research has been commenced to modernize the traditional way of data gathering and to improve the quality of the acquired data with the help of an integrated geodetic instrument. The base instrument of the research is a Leica TCR1200 total station. A Real Time Kinematic (RTK) GPS can be connected to this instrument, which belongs to the Leica GPS1200 instrument group. One of its receivers (called `Smart`) can be attached to the total station which can be used as an integrated GPS total station after assembly. A digital camera or pair of digital cameras attached to the total station via adapters assist the terrestrial photogrammetry measurements. Measurements might be performed starting with a GPS position fixing, applying side shot measurement and using data deriving from oriented images. This group of instruments will make the data gathering in the field and the following data processing more effective. Data collection will be possible by adapting a new approach and relying on this system.*

Keywords: forest reservation, integrated geodetic instruments, terrestrial photogrammetry, GPS, spatial data collection

Az erdőrezervátumok kijelölése és kutatása Európában már az 1800-as, Magyarországon pedig az 1900-as években elkezdődött. Egységes formában való vizsgálatuk azonban csak az utóbbi évtizedekben indult meg. Az erdőben zajló folyamatok megfigyeléséhez, illetve az összehasonlíthatósághoz nagy mennyiségű adatra van szükség, és főképpen helyzeti adatokra, amelynek hagyományos eszközökkel való mérése időigényes folyamat. Ennek az eljárásnak a korszerűsítésére, valamint az adatok minőségének javítására indult kutatás egy integrált geodéziai műszer-együttes vizsgálatával. A vizsgálat alapműszere egy Leica TCR1200 mérőállomás. Ehhez tartozik egy Leica GPS1200 műszercsaládba tartozó valós idejű kinematikus (RTK) vevőpár, amelynek egyik antennája („Smart") a mérőállomásra szerelhető, amely ezáltal integrált GPS mérőállomásként is használható. Földi fotogrammetriai mérésekhez pedig, a mérőállomásra szerkesztett adaptereken keresztül kapcsolódó kamera, illetve kamerapár nyújt lehetőséget. Az adatgyűjtést végezhetjük a GPS által bemért és sokszögeléssel sűrített pontokról geodéziai részletméréssel, vagy a tájékozott digitális fényképfelvételekről történő kiértékeléssel. Egy ilyen műszer-együttes hatékonyabbá tenné mind a terepi adatgyűjtést, mind pedig az adatfeldolgozást. Erre a rendszerre támaszkodva lehetne az adatgyűjtést egy újszerű megközelítéssel elvégezni.

Kulcsszavak: erdőrezervátum, integrált geodéziai műszer-együttes, földi fotogrammetria, GPS, helyzeti adatgyűjtés

1 Bevezetés

Magyarországon szervezett formában 1991-ben kezdődött meg az erdőrezervátum-kutatás, amikor a Környezet- és Területfejlesztési Minisztérium Természetvédelmi Hivatala elindította a hazai erdőrezervátum hálózat kijelölését, fenntartását és a vizsgálatra irányuló országos programját. Ma a felmérések koordinálását az MTA Ökológiai és Botanikai Kutatóintézete végzi.

*NYME EMK, Földmérési és Távérzékelési Tanszék 9400 Sopron, Bajcsy-Zs. u. 4.
E-mail: tbazso@emk.nyme.hu

A felmérések módszertana csak részben rögzített, még ma is történnek kezdeményezések új módszerek kidolgozására, mind a rezervátumok felvételezésében, mindpedig a gyűjtött adatok megfelelő formában való tárolására, ábrázolására. Doktori kutatások keretében egy ilyen új módszer kidolgozását tervezzük.

A rendelkezésre álló különböző adatgyűjtő eszközök és módszerek – időt és munkát figyelembe véve – külön-külön alkalmazva kevésbé hatékonyan működnek, mint egy jól megtervezett, ma már elemeiben rendelkezésre álló mérőeszköz-együttes. Bár a műszerek alapvető működési elve nem változik, a szakma élenjáró műszergyártó cégei már lehetővé tették különböző mérések együttes alkalmazását is. Egy ilyen műszer-együttes alkalmazásának lehetőségeit, illetve térinformatikai rendszerbe integrálhatóságát vizsgáljuk meg erdei környezetben. A földi lézerszkennel alkalmazásával Király et al. (2007) foglalkozik.

Elsődleges feladat az adatgyűjtő rendszer egyes műszerelemeinek pontossági vizsgálata, kalibrálása, mérési tulajdonságainak vizsgálata, illetve a mért adatoknak a már összegyűjtött adatokkal való összehasonlítása. Ez nélkülözhetetlen, mivel az adatnyerés során az adatminőség biztosítása a legfontosabb művelet.

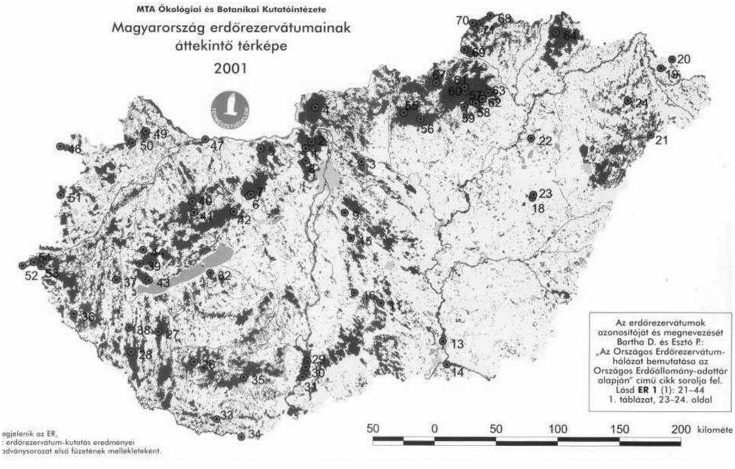
A módszer az erdészeti és természetvédelmi gyakorlatban új. Újdonságát elsősorban az jelenti, hogy az erdészeti célú földi távérzékelést és a geodéziai méréseket egy folyamatban és egymásba fűzhető rendszerben hajtja végre. A különböző mérési eredményeket egységes programrendszerrel dolgozzuk fel, ezért azok integráltan kerülnek az adatrendszerbe. A legalkalmasabb műszerek használata csökkenti a mérések számát és növeli a hatékonyságot is.

2 Helyszín, adatok, vizsgálatok

A mai megfogalmazás szerint erdőrezervátumnak minősülnek „az olyan jogszabályi oltalmat élvező erdőterületek, amelyeknek jól meghatározott részén – az ún. magterületen - engedélyezett kutatás kivételével minden emberi tevékenységet beszüntettek, annak érdekében, hogy az erdő természetes fejlődési folyamatai hosszú távon szabadon érvényre juthassanak, és tanulmányozhatóvá váljanak" (Horváth et al. 2002).

E szerint az erdőrezervátum két részre osztható, a magterületre és az ezt körülölelő védőzónára. A magterület a jellegzetes természetszerű erdőtársulást próbálja megőrizni, biztosítva az abban lezajló természetes folyamatok zavartalanságát. A védőzóna a környező területeken folyó gazdálkodási hatások ellen nyújt viszonylagos védelmet, benne csak természetközeli gazdálkodás folytatható, ezért nélkülözhetetlen része az erdőrezervátumnak.

Magyarországon jelenleg 63 erdőrezervátum található, 13100 ha összterületen, melyből 3665 ha a magterület, míg 9435 ha a védőzóna (1. ábra). Ez az erdőterület hazánk faállománnyal borított területének 0.76%-át teszi ki.



1. ábra. Magyarországi erdőrezervátumok *(http://www.erdorezervatum.hu/kepek/attekinto_1000.JPG)*

Négy kategóriát állítottak fel tudományos vizsgálatra való alkalmasság szempontjából:

- Megőrzésre, időszakonkénti szemlézésre alkalmas
- Eseménykövetésre alkalmas (EK)
  évenkénti eseménykövetés
- Hosszú távú vizsgálatra alkalmas (HTV)
  évenkénti eseménykövetés
  tízévenként végrehajtandó egységes állapotleírás
- Célorientált kutatásra alkalmas (CK)
  évenkénti eseménykövetés
  tízévenként végrehajtandó egységes állapotleírás
  rezervátumspecifikus célorientált kutatás

Vizsgálandó az erdő természetes fejlődése:

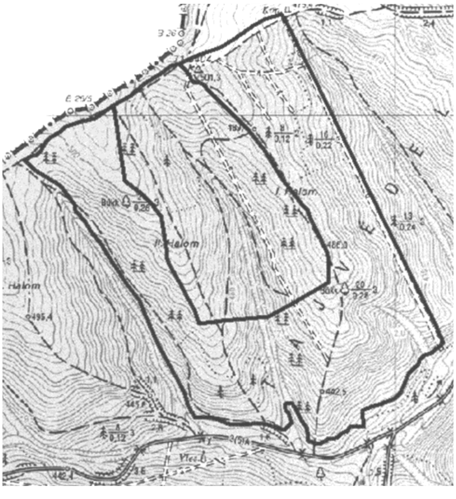
1. Természetes erdőfejlődés által létrehozott szerkezetek.
2. Természetes szerkezeti elemek és a biodiverzitás egyes elemeinek kapcsolata.
3. Regeneráció.
4. Természetes bolygatások és szerepük.
5. Természetes erdők ciklusaival összefüggő talajfejlődés.

2.1 A terület bemutatása

A rendszer használhatóságát a Soproni hegységben a Hidegvíz-völgy Erdőrezervátum területén vizsgáljuk. A rezervátum előnyös a vizsgálat szempontjából, mivel hozzá kapcsolódóan a Nyugat-Magyarországi Egyetem Erdőmérnöki Karáról több tanszék több kutatást is folytatott illetve folytat ezen a területen. Ez lehetőséget ad a tervezett adatgyűjtési eljárás széleskörű vizsgálatára és összehasonlítására, így megteremtve az erdészeti és erdőrezervátum-kutatási gyakorlat új módszerét.

A Hidegvíz-völgy Erdőrezervátum Soprontól nyugatra az országhatár szélén helyezkedik el. Területén közel észak-déli lefutásúak a völgyek és gerincek. A magterület két gerinc által határolt völgyben helyezkedik el, amelynek alján egy vízmosás található. A védőzóna nyugati határa egy hosszú vízmosás alja, a keleti határa pedig egy hegyhát gerincén fut végig. Északról az országhatár, délről pedig egy erdészeti út, valamint a Rák-patak határolja (2. ábra).

A rezervátum területén az erdőtársulás fenyőelegyes lombos erdő. Az erdőállomány középkorú, kevés cserjeszinttel. A terület belsejében, valamint a terület szélén kívül két-két tarra vágott folt található – amely a GPS mérésekhez nyújt jelentős segítséget.



2. ábra. A Hidegvíz-völgy Erdőrezervátum

2.2 Rendelkezésre álló adatok

Magyarországon az Erdőrezervátum Program keretén belül szkennelt erdészeti üzemtervi térképek, valamint űrfelvétel kivágatok biztosítottak mind a 63 kijelölt területen.

A Hidegvíz-völgy erdőrezervátum területén – az egyéb kutatásokból adódóan – a következő adatok állnak még rendelkezésre:

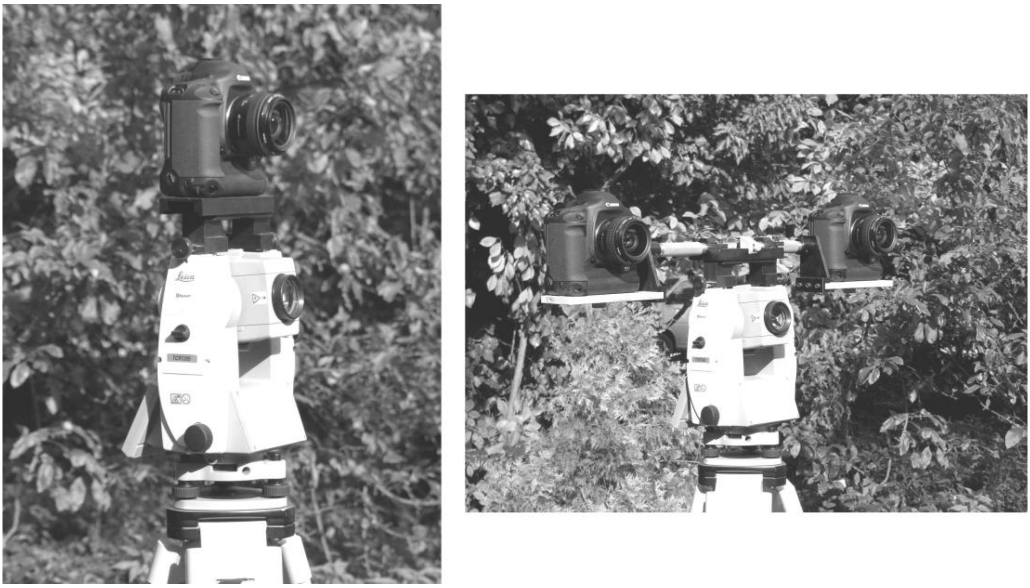
1. 1:10000 méretarányú topográfiai térkép
2. 1:4000 méretarányú légifényképek sztereo átfedéssel a magterületről, valamint 1:8000 méretarányú légifényképek az egész völgyről (lombtalan állapotban, 2005.ápr.02.)
3. kitűzött erdő+H+Á+L+Ó (50x50 m)
4. domborzatmodell (~1:1000, 2005-2006 geodéziai nagygyakorlat)
5. faállomány szerkezeti felmérés (FAÁSZ)
6. egyes fa felvételezés Leica geodéziai mérőállomással
7. földi lézerszkenneres felmérés
8. lékesedés vizsgálat (halszem optikával)
9. egyéb adatok (termőhely feltárás, botanikai felmérés, stb.)

2.3 Műszerfelszerelés

A rendelkezésünkre álló korszerű műszeregyüttest az NYME-FTT, GVOP-3.2.1-2004-04- 0297/3.0 program keretében, hazai és EU-s finanszírozás segítségével szereztük be. A rendszer tartalmaz egy Leica GPS1200 műszercsaládba tartozó RTK vevőpárt, amelynek az egyik műszere „Smart” antennával rendelkezik. Ez az antenna integráltan felhelyezhető a Leica TPS1200 geodéziai mérőállomásra, amely így integrált GPS mérőállomásként is használható (3.ábra). A mérőállomás prizmás és prizmanélküli távmérést is lehetővé tesz.

3. ábra: Leica TPS1200 és GPS1200 műszercsalád

Sajátfejlesztésű adapterek használatával a mérőállomásra egy bázisléc segítségével digitális fényképező pár (Canon EOS-1Ds Mark II) vagy egyetlen fényképezőgép is szabatosan felhelyezhető (4. ábra). A mérőkamarák különböző magassági szögekbe állíthatók és a mérőállomás segítségével tájékozott felvételek készíthetők.



4. ábra: Kamera illetve kamerapár a mérőállomásra szerelve

A rendszer komplexitását növeli az MTA GGKI által a közelben telepített GPS permanens állomás (Bányai 2007), amely FÖMI KGO hálózati rendszerén keresztül valós időben is elérhető (Horváth 2004).

Az integrált mérési rendszer kialakításánál a GPS technológia, a mérőállomások és digitális zenitfelvételek erdészeti és környezetvizsgálati alkalmazása során szerzett tapasztalatokat is hasznosítjuk (Bácsatyai et al. 2004, Gyimóthy 2004, Király et al. 2002). Szélső pontosságú méréseknél a vizsgált terület környezetében keresünk GPS mérésekre alkalmas nyílt területet, ahol felmérési alappontokat létesítünk. A felmérési alappontok között mérőállomás segítségével beillesztett sokszögvonalat vezetünk, és a részletmérést is a sokszögeléssel egy időben végezhetjük. A részletpontok bemérésénél nagy segítséget nyújt az a lehetőség, hogy az alkalmazott mérőállomás prizma nélküli távmérésre is alkalmas.

Erdőrezervátumoknál két alapvető felmérési módszer látszik alkalmazhatónak. Ha a sokszögvonalat előzetesen megterveztük és megmértük, továbbá a pontokat megfelelően állandósítottuk, akkor a felmérési helyeken a geodéziai mérőállomás prizma nélküli alkalmazását és tájékozott földi fotogrammetriai felméréseket végezhetünk. A második esetben a felmérést a külső körülményeknek megfelelően rögtönzött, ideiglenes pontállandósítással végezhetjük. A kezdőpontot alkalmas helyen GPS mérőállomással határozzuk meg. A szabad sokszögvonalat a feladatnak megfelelően folyamatosan vezetjük, a részletmérést a geodéziai mérőállomás és a digitális kamera segítségével hajtjuk végre. A vonal végpontját szintén alkalmas helyen GPS mérőállomással határozzuk meg.

Az adatfeldolgozáshoz integrált programrendszer kifejlesztését tervezünk, mivel a megvásárolt Leica rendszer jelenleg nem támogatja a beillesztett sokszögvonal vezetését.

A földi fotogrammetriai méréseknél meg kell határoznunk a kamera-együttes külső és belső tájékozási paramétereit és a kameratengelyek mérőállomáshoz viszonyított helyzetét. A felvételek digitális kiértékelésének módszerét és pontosságát is meg kell vizsgálnunk. A felvételek színes információtartalma is hozzájárulhat a szakmai program sikeréhez, ezért a fényképezőgépek optimális használatát is el kell sajátítani.

2.4 Kitűzött feladatok, vizsgálatok

A felmérések eredményeit térinformatikai rendszerbe integráljuk, amely szakmaspecifikus ismereteket is igényel. A rendszer kiépítésénél és a mérőrendszer felhasználásánál a következő lépések és feladatok végrehajtását tervezzük.

– a területről rendelkezésre álló távérzékelési, térinformatikai, erdészeti, botanikai, talajtani adatok összegyűjtése és közös térinformatikai rendszerbe foglalása,
– egyéb szükséges adatok beszerzése és rendszerbe illesztése,
– az integrált felmérés helyének, idejének és jellemzőinek archiválása, beleértve az eredeti fotogrammetria felvételeket is,
– faállomány törzsenkénti felmérése,
– egyes fák, farészek köbtartalmának, alakjellemzőinek és növedékének meghatározása,
– lombkorona-szerkezeti tulajdonságok vizsgálata (koronaátmérők és -távolságok, a lombkoronaszint mintázata és szintezettsége),
– lékesedés, záródás,
– időszakos változások felmérése,
– egészségi állapot felmérése,
– domborzatmodell előállítása, talajerózió vizsgálatok.

3 Összefoglalás

A kutatások keretében egy működőképes térinformatikai rendszer létrehozását eredményező komplex adatgyűjtő rendszer összehangolását tervezzük. A kidolgozandó eljárás az erdészeti gyakorlatban, a természetvédelemben, az ökológiai felmérések során, továbbá a művi környezetünk felvételezésében is hatásosan alkalmazható.

A javasolt eljárás várható eredményességét abban látjuk, hogy a korszerű geodéziai és távérzékelési módszerekkel az eddiginél gyorsabban szerezhetünk nagy mennyiségű, gazdag információtartalmú anyagot, amely több szempont alapján is kiértékelhető.

Köszönetnyilvánítás. Ezúton szeretnék köszönetet mondani azoknak, akik lehetővé tették a NYME-FTT, GVOP-3.2.1-2004-04- 0297/3.0 program keretében a műszer-együttes beszerzését.

Hivatkozások

Bácsatyai L, Bányai L, Kovács Gy (2004): Geodéziai referenciaadatok szolgáltatása légi szkenner felvételek feldolgozásához. Geomatikai Közlemények VIII. 239-246.

Bányai L(2007): Permanens GPS állomás létesítése a GGKI-ban. Geomatikai Közlemények X. 53-59.

Gyimóthy A (2004): GPS mérések optimális időtartama erdővel fedett területeken. Geomatikai Közlemények VIII. 265-270.

Horváth F, Borhidi A, Temesi G (2002): A hazai erdőrezervátum-kutatás célja, stratégiája és módszerei. Természet-BÚVÁR Alapítvány Kiadó, Budapest. 15.

Horváth T (2004): Javított valósidejű helymeghatározás interneten keresztül. Geomatikai Közlemények VIII. 123-133.

Király G, Brolly G, Márkus I (2007): Földi lézerszkennelés alkalmazása egyes fák vizsgálatára. Geomatikai Közlemények X, 241-250.

Király G, Kovács Gy, Jobbágy Zs (2002): Halszemoptikával készült amatőr zenitfelvételek erdészeti alkalmazása. Geomatikai Közlemények V. 335-343.

Geomatikai Közlemények X., 2007

RÉGÉSZETI CÉLÚ TÉRINFORMATIKAI RENDSZER ELŐÁLLÍTÁSA

*Gregori Ákos**

Creating an archaeological GIS – *After surveying the land of Bir-Minih, which is located in the Eastern-Desert in Egypt, data processing was carried out. Regarding the fact that the archaeological work rests upon the map, it is appropriate to create a Geographical Information System (GIS) on the basis of the collected data, in order to draw the conclusion and to represent the mass of data properly and clearly. The following article demonstrates the main parts of the system throughout a testfield.*

Keywords: GPS, GIS, surveying, Egypt, mapping, archaeology

Az egyiptomi Keleti-sivatagban található Bir-Minih település felmérése után, az adatok feldolgozása következett. Mivel az egész régészeti munka alapja a térkép, célszerűnek láttuk a gyűjtött adatok alapján, egy térinformációs rendszer létrehozását, amely segítséget nyújthat a kapott adathalmaz szakszerű és áttekinthető megjelenítésére, valamint különböző következtetések levonására. A cikk egy kijelölt tesztterületen keresztül mutatja be a rendszer főbb részeit.

Kulcsszavak: GPS, GIS, térinformatika, régészet, Egyiptom, térképezés

1 Bevezetés

A régészetben a leleteket megtalálási helyük függvényében két csoportra oszthatjuk. Az egyik a szórvány lelet, amelynek nem ismerjük a pontos származási helyét. A másik a helyhez kötött lelet, amelynek származási helye pontosan ismert, így a régészek számára magában a leletben, mint tárgyban hordozott információn kívül egyéb, következtetett információk levonására is alkalmas. Ezek alapján könnyen belátható, hogy a régészeti munka alapja - a többi terepi munkához hasonlóan – a térkép.

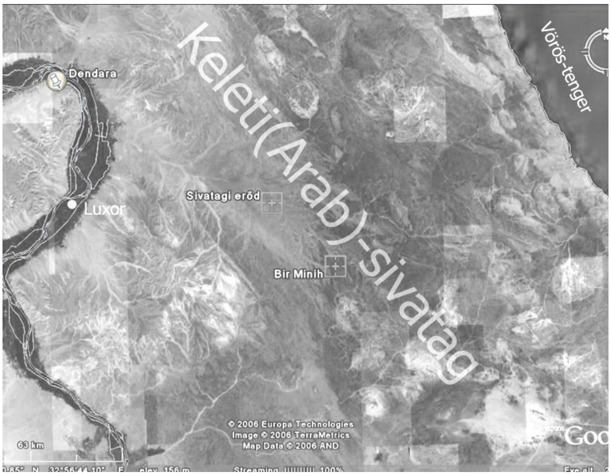
A cikk egy térinformatikai rendszert mutat be, melynek alapja egy Egyiptomban készült térkép, amelyet Szűcs László kollégámmal közösen készítettünk el egy 4 éves projekt végeredményeként. Jelen cikkben egy régészeti térinformációs rendszert mutatok be, amelyben a térképen szereplő objektumokhoz tartozó attribútum adatok alapján gyorsan és átláthatóan lehet bemutatni egy ásatás eredményeit, illetve - véleményem szerint - megkönnyíti a katalogizálási és elemzési műveleteket. Mivel a felmért terület nagynak mondható (2 – 2.5 km^2), célszerűnek láttam egy kisebb un. tesztterületet kijelölni és azt követően, ha a teszt eredmények jónak bizonyultak, az egész ásatási területre elkészíteni a rendszert. A választásom egy olyan területre esett, ahol tulajdonképpen minden fontos régészeti objektum (sziklarajzok, feliratok, épületek, sírok, bányászati tevékenység nyomai, őskori lelőhelyek, stb.) megtalálható. A terület kiterjedése kb. 0.3 km^2 (30 ha). A médiában találhatók olyan tanulmányok, hírek Egyiptomban zajló ásatásokról, ahol használtak már GPS-t. Főleg nagy kiterjedésű régészeti objektumok, területek (pl. Tell-El-Amarna) feltárásánál vették nagy hasznát. Tudomásunk szerint Egyiptomban magyar expedíció esetében mi használtuk először a GPS-t ásatási munkánál. Esetünkben megkülönböztetett szerepe volt az eszköznek, hiszen a sivatag közepén nem volt semmiféle támpont, amihez a felméréseinket köthettük volna.

2 A helyszín és az ásatás rövid története

2001 áprilisában az ELTE Egyiptológia Tanszéke (egy már 1998 óta folyó) régészeti munkához két földmérőt keresett. Kollegámmal, Szűcs Lászlóval jelentkeztünk a hirdetésre, majd rövid szakmai megbeszélések után csatlakozhattunk az expedícióhoz. 2001 és 2004 között négy alkalommal sikerült a terepi munkálatokban részt vennünk (Gregori és Szűcs 2005, Luft 2001). A méréseket az adathalmaz itthoni feldolgozása követte, mely folyamat jelen pillanatban is zajlik.

*SzIE, Ybl Miklós Építéstudományi Kar, 1146 Budapest, Thököly út.74.
E-mail: Gregori.Akos@ymmfk.szie.hu

A munka az egyiptomi Arab-sivatagban (más néven Keleti-sivatag) zajlott, amely nem a szokásos homoksivatagok képét mutatja, hanem kősivatag. A táj mindenhol hegyekkel, óriási sziklákkal, nagy völgyekkel szabdalt szinte teljesen növényzet nélkül. A völgyek talaja az esők alkalmával a hegyekből hirtelen lezúduló víz által szállított színes kavicsokból áll, amely leginkább a száraz sóderre emlékeztet. Az uralkodó kőzettípusok a gránit és néhány helyen az un. núbiai homokkő. A szélsőséges időjárásra jellemző, hogy 2004 októberében 10 év után (!) eredt el ismét az eső. A pontos helyszín kb. Luxor földrajzi szélességén a Nílus és a Vörös-tenger között félúton található (φ = 25° 33', λ = 33° 36', Gregori és Szűcs (2003), 1. ábra). Egy ókori település maradványai találhatók a területen, amely azonban a fellelhető térképeken csak kútként szerepel. A hely neve Bir Minih magyarul Minih vádi kútja. A területen sziklarajzok is találhatók, amelyek a szakirodalom szerint a késő neolit kor (Kr. e. 3500-tól) és az arab időszak között készültek (Luft 2000a). Az ókorban a Keleti-sivatagot ásványi anyagok, többek között arany és féldrágakövek bányászata miatt lakták (Regine és Matthias 2001).



1. ábra. Az ásatás helyszíne Egyiptomban (forrás: Google Earth)

A modern Egyiptomban a Keleti-sivatag katonailag lezárt övezet. A Nílus és a Vörös-tenger között csak néhány országúton lehet közlekedni az utazóknak, de ott is csak konvojban. Ez a körülmény egy újabb nehézséget vet fel, mégpedig egy hosszadalmas és legtöbbször idegtépő várakozást, amely az engedélyek megszerzéséig tart. Az Egyiptomon belüli utazások és sivatagi tartózkodásunk kalandos körülmények között zajlott, amelyre külön nem térek ki, mivel erről izgalmas és érdekfeszítő kalandregényt lehetne írni. Annyit azonban fontos megemlíteni, hogy a körülmények nagyon nagy próbatétel elé állítottak mindenkit, és megnehezítették a munkát.

3 A térinformatikai modellezés folyamata

Ha elkezdjük a valós világot vizsgálni, azt látjuk, hogy minden egyes összetevője egyre kisebb, darabra bontható. Ezt a felbontást elvileg egészen szubatomi szintig (sőt egyes elméletek alapján tovább) végezhetnénk. Azonban ez egy kezelhetetlen méretű, használhatatlan adatbázishoz vezetne. Ha pedig az egyes összetevők közötti kapcsolatok vizsgálatát is bele vennénk, egy átláthatatlanul bonyolult rendszert kapnánk. A valós világ felépítése és az építőelemei közötti kapcsolatok túlságosan bonyolultak ahhoz, hogy egy számítógépi rendszerben egy az egyben megjelenítsük. Ezért a valós világ modellezésére van szükség (Detrekői és Szabó 2002).

A modellezéshez első lépésben ki kell választanunk, hogy a valós világnak melyek azok az összetevői, amelyek a rendszerünk szempontjából lényegesek. Ezek alkotják majd az *elméleti* modellt. Ehhez már előre ismernünk kell a létrehozandó rendszer célját. A régészetben a helyhez kötött leleteknek hatalmas a jelentőségük. Ez azonnal körvonalazza, hogy minek kell a rendszerbe bekerülnie.

Egyrészt a síkrajz és a domborzat bemutatásának (digitális térkép), másrészt a területen található régészeti objektumoknak. Az ásatás területén a következő régészeti objektumokat sikerült elkülönítenünk: kút, barlang, építmény, tumulusz (sír, temetkezési hely), sziklarajz, bánya, őskori élőhely. A rendszer modellezése szempontjából ezeket entitás-csoportoknak tekinthetjük.

A következő lépcsőfok, amikor a kiválasztott entitások számítógépi megfelelőjét állítjuk elő. Ehhez meg kell vizsgálnunk, hogy az egyes entitásokhoz milyen attribútum adatot célszerű kapcsolni. Ilyen módon, az entitások leegyszerűsítésével jutunk a térinformatikai rendszer objektumaihoz és hozzuk létre a valós világ logikai modelljét. Az objektumoknál már konkrétan tudjuk, hogy az egyes attribútumokat milyen változótípusokkal tudjuk leírni (szám, szöveg, logikai, kép, stb.). A hasonló jellegű objektumok objektum-csoportokba sorolhatók, hasonlóan az entitásokhoz. Egy objektum-csoportba sorolt objektumoknak azonos attribútum adatai vannak (Gregori 2006).

A cikkben ismertetett térinformatikai rendszerben az entitás-csoportoknak megfelelő objektum-csoportokat határoztam meg. Az egyes objektum-csoportokban egy-egy objektum leíró adatai a következők:

Tumulusz objektumcsoportoknál:
- *Y* (m): északi UTM koordináta [szám],
- *X* (m): keleti UTM koordináta [szám],
- *H*: magasság [szám],
- méret: a tumulusz átmérője [szám],
- állapot: a tumulusz állaga (kifosztott, sértetlen) [szöveg],
- dokumentálás éve: [szám],
- megjegyzés: [szöveg],
- foto: fénykép [tif képfájl].

Település objektumoknál:
- *Y* (m): északi UTM koordináta [szám],
- *X* (m): keleti UTM koordináta [szám],
- épületek száma: [szám],
- dokumentálás éve: [szám],
- állapot: az épületek milyen állapotban maradtak fenn [szöveg],
- megjegyzés: [szöveg],
- foto: fénykép [tif képfájl].

Sziklarajz objektumoknál:
- *Y* (m): északi UTM koordináta [szám],
- *X* (m): keleti UTM koordináta [szám],
- *H*: magasság [szám],
- jelölés: mi a katalogizált jelölése [szöveg],
- típus: milyen típusú rajzról van szó [szöveg],
- dokumentálás éve: [szám]
- megjegyzés: mit ábrázol [szöveg],
- foto: fénykép [tif képfájl].

Barlang objektumnál:
- *Y* (m): északi UTM koordináta [szám],
- *X* (m): keleti UTM koordináta [szám],
- dokumentálás éve: [szám]
- megjegyzés: [szöveg],
- foto: fénykép [tif képfájl].

Kút objektumnál:
- *Y* (m): északi UTM koordináta [szám],
- *X* (m): keleti UTM koordináta [szám],
- megjegyzés: [szöveg],
- foto: fénykép [tif képfájl].

Amikor már a rendszer célja és alkalmazási területeinek igényei alapján eldöntöttük a logikai modell felépítését, akkor következik a fizikai modell létrehozása. A fizikai modellben a logikai modell alapján leírt entitás-adatokkal töltjük fel az adatbázist. Ez a folyamat két részre tagolódik és általában a térinformatikai rendszerek létrehozási folyamatának legköltségesebb fokozata. Először is össze kell gyűjtenünk az egyes objektumok szükséges adatait. Ez egyrészt geometriai, másrészt attribútum adatgyűjtést jelent. Ennek lényege, hogy minden egyes objektumról azokat az adatokat gyűjtsük össze, amelyeket a logikai modell megkíván. Ha egy Excel-táblázathoz hasonlítjuk, a táblázat fejléce a logikai modell, az adatokkal feltöltött része pedig a fizikai modell.

Mivel a terepi munka Egyiptomban, az Arab-sivatagban történt, nagyon fontos volt, hogy az adatgyűjtést körültekintően és pontosan végezzük el, mivel pótmérésre csak egy év múlva volt lehetőség. További adatgyűjtésre pedig a projekt befejezése után már nem volt mód. Az információs rendszerhez szükséges adatokat az egész expedíciós csoport gyűjtötte, mindenki a maga szakterületén. A régészek végezték a sziklarajzok másolását (epigráfusi feladat), az építmények és sírok feltárását; az építészek az építmények és tumuluszok részletes dokumentálását; a geológusok a geológiai viszonyokat és a bányák kőzeteinek vizsgálatát; az őskoros régészek pedig a kőeszközök és paleolit kori élőhelyek feltárását. Mi, földmérők az egyes objektumok helyét határoztuk meg, valamint elkészítettük a terület digitális domborzati térképét.

Mivel a szakadatok feldolgozása még napjainkban is folyamatban van, nem állt minden adat a rendelkezésemre. A cikk által bemutatott térinformatikai rendszerben csak azokat az attribútum adatokat tudtam feldolgozni, melyeket már az egyes szakterületeken dolgozó kollégák feldolgoztak és rendelkezésemre bocsátottak.

4 Adatgyűjtési módszerek az ásatás területén

4.1 Mérési feladatok

A régészeti munka több feladatra bontható:

1. A sziklákon található rajzok és feliratok felkutatása és szakszerű lemásolása. Ez az epigráfusi munka. Azonban minden rajzról tudni kell, hogy hol helyezkedik el.
2. A területen több építmény található. Ezek lakóépületek, szentélyek és sírok. Az ásatási munka feladata, hogy az építményekben ásott szondákkal meghatározza az építmény funkcióját és megvizsgálja az építményből származó leleteket, egykori használati tárgyakat (cserepek, gyöngyök, csontvázak, stb.).
3. Az építmények felmérésével és szerkezetük lerajzolásával képet kaphatunk a település és a hozzá kapcsolódó temetkezési területek fejlődéséről.

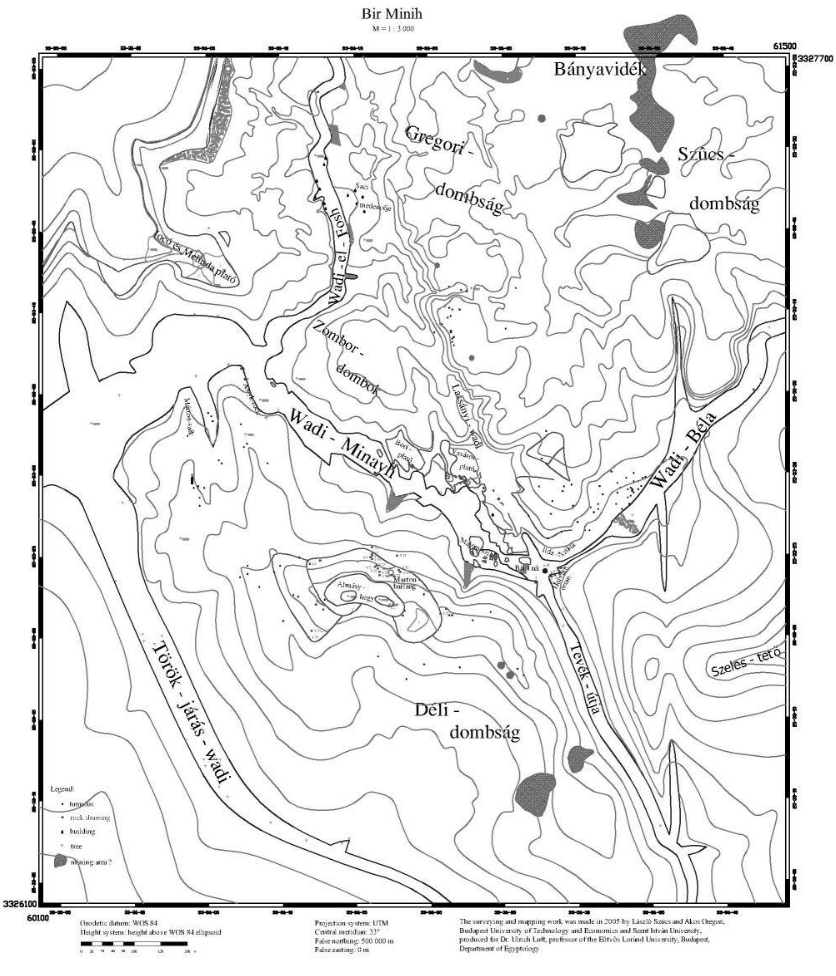
Látható, hogy a fenti feladatok mindegyikében az információ helyhez kapcsolódik, tehát minden feladat alapja a térkép. Gondot okozott, hogy Egyiptom sivatagi területeiről a legrészletesebb térkép 1:50 000 méretarányú (Papp-Váry 1969, Szűcs 2004). Ebben a méretarányban a kutatási terület (amely kb. 2x2 km) igen kicsi, a domborzat részletei nem látszanak.

Nekünk földmérőknek tulajdonképpen a geometriai adatgyűjtés volt a feladatunk. Az egyes objektumokhoz tartozó attribútum adatok gyűjtését - az előbbiekben ismertetett pontokban - a csapat többi tagja végezte, a saját szakterületének megfelelően (Gregori és Szűcs 2005).

4.2 Az 1:3000 méretarányú térképi alap elkészítése

Munkánk fontos részét képezte egy topográfiai térkép előállítása (Gregori és Szűcs 2005, Luft 2000b). Az ásatási terület tervezett lehatárolásának ismeretében eredetileg az M = 1:2000 méretarányt választottuk, de végül a régészek kérésére a térképezendő területet megnöveltük, s emiatt az M=1:3000 méretarány mellett döntöttünk, mivel ebben a méretarányban az új határok által megnövelt terület is ráfér egy A1 formátumú lapra. Nem lett volna célszerű a nagyobb méretarány érdekében a térképet szelvényekre bontani, mivel az a régészek munkáját nehézkessé tenné (és a térképezésben is többletfeladatok jelentkeznének). A felmérés előtt terepbejárásokat végeztünk, hogy képet kapjunk a terület domborzati viszonyairól. A domborzat igen változatos volt, ezért a területet kisebb részekre osztottuk fel. A sivatagban töltött, korlátozott időnk miatt egy-egy kisebb terület felmérésére fél-egy nap jutott. A területegységek jellemző domborzati elemeinek térképezése navigációs GPS-vevővel és a műszerbe beépített barométeres magasságmérővel történt. A műszeren a WGS-84 ellipszoidi földrajzi koordinátákat jelenítettük meg. A terepen haladva a bemért pontokat manuálén tüntettük fel, amely tulajdonképpen az előző évben elkészült térképszelvény volt (Gregori és Szűcs 2005).

A koordinátáinkat papíron jegyzőkönyveztük. A pontokhoz a koordinátákon kívül leíró adatok is kerültek (pl. nyereg teteje, domb teteje, plató széle, szikla, stb.). Méréseinket nehezítette, hogy a magasabb falú (20-80 méter), szűk völgyekben a műholdszám néha annyira leesett, hogy ott a GPS-mérés bizonytalanná (akár 100 méteres hibával terheltté), vagy teljesen lehetetlenné vált. Ilyenkor szalaggal segítettük a mérési munkát (például megmértük a völgy szélességét). A felmérés során a GPS-szel bemért pontok száma elérte a 2000 db-ot. Ezekből, és a jellemző domborzati elemekből (gerincvonal, völgyvonal, csúcs, stb.) szerkesztettük meg a jelenleg elkészült M=1:3000 méretarányú térképet (2. ábra). A magasságokat a már említett, vevőbe épített barométeres magasságmérővel határoztuk meg, mivel ez pontosabb a GPS abszolút helymeghatározásánál.



2. ábra. Az elkészült M=1:3000 méretarányú térkép

A térkép a WGS-84 vonatkoztatási rendszerhez tartozó UTM vetületben készült. Mivel a bemért pontok száma igen nagy volt, ezeket koordinátájuk alapján közvetlenül a mérések után (a helyszínen) azonnal fel is szerkesztettük az előző évben elkészült térképre, melynek másolatát manuáléként is használtuk. (3. ábra)

3. ábra. Térképezés a terepen, a mérés után közvetlenül

Kivételt képezett az első expedíció, hiszen ott semmiféle térképünk nem volt az adott területről. 2001-ben csak egy fokhálózati vonalakkal „berácsozott" papír állt rendelkezésre, amelyre a felmért pontokat feltehettük. Hogy a felszerkesztés könnyebb legyen, a térképen nem a kilométerhálózatot tüntettük fel, hanem a földrajzi koordináták fokhálózatát másodperces felbontásban, mivel ezt rögzítettük a jegyzőkönyveinkben. Ez nagyban segítette a magyarországi utófeldolgozást. Egy ilyen munkanap általában délelőtti terepi adatrögzítéssel, felméréssel, és délutáni „térképezéssel" telt el.

5 A térinformatikai rendszer létrehozása

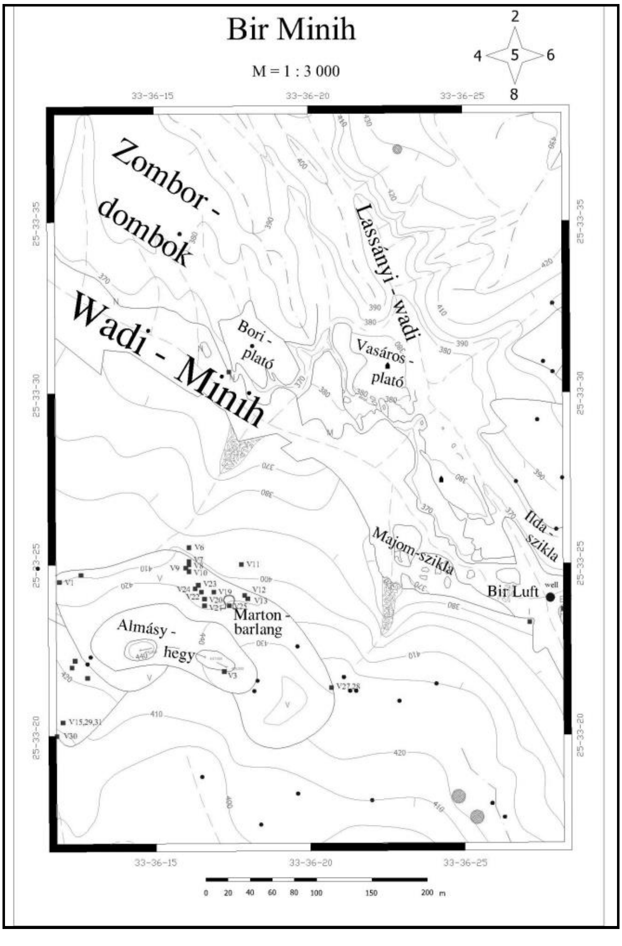
Digitális formában természetesen Magyarországon készítettük el a térképet. Az utófeldolgozás során az összes pont koordinátáját számítógépre vittük, és különböző transzformációk elvégzése után AutoCAD programmal megszerkesztettük a térképet, amelyre felkerültek a bemért síkrajzi elemek és a régészek lelőhelyei is. A síkrajz elkészülte után a bemért pontokra támaszkodva szerkesztettük meg a szintvonalakat.

Mint azt a bevezetőben elmondtam, e térkép szolgál alapjául a térinformációs rendszernek. A különböző térképi objektumokat objektumosztályokba soroltuk és külön-külön fedvényeken helyeztük el.

Gondolhatnánk, hogy ezzel máris elkészült a rendszer, hiszen a különféle fóliák megjelenítésével illetve elrejtésével, egyszerű lekérdezéseket végrehajthatunk. Ám az objektumokhoz közvetlenül nem tudjuk az attribútum adatokat kapcsolni. Ezért van szükség valamilyen GIS szoftverre. Választásom az ESRI ArcView 3.2 verziójú szoftverére (továbbiakban ArcView) esett, mivel ezzel ismerkedtem meg eddigi tanulmányaim folyamán. Számomra a kezelése egy kicsit nehézkes volt, de a feladatot meg tudtam vele oldani. Először az AutoCad-ben elkészült térképet próbáltam áthozni ArcView-ba. Hosszú ideig nem sikerült rájönnöm, hogy az adatátvitelkor a különböző rajzi elemek miért torzulnak, használhatatlanná téve az adatokat a további feldolgozáshoz. Rengeteg időt vett igénybe mire rájöttem, hogy valószínűleg a „spline" paranccsal megrajzolt vonalak torzulnak. Mindent kipróbáltam, egészen a 12-es formátumú AutoCad dxf file alkalmazásáig, mire rá kellett döbbennem, hogy valószínűleg az egész térképet újra kell digitalizálnom. Ez megtörtént, így a görbe vonalakból vonallánc lett, amit már tudott fogadni az ArcView. Amikor a CAD alapú térképet átvittem a GIS rendszerbe, a rétegeket (layerek) különválasztottam. Ennek az a jelentősége, hogy az objektumcsoportok egymástól függetlenül ki-be kapcsolhatók, illetve szerkesztéskor nem tudtam, csak az éppen aktuális rétegen rajzolni.

A különböző rétegek importálása után un. shape fájlt hoztam létre, ami az ArcView 3.2-es fájlformátuma. Ebben a formátumban tudtam szerkeszteni az adott rétegeket. Már ahol lehetett. Mert sajnos számomra ismeretlen okokból bizonyos rétegeknél ezt nem lehetett megoldani. Nem sikerült rájönnöm mi lehetett a baj, bár ezen is sokat törtem a fejem. Beállítottam a különböző rétegek színkiosztását, feliratoztam a térképet, majd annak elkészülte után nekiláttam a különböző objektumcsoportok attribútum tábláinak elkészítéséhez. Ezeket a korábban ismertetett „táblázatok” alapján hoztam létre. Voltak olyan objektumcsoportok, ahova mindössze egy (pl. kút, barlang), máshol több (pl. sziklarajzok, tumuluszok) objektum tartozott. Az elkészült táblázatokat manuálisan töltöttem fel. Egy hasznos kis programfunkció segítségével digitális képeket is tudtam attribútumként felhasználni, ezzel is színesebbé és élvezetesebbé téve a rendszert (Gregori 2006).

Ezzel tulajdonképpen a térinformációs rendszerem elkészült. Mint azt már a bevezetőben is említettem, ez a rendszer az ásatási területnek csak kis részét, körülbelül a tizedét teszi ki. Ám annak ellenére, hogy nem kaptam meg minden adatot a különböző szakterületeken dolgozó kollégáktól, igen sok információval sikerült feltöltenem az adatbázist. (4. ábra)



4. ábra. Az elkészült M=1:3000 méretarányú térkép 5-ös szelvénye

6 Összefoglalás

Néhányszor utaltam rá, hogy a cikk tartalma tulajdonképpen egy „élő” munkának a része. Éppen ezért az adatbázis folyamatosan változhat, sőt változnia is kell, hiszen a rendszerbe folyamatosan kerülnek be a különféle szakterületek feldolgozás utáni adatai. Az ásatásról is készül publikáció, ennek elkészülte után valószínűleg minden szakterület által feldolgozott adatot megkaphatok egy esetleges teljes ásatási területet lefedő rendszer kialakításához.

A cikk egy általam elkészített régészeti GIS rendszert mutat be, a tervezéstől a használatig. Maga a munka egzotikusnak mondható, hiszen nem mindennap jut el az ember Egyiptomba, pláne nem katonailag lezárt övezetbe. Az egzotikusságon kívül azonban szakmai szempontból is kihívás, hiszen ha az ember a terepen hibázik, akkor pótmérésre lehetőség nincs. Bár a helyszín az Arab-sivatagban van, már itthon elkezdődött a tervezés, amellyel a kinti felmérés hatékonyságát tudtuk növelni. A nyers mérési eredményeket hazautazásunk után, Magyarországon dolgoztuk fel AutoCad szoftver segítségével. Így készült el az M=1:3000 méretarányú digitális térkép. Az ötlet, hogy ebből egy könnyen átlátható, és egyszerűen kezelhető térinformációs rendszert lehetne készíteni, már a sivatagban megszületett. A rendszert az ESRI cég ArcView 3.2 programjával készítettem el.

Fontosnak tartom megemlíteni, hogy a rendszer által használt adatok tájékoztató jellegűek, és túlnyomórészt általunk (Szűcs László és Gregori Ákos) gyűjtöttek. Mint azt már leírtam, a különböző szakterületen dolgozó kollégák külön-külön végezték az adatgyűjtést, és itthon dolgozták, dolgozzák fel azokat. Mivel a publikáció kiadása még nem történt meg, a cikk írásakor sajnos még nem álltak rendelkezésemre megfelelő mennyiségben és minőségben a régészek, epigráfusok, építészek, illetve geológusok által feldolgozott adatok. Így a rendszert kénytelen voltam az általunk gyűjtöttekkel feltölteni. Például a sziklarajzoknál a felhasznált adatok a következők voltak: koordináták (Y; X; H), jelölés, típus, dokumentálás éve, megjegyzés, fotó. Ezen kívül fontos lett volna például a sziklarajz keletkezésének ideje, tartalma, az adatgyűjtő neve, stb.

A rendszer használatát (helyszűke miatt) egyetlen lekérdezésen keresztül mutatom be. Jelen rendszerben a sziklarajzoknál és a tumuluszoknál van igen nagy mennyiségű adat, így ezeknél készítettem el a lekérdezést, amely leválogatja az összes sziklarajz közül azokat, amelyeken állatábrázolás van (5. ábra). Természetesen a teljes területre kiterjedő és minden fontos adatot tartalmazó rendszernél a szakterületeken dolgozók attribútum adatgyűjtéseit követve változni fog az adatbázis.

Készült egy domborzatmodell is a területről, amely különféle elemzések alapjául szolgálhat (6. ábra). Például vizsgálhatjuk a víz hatását a leletekre. A terület talaja miatt a kevés, de intenzív esők hirtelen lezúduló víz formájában jelentkeznek. Egyes leleteket a víz elsodorhat a domboldalakról. A domborzatmodell alapján következtetni lehet az adott objektum eredeti helyére.

Reményeim szerint a továbbfejlesztett, teljes ásatási területre kiterjedő térinformatikai rendszer felhasználói lehetnek a régészettel és sziklarajzokkal, valamint az építészettel foglalkozó szakemberek, de színesen mutatja be a munkaterületet a téma iránt érdeklődő civil felhasználóknak is.

Hivatkozások

Detrekői Á, Szabó Gy (2002): Térinformatika. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

Gregori Á, Szűcs L (2003): Földmérők Egyiptomban. Műhely, 1; 6, 8.

Gregori Á, Szűcs L (2005): Geodéziai módszerek Egyiptomban a bir minihi ásatáson. Geomatikai Közlemények VIII. MTA GGKI, Sopron, 167-173.

Gregori Á (2006): Régészeti célú adatbázis kialakítása. BME Diplomaterv, Építőmérnöki Kar, Alkalmazott Térinformatika Szakmérnöki Szak.

Luft U (2000a): Magyar egyiptológusok Bir Minayhban. Sziklarajzok és feliratok, Élet és Tudomány 18, 559-561.

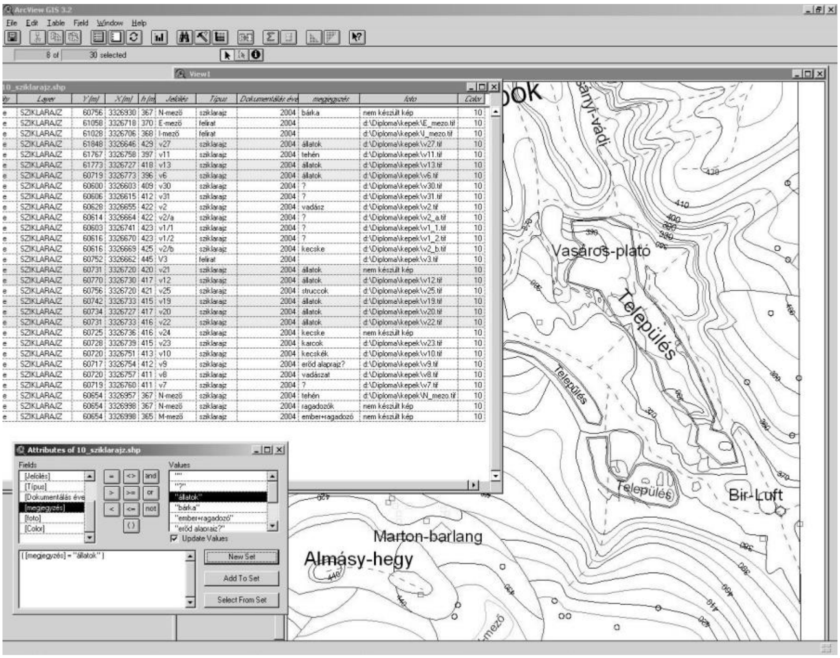
Luft U (2000b): Magyar egyiptológusok Bir Minayhban. Sziklarajzok és feliratok, Élet és Tudomány 19, 596-599.

Luft U (2001): Magyar egyiptológusok a sivatagban. Élet és Tudomány, 8.

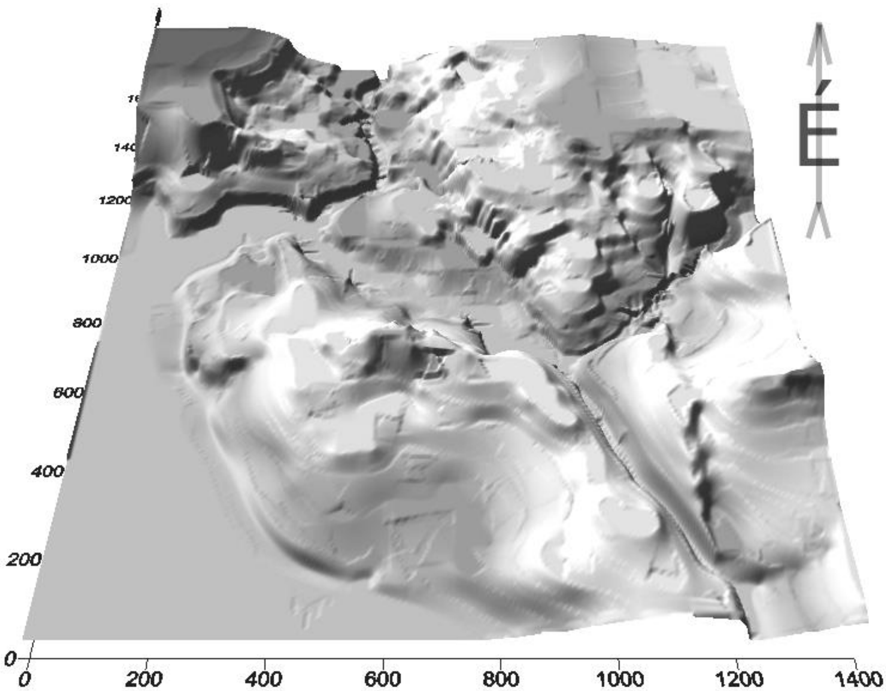
Papp - Váry Á (1969): A térképészet története az ókori Egyiptomban. Geodézia és Kartográfia, 3. különszám, 95-99.

Regine S, Matthias S (2001): Egyiptom. A fáraók világa. Vince Kiadó Kft., Budapest.

Szűcs L (2004): GPS-szel segített felmérés és térképezés egy sivatagi ásatáson. BME Diplomaterv, Építőmérnöki Kar, GPS Navigációs Szakmérnöki Szak.



5. ábra. Egy lehetséges lekérdezés megvalósítása



6. ábra. 3D modell a területről

Geomatikai Közlemények X., 2007

ALGORITMUS HÁLÓZATOK ELEMZÉSÉRE ÉS MENGER TÉTELÉNEK BIZONYÍTÁSÁRA

Battha László[*]

An algorithm for the investigation of networks and for the proof of Menger's theorem *- The maximal number of nonintersecting paths between two points (vertices) of a large network (graph) and the minimal number of points in a barrier that blocks any path between the two points are a measure of the connectedness of the graph. The algorithm given here not only computes these two parameters, but it also constructs a maximal collection of nonintersecting paths and a minimal barrier. It is in itself an elementary proof of Menger's theorem, which asserts that these two parameters are equal.*

Keywords: network, nonintersecting collection of paths, barrier, connectedness

Nagyméretű ponthálózatok (gráfok) összefüggőségi fokának jellemzésére szolgálhat két pont (csúcs) közötti kereszteződésmentes utak maximális száma és a két pont között haladó bármely utat blokkoló sorompók minimális pontszáma. Az itt közölt algoritmus nemcsak kiszámítja ezt a két paramétert, de egyúttal előállít egy maximális kereszteződésmentes útcsokrot és egy minimális sorompót. Továbbá elemi bizonyítását adja Menger tételének, mely szerint ez a két paraméter egyenlő.

Kulcsszavak: hálózat, kereszteződésmentes útcsokor, sorompó, összefüggőség

1 Bevezetés

Menger tételének számos bizonyítása ismeretes (Diestel 2005). Egyes bizonyítások indukciót alkalmaznak, mások a Max Folyam = Min Vágat tételből (Ford-Fulkerson algoritmus) vezetik le oly módon, hogy először a gráfot megduplázva irányított gráffá transzformálják. A jelen cikk konstruktív és önálló bizonyítást ad, tehát megkonstruálja az említett maximális út-csokrot és minimális sorompót, továbbá nem támaszkodik indukcióra és más tételre. A mellékelt számítógép-program kis hálózatokra létrehozza ezeket a konstrukciókat; nagyobb hálózatra való alkalmazáshoz kisebb módosítások szükségesek.

2 Alapfogalmak és az algoritmus megkonstruálása

Egy *él* két egész számot tartalmazó halmaz.
Jelölje az élek halmazát: $\Lambda: = \{!\{x,y\}!|x,y \in Z\}$. ($!\{\ldots\}!$ jelentése: a … elemek között nincs két azonos.)

Tegyük fel, hogy $G \subset \Lambda$.

Legyen $G_x: = \{\xi \in G|x \in \xi\}$ $(x \in Z)$ és $\hat{G} : = \{ x \in Z \,|G_x \neq 0\}$. $\hat{G}$ elemeit G *csúcsainak* nevezzük. (Ha x és y csúcsok, úgy $x|y$ írásával azt fogjuk jelezni, hogy $x = y$.)

Legyen $N_G(x): = \{y\in \hat{G}\,|\{x,y\}\in G\}$ $(x \in \hat{G})$ (az x csúcs G-beli szomszédai). Véges sok él halmazát *gráfnak* nevezzük. A $|G_x| = |N_G(x)|$ pozitív egész az $x \in \hat{G}$ csúcs *foka*.

Ha $V \subset Z$, legyen $\langle V\rangle_G: = \{\xi \in G\,|\xi \cap V \neq \emptyset\}$ és $\langle\langle V\rangle\rangle_G: = \{\xi \in G\,|\xi \subset V\}$. Tegyük fel, hogy $n > 0$ és $v_i \in Z$ $(0 \le i \le n)$. Legyen $e_i: = \{v_{i-1},v_i\}$ $(0 < i \le n)$.

Ha $H = !\{e_1,\ldots,e_n\}!$, akkor a $H = v_0 - v_1 - \ldots - v_n$ jelölést használjuk, és H-t *vonalnak* (G-*vonalnak*, ha jelezni akarjuk, hogy $H \subset G$) nevezzük. Egy $H = a|v_0 - \ldots - v_n|b$ vonalat $e = \{a,b\}$ végpontú *útnak* nevezünk, ha $\hat{H} = !\{v_0,\ldots,v_n\}!$. A következőkben feltesszük, hogy G *összefüggő*, azaz G bármely két csúcsa között vezet G-út.

[*] *MTA GGKI, Sopron, Csatkai u. 8., e-mail: battha@ggki.hu*

Tegyük fel, hogy $!\{a,b\}! \subset \hat{G}$. Legyen e: = $\{a,b\}$. Az $a|i_0 - \ldots - i_m|b$ és $a|j_0 - \ldots - j_n|b$ utakat *kereszteződésmentesek*nek nevezzük, ha

$$\{i_0, \ldots, i_m\} \cap \{j_0, \ldots, j_n\} = e^2 . \qquad (1)$$

Egy e végpontú G-utakból álló csokrot *kereszteződésmentes*nek nevezünk, ha ezek az utak páronként kereszteződésmentesek. Jelölje $\pi = \pi_G(e)$ az e végpontú G-utak maximális számát egy kereszteződésmentes csokorban. Csúcsok egy $B \subset \hat{G} \setminus e$ halmaza *blokkolja* az $a|i_0 - \ldots - i_n|b$ G-utat, ha $\{i_1, \ldots, i_{n-1}\} \cap B \neq \emptyset$. B-t *sorompó*nak (vagy teljesen kiírva G_e-*sorompó*nak) nevezzük, ha minden $a - \ldots - b$ G-utat, vagyis minden e végpontú G-utat blokkol. Mivel az egyetlen élből álló a–b G-utat G csúcsainak semmilyen halmaza sem blokkolja, $e \in G$ esetén nem létezik G_e-sorompó. Menger tételének kimondásához most feltesszük, hogy $e \notin G$. Ekkor létezik G_e-sorompó. Jelölje $\beta = \beta_G(e)$ a csúcsok minimális számát egy G_e -sorompóban. Az nyilvánvaló, hogy $\beta \geq \pi$.

Menger tétele

$$\text{Ha } e \notin G, \text{ akkor } \beta = \pi. \qquad (2)$$

Bizonyítás. Tekintsünk egy $a|x_0 - \ldots - x_k|b$ utat. Legyen 1ν: = k és $p_{1,j}$: = x_j $(0 \leq j \leq 1\nu)$.
Ekkor n = 1-re teljesül, hogy $i\nu > 1$ $(1 \leq i \leq n)$ és $Y := \{a \mid p_{i,0} - \ldots - p_{i,i\nu} \mid b\}_{i=1}^{n}$ egy kereszteződésmentes csokor. A bizonyítást n-re vonatkozó indukcióval végezzük.

Ha $0 < i\mu < i\nu$ $(1 \leq i \leq n)$, akkor legyen μ neve *metszet*. A μ, η metszetekre jelentse $\mu < \eta$ azt, hogy $\mu \neq \eta$ és $i\mu \leq i\eta$ $(1 \leq i \leq n)$.

Legyen P: = $\{p_{i,k} \mid 1 \leq i \leq n, 0 \leq k \leq i\nu\}$.
Egy $p_{i,k}|q_0 - \ldots - q_r|p_{j,l}$ utat a μ metszethez tartozó j-*kerülőnek* nevezünk, ha $k < i\mu$, $l > j\mu$, és $q_s \in \hat{G} \setminus P$ $(0 < s < r)$. Egy μ metszethez tartozó $p_{i,k} - \ldots - p_{j,m}$ j-kerülőt *maximálisnak* nevezünk, ha minden más $p_{u,v}|t_0 - \ldots - t_s|p_{j,l}$ (μ-höz tartozó) j-kerülőre teljesül, hogy $l \leq m$. Ha $\{p_{1,1\mu}, \ldots, p_{n,n\mu}\}$ nem sorompó, akkor μ-höz tartozik legalább egy kerülő. Ha μ-höz tartozik j-kerülő, akkor tartozik hozzá maximális j-kerülő is.

Tegyük fel, hogy egy μ metszetre teljesül, hogy $\{p_{1,1\mu}, \ldots, p_{n,n\mu}\}$ sorompó. Ekkor $\beta = \pi = n$, amivel a tétel állítását bizonyítottuk. Ezért most már csak azzal az esettel kell foglalkoznunk, amikor $\{p_{1,1\mu}, \ldots, p_{n,n\mu}\}$ egyetlen μ metszetre sem sorompó. Y felhasználásával egy $n + 1$ utat tartalmazó kereszteződésmentes csokrot fogunk megkonstruálni.

Legyen $i\mu_1$: = 1 $(1 \leq i \leq n)$.
Ha μ_1-hez tartozik egy K: = $a - \ldots - b$ kerülő, akkor az $Y \cup \{K\}$ kereszteződésmentes csokor $n + 1$ utat tartalmaz, és ezzel az indukciós lépés befejeződött. Tegyük most fel, hogy μ_1-hez nem tartozik $a - \ldots - b$ alakú kerülő. Ekkor a μ_1-hez tartozó kerülők $a - \ldots - p_{j,l}$ alakúak, ahol $1 \leq j \leq n$ és $j\mu_1 < l < j\nu$ (tehát $p_{j,l} \neq b$).

Definiáljuk a μ_2 ($> \mu_1$) metszetet a következőképpen. Ha $j \in \{1, \ldots, n\}$ és $a - \ldots - p_{j,w}$ egy maximális (μ_1-hez tartozó) kerülő, akkor legyen $j\mu_2$: = w. Ha $j \in \{1, \ldots, n\}$ és μ_1-hez nem tartozik j-kerülő, akkor legyen $j\mu_2$: = $j\mu_1$(=1). Vegyük észre, hogy L = 2-re teljesül:

(X) $i\mu 1 = 1$ $(1 \leq i \leq n)$. $\mu 1 < \mu 2 < \ldots < \mu L$ *.Ha* $i\mu_k < i\mu_{k+1} =: m$ *- ahol* $1 \leq k < L$ *és* $1 \leq i \leq n$*, akkor* μ_k*-hoz tartozik egy maximális i-kerülő, amelynek alakja* $p_{j,l} - \ldots - p_{i,m}$*. Ha* $i\mu_k = i\mu_{k+1}$*, akkor* μ_k*-hoz nem tartozik i-kerülő.*

Ha $L > 1$, akkor (X)-ből következik:

---

[2] Ha $m > 1$ és $n > 1$, akkor ez a feltétel a $\{i_1, \ldots, i_{m-1}\} \cap \{j_1, \ldots, j_{n-1}\} = 0$ alakban is írható.

(Y) Ha $1 < k \leq L$ és μ_k-hoz tartozik egy $p_{j,l} - \ldots - p_{i,m}$ maximális i-kerülő, akkor $j\mu_{k-1} \leq l < j\mu_k$, és ezért μ_{k-1}-hez tartozik egy maximális j-kerülő. Ha a $q_0 - \ldots - q_r$ és $g_0 - \ldots - g_s$ kerülők μ_k -hoz ill. μ_l-hez tartoznak, ahol $k \neq l$, akkor $\{q_1, \ldots, q_{r-1}\} \cap \{g_1, \ldots, g_{s-1}\} = 0$.

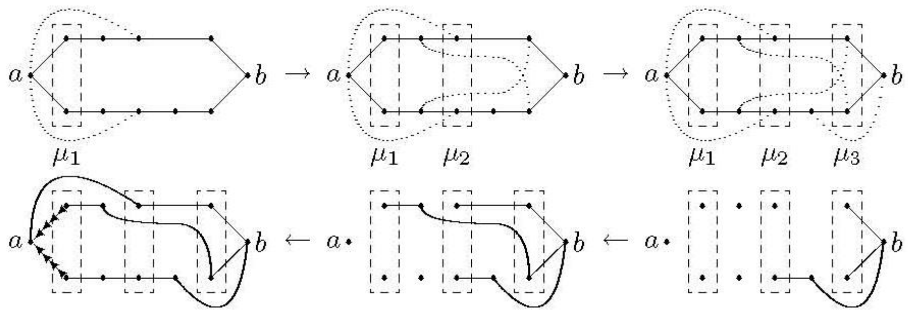
Tegyük fel, hogy a $\mu_1, \ldots, \mu_L$ metszetek kielégítik (*X*) -et. Ha μ_L-hez nem tartozik $p_{u,l} - \ldots - b$ alakú kerülő, akkor a hozzá tartozó maximális kerülők mindegyike $p_{i,k} - \ldots - p_{j,m}$ alakú, ahol $j\mu_L < m < j\nu$. Ezekre a *j*-kre (tehát amelyekre tartozik μ_L-hez *j*-kerülő) legyen $j\mu_{L+1} := m$. A többi *j*-re, tehát ha $j \in \{1, \ldots, n\}$ és μ_L-hez nem tartozik *j*-kerülő, legyen $j\mu_{L+1} := j\mu_L$. Vegyük észre, hogy a $\mu_1 < \mu_2 < \ldots < \mu_{L+1}$ metszetekre is teljesül (*X*), ezért most már μ_{L+1}-et vizsgálhatjuk meg hasonlóképpen.

Véges sok lépés után el kell érkezzünk egy *L*-hez, amikor μ_L-hez tartozik egy $K := p_{u,l} - \ldots - b$ alakú kerülő. Ezt felhasználva definiálunk egy $n + 1$ utat tartalmazó kereszteződésmentes csokrot. Az $n + 1$ út konstrukcióját szakaszokra bontva végezzük, sorra véve a $\mu_L, \ldots, \mu_1$ metszeteket. Induláskor (μ_L) a következő szakaszokkal kezdjük az utakat: $p_{i,i\mu_L} - \ldots - p_{i,i\nu-1} - b$ $(1 \leq i \leq n)$, továbbá a *K* kerülő felhasználásával adódó $p_{u,u\mu_{L-1}} - \ldots - p_{u,l} - \ldots - b$ szakasz.

A következő (μ_{L-1}-hez tartozó) lépésben a μ_L-ben végződő[3] (az előző lépésben megkonstruált) *n* utat hosszabbítjuk meg szakaszokkal oly módon, hogy ezek közül *n*-1 az eredeti utak mentén (*b*-ből *a* felé) haladva μ_{L-1}-ben végződjön, egy pedig μ_{L-2}-ben (vagy *a*-ban, ha $L = 2$). A μ_{L-1}-ben végződő $n - 1$ szakasz: $p_{i,i\mu_{L-1}} - \ldots - p_{i,i\mu_L}$ $(i \in \{1, \ldots, n\} \setminus \{u\})$. A μ_{L-2}-ben végződő szakasz megkonstruálásához megjegyezzük, hogy (Y) alapján $u\mu_{L-1} \leq l < u\mu_L$; ezért μ_{L-1}-hez tartozik egy maximális *u*-kerülő: $p_{v,t} - \ldots - p_{u,u\mu_L}$, ahol $v\mu_{L-2} \leq t < v\mu_{L-1}$. Ezt μ_{L-2}-ig meghosszabbítva kapjuk a kívánt szakaszt: $p_{v,v\mu_{L-2}} - \ldots - p_{v,t} - \ldots - p_{u,u\mu_L}$ (az $L = 2$ esetben $a - \ldots - p_{u,u\mu_L}$). Ha az $L = 2$ lépést is végrehajtottuk, akkor a megkonstruált utak közül *n* μ_1-ben végződik, egy pedig *a*-ban. Az μ_1-ben végződő utakat *a*-ig meghosszabbítva megkapjuk a kívánt $n + 1$ utat tartalmazó kereszteződésmentes csokrot. Az *n*-re vonatkozó indukciós lépést ezzel befejeztük.

Példa

Az 1. ábra az algoritmus működését szemlélteti. Az itt szereplő csokor két utat tartalmaz, tehát n = 2. Egyetlen metszet sem sorompó, tehát lehet konstruálni egy n + 1 = 3 utat tartalmazó kereszteződésmentes csokrot. Az utak élei folytonos vonallal lettek rajzolva. A metszetek a szaggatott vonallal rajzolt téglalapokba eső csúcsok. A kerülők pontozott vonalak.



1. ábra. Egy kereszteződésmentes csokor bővítésének lépései

[3] Tehát *b*-ből *a* felé haladva az utolsó csúcs $p_{i,i\mu_L}$ $(1 \leq i \leq n)$.

Összefüggőségi mértékszám

Tegyük fel, hogy G összefüggő, de nem *teljes*, azaz $\langle\langle \hat{G} \rangle\rangle_\Lambda \neq G$. A

$T := \min \{\pi_G(g) \mid g \in \Lambda, g \subset \hat{G}\}$

számot *G összefüggőségi fokának* nevezzük. A következő tétel lehetővé teszi, hogy ennek kiszámítására a Menger tételének bizonyításához itt használt algoritmust alkalmazzuk.

Tétel

$$\pi_G(g) \geq m := \min \{\pi_G(e) \mid e \in \Lambda \setminus G, e \subset \hat{G}\} \quad (g \in G)\,; \tag{4}$$

és ezért $T = m$.

Bizonyítás

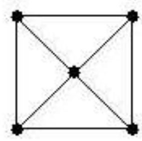
Legyen $g := \{a,b\}$ és $H := G \setminus \{g\}$. Mivel $a - b$ G-út, csak az $m \geq 2$ esettel kell foglalkoznunk. Tegyük fel, hogy $N_G(a) = \{b\}$. Mivel G összefüggő, de nem teljes, létezik egy $c \in N_G(b) \setminus \{a\}$. De akkor minden $\{a,c\}$ végpontú G-út a – b – …– c alakú, és ezért $\pi_G(\{a,c\}) = 1 < m$, másrészt m definíciója szerint $m \leq \pi_G(\{a,c\})$, ami ellentmondás. Tehát $N_G(a) \neq \{b\}$, és hasonlóképpen $N_G(b) \neq \{a\}$. Következésképpen $\hat{H} = \hat{G}$.

Legyen $n := \pi_H(g)$. Nyílvánvaló, hogy $\pi_G(g) = n + 1$. Menger tétele szerint létezik egy n elemű H_g-sorompó, amit jelöljön $D := \{p_1, \ldots, p_n\}$.

Két eset lehetséges:

1. $N_H(a) \subseteq D$ és $N_H(b) \subseteq D$. Ekkor az is igaz, hogy $N_H(a) = N_H(b) = D$. Tegyük fel először, hogy $\hat{G} \neq g \cup D$. Ekkor választható $c \in \hat{G} \setminus [g \cup D]$. Mivel $\{a,c\} \in \Lambda \setminus G$ és D egy $G_{\{a,c\}}$-sorompó, kapjuk, hogy $m \leq \pi_G(\{a,c\}) \leq |D| = n < n+1 = \pi_G(g)$. Tegyük most fel, hogy $\hat{G} = g \cup D$. Mivel G nem teljes, választható $d \in \langle\langle D \rangle\rangle_\Lambda \setminus G$. Mivel $\hat{G} \setminus d$ egy G_d-sorompó, $m \leq \pi_G(d) \leq |\hat{G} \setminus d| = n = \pi_G(g) - 1 < \pi_G(g)$.
2. $N_H(a) \setminus D \neq \emptyset$ vagy $N_H(b) \setminus D \neq \emptyset$. Tegyük fel például, hogy $c \in N_H(a) \setminus D$. Ekkor $\{b,c\} \notin G$, ugyanis ellenkező esetben D nem blokkolná az a – c – b H-utat. $\{a\} \cup D$ blokkol minden $\{b,c\}$ végpontú G-utat, mivel ellenkező esetben lenne olyan a – c –…– b H-út, amit D nem blokkol. Következésképpen $m \leq \pi_G(\{b,c\}) \leq |\{a\} \cup D| = n + 1 = \pi_G(g)$.

Előfordulhat, hogy a tétel állításában az egyenlőség teljesül. Példa erre a 2. ábrán látható gráf:



2. ábra. Egy egyszerű gráf, amelyre a tételben az egyenlőség teljesül.

Itt $\pi_G(e) = 3 \quad (e \in \Lambda, e \subset \hat{G})$.

Párosítások

Legyen $A := N_G(a)$, $B := N_G(b)$. Tegyük fel, hogy $H: = G \setminus [G_a \cup G_b]$ egy páros gráf, azaz $A \cap B = \emptyset$, $\hat{H} = A \cup B$, $N_H(A) = B$, és $N_H(B) = A$. Menger tételének alkalmazásával kapjuk:

König tétele

H diszjunkt (más néven független) éleiből álló halmazok maximális mérete (elemszáma) egyenlő a minimális méretével azon D halmazoknak, amelyekre $D \subset \hat{H}$ *és* $H = \cup_{x \in D} H_x$.

3 Összefoglalás

A bemutatott algoritmus lehetővé teszi nagymétékű hálózatok összefüggőségi fokának kiszámítását. A mellékelt C nyelvű program egy hálózat tetszőleges két pontjára kiszámít egy, a két pont között haladó, maximális számú útból álló csokrot és egy, a két pontra vonatkozó, minimális számú pontot tartalmazó sorompót. Lehetséges alkalmazások: útvonal-tervezés (pl. veszélyes szállítmányok esetén), egymástól független geodéziai sokszögvonalak kitűzése.

Köszönetnyilvánítás. A jelen munka a „*Korszerű matematikai módszerek a geodéziában*" (K61800) OTKA program támogatásával készült.

Hivatkozások

Diestel R (2005): Graph Theory. Springer-Verlag, 3rd ed., Series: Graduate Texts in Mathematics, 173.

Program melléklet

Az alábbi, C nyelvű program a Menger tételében alkalmazott algoritmussal meghatároz egy maximális csokrot és egy minimális sorompót.

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define N 100 /* max # of vertices */
unsigned char G[N][N],H[N][N],P[N][N],B[N][N]; unsigned int n;
void delH(unsigned int i){unsigned int j;
    for(j=0;j<n;j++){H[i][j]=0;H[j][i]=0;}}
unsigned int prevP(unsigned int i){unsigned int j;for(j=0;j<n;j++)
            {if(j==i)continue;if(P[j][i])return j;}}
unsigned int nextP(unsigned int i){unsigned int j;for(j=0;j<n;j++)
            {if(j==i)continue;if(P[i][j])return j;}}
main(){unsigned int a,b,i,j,k;
unsigned char V[N],*V_end=V,*p=V,C[N-2],*C_end=C,*q,*r,found;
scanf("%d%d%d",&n,&a,&b);
while(scanf("%d%d",&i,&j)!=EOF){G[i][j]=1;G[j][i]=1;H[i][j]=1;H[j][i]=1;}
P[a][a]=1;*(V_end++)=a;i=0;
while(1){if(H[i][*p]){q=V;while(i!=*q&&++q<V_end);if(q==V_end){if(i!=b)
            *(V_end++)=i;else break;}}
    if(++i==n&&(i=0,++p==V_end)){printf("No path from %d to %d!\n",a,b);
                    exit(0);}
    }
P[*p][b]=1;
while(p>V){P[*p][*p]=1;delH(*p);q=V;while(!G[*p][*q])q++;P[*q][*p]=1;r=p;p=q;}
*(C_end++)=*r;
while(1){V_end=V;p=V_end++;i=0;
    while(1){if(H[i][*p]){q=V;while(i!=*q&&++q<V_end);
                if(q==V_end){if(i!=b)*(V_end++)=i;
/*<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<*/
else
```

```
{P[*p][b]=1;while(!P[*p][*p]){P[*p][*p]=1;q=V;while(!H[*p][*q])q++;
                         P[*q][*p]=1;k=*p;p=q;}
i=*p;
while(i!=a){do{j=nextP(i);P[i][j]=0;P[j][j]=0;i=j;}while(!B[i][i]);
       do{P[i][i]=1;for(j=0;j<n;j++)if(B[j][i])break;P[j][i]=1;k=i;i=j;}
       while(!P[i][i]);}
*(C_end++)=k;break;
}
/*>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>*/
                                     }
                         }
              if(++i==n&&(i=0,++p==V_end))
                     {p=C;found=0;
                     do{i=*p;while((j=nextP(i),j!=b))i=j;
                        while(i!=*p){q=V;while(!G[i][*q]&&++q<V_end);
                                   if(q<V_end){found=1;B[i][i]=1;*p=i;
                                          B[*q][i]=1;
                                          while(!P[*q][*q]){r=V;
                                                 while(!H[*r][*q])r++;
                                                 B[*r][*q]=1;q=r;}
                                          break;}
                                   i=prevP(i);}}
                     while(++p<C_end);
                     if(found)break;
                     for(i=0;i<n;i++){if(i!=a&&P[a][i]){printf("%d",a);j=i;
                            while(j!=b){printf("-%d",j);j=nextP(j);}
                            printf("-%d\n",b);}}
                     printf("\n%d",*C);p=C;
                     while(++p<C_end)printf(",%d",*p);printf("\n");exit(0);
                     }
              }
       for(i=0;i<n;i++)for(j=0;j<n;j++)H[i][j]=G[i][j];p=C;
       while(p<C_end){i=*(p++);do{delH(i);i=nextP(i);}while(i!=b);}
       }
}
```

A X. kötetben megjelent cikkek bírálói:

Bácsatyai László	NYME
Bányai László	MTA GGKI
Bárdossy György	MTA
Barsi Árpád	BME
Bartha Gábor	ME
Battha László	MTA GGKI
Benedek Judit	NYME
Borza Tibor	FÖMI KGO
Busics György	NYME
Dede Károly	BME
Dobróka Mihály	ME
Engler Péter	NYME
Fancsik Tamás	ELGI
Földváry Lóránt	BME
Gregori Ákos	SZIE
Gribovszki Katalin	MTA GGKI
Halász Gábor	BME
Kalmár János	MTA GGKI
Király Géza	NYME
Kis Márta	ELGI
Krauter András	BME
Márkus István	NYME
Mentes Gyula	MTA GGKI
Nagy Dezső	NR CANADA
Nagy Sándor	FÖMI
Orbán Aladár	MTA GGKI
Rózsa Szabolcs	BME
Szűcs László	SZIE
Takács Bence	BME
Tóth Gyula	BME
Völgyesi Lajos	BME
Závoti József	MTA GGKI